

1.[8] Решити систем једначина у зависности од параметра  $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \alpha x + y + z &= \alpha \\ (\alpha + 1)x + (\alpha - 1)y + 2z &= 2\alpha - 1 \\ (\alpha - 2)x + y - z &= \alpha - 2 \end{aligned}$$

2.[11] Нека су  $U$  и  $W$  векторски потпростори векторског простора  $M_2(\mathbb{R})$  дати са

$$U = \left\{ A \in M_2(\mathbb{R}) : \text{Tr} \left( \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} A \right) = \text{Tr} \left( A \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \right) = 0 \right\}$$

и

$$W = \mathcal{L} \left( \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 8 & 7 \end{bmatrix} \right).$$

Одредити по једну базу и димензију од  $U$ ,  $W$ ,  $U \cap W$  и  $U + W$ .

3.[11] Дата је матрица  $A \in M_{3 \times 4}(\mathbb{R})$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha - 2 & -1 & \alpha - 1 \\ \alpha - 1 & -\alpha + 5 & 2 & 4 \\ 2 & -6 & \alpha - 1 & -4 \end{bmatrix}.$$

а) У зависности од параметра  $\alpha \in \mathbb{R}$  одредити ранг матрице  $A$ .

б) Ако је  $\alpha = 5$ , одредити канонску матрицу  $A_0$  матрице  $A$  и инвертибилне матрице  $P$  и  $Q$  такве да  $A_0 = PAQ$ .

в) Одредити, ако постоји, инверз реалне матрице  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ .