

1. Решити системе једначина:

$$\begin{array}{rclcl} & -x & + & \alpha y & - & z & & = & 1 + \alpha \\ \text{а) } & (1 + \alpha)x & + & y & + & z & + & t & = & 2 \\ & 4x & + & 2y & + & 2z & + & t & = & 3 - \alpha \\ & (1 + 2\alpha)x & + & y & + & z & + & 2t & = & 5 \end{array} \quad \text{над } \mathbb{R}, \text{ у зависности од параметра } \alpha \in \mathbb{R};$$

$$\begin{array}{rclcl} & x & + & 2y & + & 4z & = & 3 \\ \text{б) } & x & + & 4y & + & z & = & 2 \\ & 2x & + & y & & & = & 0 \end{array} \quad \text{над } \mathbb{F}_5.$$

2. Нека су U и W векторски потпростори од $\mathbb{R}^5[X]$ дати са

$$U = \left\{ f(X) \in \mathbb{R}^5[X] : f(-1) - f'(1) = 0, \frac{1}{2}f''(0) + f''\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \right\}$$

и

$$W = \mathcal{L}(1 - X - X^2 + X^3 + 2X^4, 1 - 3X + X^2 + 3X^3 + 2X^4, 1 + 3X - 5X^2 - 3X^3 + 2X^4).$$

Одредити базу и димензију од U , W , $U \cap W$ и $U + W$.

3. Дата је матрица $A \in M_{3 \times 4}(\mathbb{R})$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -\alpha \\ \alpha & 0 & \alpha - 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

а) У зависности од параметра $\alpha \in \mathbb{R}$ одредити ранг матрице A ;

б) Ако је $\alpha = 2$, одредити канонску матрицу A_0 матрице A и инвертибилне матрице P и Q такве да $A_0 = PAQ$;

в) Одредити, ако постоји, инверз матрице $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$.