

e) Žiroskop se primjenjuje kod aviona za stvaranje tzv. umjetnog horizonta koji omogućuje let u magli i noću te pokazuje pilotu svaki nagib i skretanje aviona (sl. 122).

f) Najvažnija primjena žiroskopa je kod žirokompasa (gyrokompas) koji služi na brodovima i avionima za navigaciju.

Da objasnimo princip žirokompasa, učinit ćemo jedan pokus. Zavrtimo zvrk, a na njemu drugi (sl. 123). Kako god postavili drugi zvrk, on će uvijek doći u takav položaj da osi obaju zvrkova budu međusobno paralelne. Na tom principu paralelizma osniva se i žirokompas. Zemlja je također jedan veliki zvrk, pa zvrk s horizontalnom osi koji se vrti na Zemljini nastoji uvijek doći u takav položaj da mu os bude paralelna sa Zemljinom. Prema tome, takav se zvrk uvijek postavlja u smjer sjever-jug.

Tehničko izvođenje takvog kompasa je tako provedeno da on s horizontalnom osi pliva na živi (sl 124) i čini oko 350 ok/s. Od maticice se podaci prenose električnim putem na tzv. izvedene kompase koji nemaju zvrk (sl. 125). Zvrk je obično smješten u najdubljem dijelu broda i zove se kompas matica, a dobiva pogon od elektromotora.



Sl. 124.



Sl. 125.

## 42. ZAKON GRAVITACIJE

**42. 1. Geocentrički i heliocentrički sustav.** U starom, a i u srednjem vijeku postojale su nepotpune i pogrešne predodžbe o gibanju planeta. Ptolomej<sup>1</sup> je svojim djelom »Veliki sustav svijeta« dao potpunu geocentričku sliku svijeta. Tu je osnovna tvrdnja da je Zemlja centar Svemira i da se svi planeti i zvijezde gibaju oko Zemlje. Taj je sustav svijeta nazvan geocentrički sustav i zadržao se sve do Kopernika<sup>2</sup>. Nikola Kopernik je svojim djelom »O gibanju nebeskih tijela« udario temelj novom, tzv. heliocentričkom sustavu svijeta koji počiva na dvjema osnovnim tvrdnjama:

<sup>1</sup> Klaudije Ptolomej (70—147), aleksandrijski astronom.

<sup>2</sup> Nikola Kopernik (1473—1543), poljski matematičar i astronom.

1. Zemlja se vrati oko svoje osi, od zapada na istok, a jedan njen okret traje jedan dan.

2. Zemlja je jedan od planeta te se kao i ostali planeti giba oko Sunca; ophodno joj je vrijeme jedna godina.

Da se nađu pravi oblici planetskih staza, nužna su bila dugogodišnja tačna promatranja kakva je krajem XVI stoljeća vršio astronom Tycho de Brache [Tiho de Brahe]. Prave oblike planetskih staza i osnovne zakone gibanja planeta našao je na osnovi Bracheovih opažanja njegov pomoćnik i nasljednik Johannes **Kepler**, znameniti matematičar i astronom koji je živio od 1571—1630. On je otkrio i matematički dokazao tri poznata zakona o gibanju nebeskih tijela te ga se zbog toga smatra osnivačem nebeske mehanike. **Keplerovi zakoni glase:**

1. Planet se giba po elipsi oko Sunca koje se nalazi u jednom od fokusa te elipse. (Te su elipse kod planeta malo ekscentrične, dakle slične kružnici.)

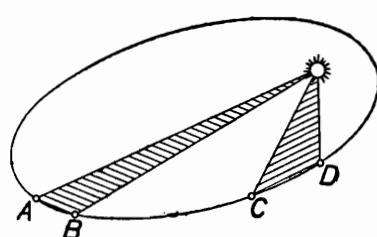
2. Spojnica planeta sa Suncem opisuje u jednakim vremenima jednake površine (sl. 126).

3. Kvadrati ophodnih vremena dvaju planeta oko Sunca odnose se kao kubusi njihovih srednjih udaljenosti od Sunca, tj.

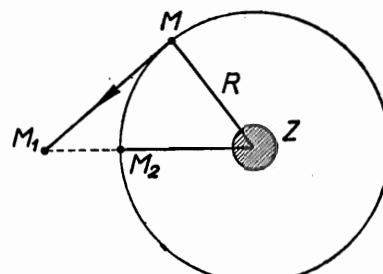
$$T_1^2 : T_2^2 = a_1^3 : a_2^3$$

Ovi su zakoni bili osnova daljeg ispitivanja gibanja planeta.

**42. 2. Newtonov zakon gravitacije.** Heliocentrički sustav je usavršio i dao mu potpuni unutarnji sklad znameniti engleski fizičar Isaac Newton (1642—1727) otkrićem glavnih zakona mehanike, na koje se svode sve pravilnosti gibanja nebeskih tijela. Newton je znao da za nebesko tijelo koje se već nalazi u gibanju nije potrebna nikakva sila da ga u tom gibanju održi (zakon inercije). No, tijelo bi se moralo gibati jednoliko u pravcu. Ako se tijelo giba po zakrivljenoj crti, tome može biti uzrok samo sila koja ga vuče prema jednoj tački (centru) u stazi. Newton je taj zaključak primijenio na gibanje Mjeseca oko Zemlje. Slika 127. prikazuje Zemlju (Z), Mjesec (M) i stazu Mjeseca oko Zemlje. Ako se Mjesec u određenom momentu nalazi u tački  $M_1$ , to on u jednoj minuti, po zakonu inercije, treba da dođe u položaj  $M_2$ . Međutim, nakon jedne minute Mjesec se u stvari nalazi u tački  $M_2$ , te je dakle zbog privlačne, tj. centripetalne sile



Sl. 126.



Sl. 127.

Zemlje, prevalio u jednoj minuti u smjeru središta Zemlje put  $M_1 M_2$ . Taj put  $M_1 M_2$  može se lako izračunati iz polumjera Mjesečeve staze i njegova ophodnog vremena. On iznosi 4,9 m.

Centripetalna sila ima smjer prema Zemlji, znači da Zemlja privlači Mjesec, a također je iz iskustva poznato da sva tijela padaju prema središtu Zemlje zbog djelovanja sile teže. Newton je odatle zaključio da Zemljina teža djeluje i u daljinu Mjeseca, te da je ta centripetalna sila istovetna sa Zemljinom težom, samo što je na toj velikoj daljini mnogo manja.

Na površini Zemlje tijelo pada s akceleracijom  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . Prema formuli  $s = \frac{g}{2} \cdot t^2$  prevalilo bi tijelo u prvoj sekundi put od 4,9 m. Toliki put prevali Mjesec prema Zemlji u jednoj minuti, tj. u 60 s. U 60 s tijelo bi na Zemlji prevalilo put  $4,9 \cdot 60^2 \text{ m} = 4,9 \cdot 3600 \text{ m}$ , tj. 3600 puta veći put nego Mjesec u istom vremenu. Odatle možemo zaključiti da je centripetalna akceleracija Mjeseca, koju on ima radi Zemljine teže, 3600 puta manja negoli je akceleracija padanja na Zemlji. Kako je sila proporcionalna s akceleracijom, to znači da je djelovanje sile teže na daljini Mjeseca 3600 puta manje negoli na Zemlji. Kako je polumjer Mjesečeve staze jednak 60 Zemljinih polumjera, to se Mjesec nalazi u 60 puta većoj udaljenosti od središta Zemlje nego tijelo na Zemljinoj površini. Ako je dakle, u 60-orostrukoj udaljenosti sila teža  $3600 = 60^2$  puta slabija, znači da veličina Zemljine teže opada obrnuto proporcionalno s kvadratom udaljenosti od Zemlje.

Newton je dakle zaključio: Kao što Zemlja svojom privlačnom silom drži Mjesec na krivocrtnoj stazi, tako mora i Sunce svojom privlačnošću držati planetu na njihovim stazama, pa prema tome i Zemlju. Ta sila mora biti proporcionalna s njihovim masama. Kao što Zemlja privlači Mjesec, mora i Mjesec po zakonu akcije i reakcije privlačiti Zemlju. **Ovu silu nazvao je Newton gravitacijom i za njenu veličinu postavio zakon: Dva se tijela privlače međusobno silom koja je direktno proporcionalna produktu njihovih masa, a obrnuto proporcionalna kvadratu njihove udaljenosti.** Označimo li mase dva tijela sa  $m_1$  i  $m_2$ , njihovu međusobnu udaljenost sa  $r$ , a sa  $F$  privlačnu silu, to je

$$F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$k$  je stalan broj i zove se konstanta gravitacije, te iznosi:

$$k = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 [\text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}]$$

**Konstanta gravitacije je brojčano jednaka sili kojom se privlače dvije mase od jednog kilograma na udaljenosti od jednog metra. Tu je konstantu prvi odredio Cavendisch [Kevendiš].**

Dalja opažanja i istraživanja gibanja nebeskih tijela potpuno su potvrdila ovu zakonitost u Svetomiru. Tačnjim motrenjem gibanja planeta našla su se neka odstupanja od njihovih staza koje je utvrdio Kepler. Uzrok tim odstupanjima je djelovanje gravitacije drugih planeta. Ta se odstupanja planeta od njihovih eliptičnih staza zovu perturbacije, a mogu se

unaprijed izračunati za pojedine planete. Naime, po stazama planeta zna se unaprijed koliko će se pojedini planeti međusobno približiti. Ako su pri tom poznate mase tih planeta, može se izračunati koliko će biti djelovanje gravitacije, a prema tome i iznos perturbacije. Obratno, iz perturbacije, zapažene kod jednog planeta, može se izračunati masa onog planeta koji je tu perturbaciju prouzrokovao. Na osnovi računa perturbacija uspjela je mehanika da odredi velikom tačnošću mjesto na kojima će se nalaziti planeti na kraju određenog vremena. Račun perturbacija je čak omogućio da se otkriju novi planeti. Tako su kasnije prema proračunima otkriveni planeti Neptun i Pluton.

Iz svega ovoga vidimo kako se na osnovi fizikalnih zakona, potvrđenih i dokazanih na Zemlji, mogu otkriti i dokučiti prirodne zakonitosti u Svetomiru. Sve se u Svetomiru zbiva po stalnim prirodnim zakonima koje u prirodi ništa ne može mimoći.

**42. 3. Zemaljsko gravitaciono polje.** Prostor oko Zemlje u kome djeluje sila teža zove se zemaljsko gravitaciono polje. Kao Zemlja tako i svaka druga masa ima svoje gravitaciono polje, jer svaka masa privlači tijela u njenoj okolini.

Gravitaciona polja različitih masa su različita. Jakost  $J$  polja u nekoj njegovoj tački je sila, kojom zadano tijelo djeluje na jedinicu mase. Ako je  $m_2 = 1 \text{ kg}$ , onda je jakost gravitacionog polja tijela mase  $m_1$  na udaljenosti  $r$  od njenog središta

$$J = k \cdot \frac{m_1}{r^2}$$

Jakost zemaljskog gravitacionog polja dobijemo uspoređenjem izraza

$$F = m_2 \cdot g \quad F = k \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$$

pa je

$$g = k \frac{m_1}{R^2}$$

gdje je  $R =$  radius Zemlje.

**Jakost zemaljskog gravitacionog polja na nekom mjestu Zemlje je brojčano jednak akceleraciji sile teže na dotičnom mjestu.** Akceleracija  $9,81 \text{ ms}^{-2}$  nam kaže da Zemlja jedinicu mase od  $1 \text{ kg}$  na svojoj površini privlači silom od  $9,81 \text{ N}$ .

**42. 4. Mijenjanje sile teže na Zemlji.** Budući da Zemlja nije okrugla, nego splošteni elipsoid, to se težina tijela mijenja. Najveća je na polovima, a najmanja na ekvatoru. Osim toga djeluje na tijela i centrifugalna sila uslijed rotacije Zemlje. Na masu od  $1 \text{ kg}$  djeluje centrifugalna sila.

$$F_c = m R \omega^2 = m \cdot R \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} = 1 \text{ kg} \cdot 6378 \cdot 10^3 \text{ m} \frac{4\pi^2}{(24 \cdot 3600 \text{ s})^2} = 3,04 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

Za toliko se smanjuje sila teže koja djeluje na svaki kilogram mase na ekvatoru uslijed rotacije Zemlje.

## ZADACI

1. Odredi na osnovi zakona gravitacije masu Zemlje i njenu gustoću ako je polumjer Zemlje  $6378 \cdot 10^3$  m!

Uputa: Gravitacija kojom Zemlja mase  $M$  djeluje na neko tijelo mase  $m$  jednaka je težini  $G$  toga tijela, tj.

$$G = m \cdot g = k \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}$$

$$\text{Iz toga izlazi da je masa Zemlje } M = \frac{g \cdot R^2}{k} = \frac{(6,37 \cdot 10^6 \text{ m})^2 \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2}}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}}$$

$$M \doteq 6,10^{24} \text{ kg} \doteq 6 \text{ kvadriljuna kg}$$

Srednja gustoća Zemlje:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3} R^3 \pi} = \frac{6 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{\frac{4}{3} \pi (6,37 \cdot 10^6 \text{ m})^3} = 5,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

2. Izračunaj masu Zemlje pomoću zakona gravitacije primjenjenog na gibanje Mjeseca! Srednja udaljenost Mjeseca od Zemlje je 60 Zemljinih polumjera. tj.  $r = 60 R$ , a trajanje ophoda Mjeseca  $T = 27$  dana 7 sati i 43 min = 2 360 580 s.

Uputa: Centrifugalna je sila Mjeseca ako pretpostavimo gibanje po kružnici,

$$F_c = m \cdot r \cdot \omega^2$$

gdje je  $m$  masa Mjeseca

i drži ravnotežu gravitaciji Zemlje, pa je

$$F_c = k \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}, \text{ odnosno}$$

$$m \cdot r \cdot \omega^2 = k \frac{m M}{r^2}$$

$$\text{stoga je masa Zemlje } M = \frac{\omega^2 r^3}{k}; \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ s}^{-1}$$

3. Polumjer Marsa je 0,53 zemaljskog polumjera, njegova masa je 0,11 mase Zemlje. Koliko je puta gravitaciona sila na Marsu manja od gravitacione sile na Zemlji?

4. Koliko bi na Mjesecu bio težak čovjek, koji teži 70 kp? Masa Mjeseca je 1/80 Zemljine mase, a polumjer Mjeseca je 1735 km.

5. Masa Mjeseca je okruglo 1/80 Zemljine mase, a polumjer Mjeseca je približno 1/4 polumjera Zemlje. Koliko bi skočio uvis na Mjesecu čovjek, koji na Zemlji skoči 2 m visoko?

# HIDROMEHANIKA I AEROMEHANIKA

## HIDROSTATIKA

### 43. OSNOVNA SVOJSTVA TEKUĆINA

**43. 1. Oblik tekućine.** Da bismo krutome tijelu promijenili oblik, moramo primijeniti silu. Tako npr. različite metale oblikujemo na alatnim strojevima tokarenjem, struganjem, glodanjem, brušenjem itd. Međutim, tekućina lako mijenja svoj oblik i poprima oblik posude u kojoj se nalazi. Na tom svojstvu tekućina osniva se lijevanje. Lijevanje rastaljenom kovinom je oblikovanje metala ispunjavanjem šupljina koje ostavlja model (uzorak) u pijesku. Ta se šupljina zove kalup, a željezni okvir, koji služi za nabijanje pijeska, kalupnik. Nakon lijevanja metal se stvrđne i dobije tačan oblik kalupa. Slika 128. prikazuje lijevanje prstena.



Sl. 128.