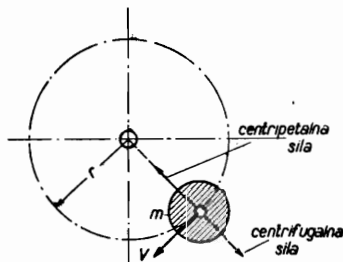
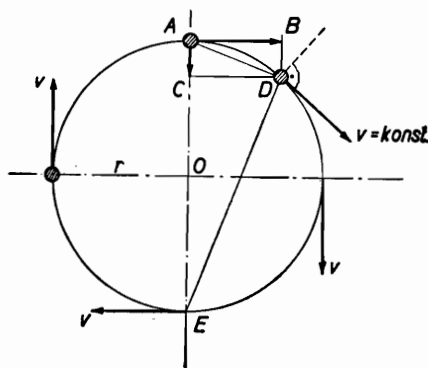


38. CENTRIFUGALNA I CENTRIPETALNA SILA

38.1. Veličina centrifugalne i centripetalne sile. Zavrtimo li rukom neko tijelo privezano za konopac, osjetit ćemo natezanje koje djeluje prema van u smjeru radijusa vrtnje. Prema tome, na tijelo koje se vrti djeluju dvije sile, jedna prema središtu, a to je u našem slučaju napetost konopca, a druga od središta, koja ga nastoji udaljiti od osi vrtnje. **Sila koja djeluje prema središtu vrtnje zove se centripetalna sila**, i ona je uzrok da tijelo prilikom vrtnje ostaje na kružnoj stazi. Inače bi tijelo po zakonu ustrajnosti zadržalo svoj smjer gibanja i udaljilo se u smjeru tangente na kružnu stazu. **Sila koja nastoji udaljiti tijelo od središta vrtnje u pravcu radijusa zove se centrifugalna sila.** Centrifugalna sila je u stvari reakcija centripetalnoj sili, pa te dvije sile moraju biti jednake po veličini, ali suprotnoga smjera (sl. 106). Stoga se one istovremeno javljaju i istovremeno nestaju. **Za održavanje jednolikog gibanja po kružnici nije potrebna nikakva radnja jer je radnja jednaka nuli kad sila djeluje okomito na smjer puta.** Što se ipak svaki kotač zaustavi kad na njega ne djeluje nikakva sila koja ga pokreće uzrok je trenje u ležaju osovine.



Sl. 106.



Sl. 107.

Iako smo uzeli u razmatranje jednoliko kružno gibanje pri kojem tijelo u jednakim vremenskim razmacima prevali jednake lukove, ne znači da je ovdje brzina stalna, ona je štaviše promjenljiva, pa je označujemo slovom v . Brzina je vektor, određen svojom veličinom i smjerom. Stoga se kod brzine može mijenjati veličina brzine ili smjer ili oboje. Kod jednolike rotacije ne mijenja se veličina brzine, već se mijenja njen smjer koji je u svakoj tački kružnice okomit na radijus. Svaka promjena brzine u jedinici vremena bilo po veličini bilo po smjeru je akceleracija.

Da odredimo tu akceleraciju, promatrat ćemo kružno gibanje materijalne tačke A u vrlo malom odsječku vremena (sl. 107). Tačka A će nakon vremena t doći u položaj D jer na nju djeluje centripetalna sila. Kad te sile ne bi bilo, tačka A bi došla nakon vremena t u položaj B. Za

mali dio puta možemo luk $\widehat{AD}$ zamijeniti tetivom $\overline{AD}$ koja je jednaka $v \cdot t$. Iz slike vidimo da put $\widehat{AD}$ možemo rastaviti na dvije komponente, i to u smjeru tangente $\overline{AB}$ i u smjeru radijusa ili normale $\overline{AC}$. Komponenta $\overline{AB}$ predstavlja put kod jednolikog gibanja zbog stalnog intenziteta brzine v , a komponenta $\overline{AC} = \frac{a_n}{2} \cdot t^2$ je put kod jednoliko ubrzanog gibanja zbog djelovanja sile. Prema tome, tijelo koje se giba po kružnici uvijek ima normalnu ili centripetalnu akceleraciju (a_n) sa smjerom prema središtu staze. Povucimo u našoj slici dijаметar $\overline{AE}$ i spojimo tačke D i E . Trokut ACD sličan je trokutu ADE , pa možemo postaviti razmjer:

$$\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AE} : \overline{AD}$$

$$v \cdot t : \frac{a_n}{2} \cdot t^2 = 2 \cdot r : v \cdot t$$

$$v^2 \cdot t^2 = \frac{a_n}{2} t^2 \cdot 2 \cdot r$$

Odatle izlazi da je normalna (centripetalna) akceleracija, (koja je po veličini jednaka centrifugalnoj akceleraciji).

$$a_n = a_c = \frac{v^2}{r}$$

Budući da je $v = 2r \cdot \pi \cdot n$, odnosno $v = r \cdot \omega$, možemo dobiti i ove izraze za centrifugalnu akceleraciju:

$$a_c = a_n = \frac{4r^2 \cdot \pi^2 \cdot n^2}{r}$$

pa je

$$\begin{aligned} a_c &= a_n = 4r \cdot \pi^2 \cdot n^2 \text{ ms}^{-2} \\ a_c &= a_n = r \cdot \omega^2 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

Kako je po drugom glavnom zakonu mehanike sila jednaka umnošku mase i akceleracije, to je centrifugalna, odnosno centripetalna sila:

$$F_c = m \frac{v^2}{r} = m \cdot r \cdot \omega^2 \text{ N}$$

ili

$$\begin{aligned} F_c &= m \cdot 4r \cdot \pi^2 \cdot n^2 \text{ N} \\ F_c &= \frac{G}{g} \cdot 4r \cdot \pi^2 \cdot n^2 \text{ N} \end{aligned}$$

gdje je n broj okreta u sekundi.

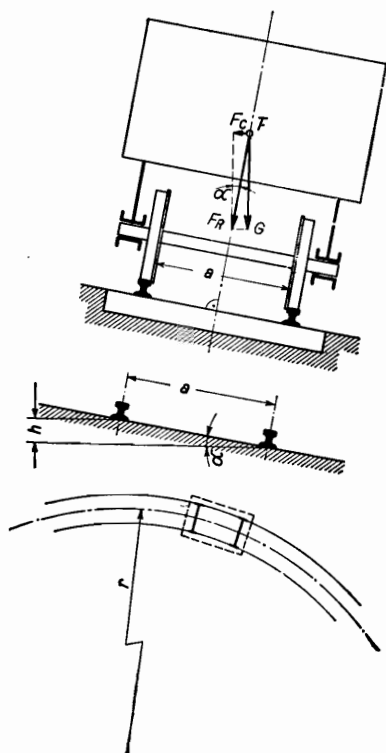
38. 2. Slobodne osi. Ako je masa nekog čvrstog tijela tako raspoređena da su sve njene čestice simetrične s obzirom na os oko koje se tijelo vrti, na tu os neće djelovati ni s jedne strane centrifugalna sila koja bi to tijelo nastojala pomaknuti iz njenog položaja. U tom slučaju se centrifugalne sile koje djeluju na te čestice međusobno ukidaju jer se centrifugalna sila jedne čestice poništava s centrifugalnom silom druge čestice.

Ovakvu os s obzirom na koju se poništavaju sve centrifugalne sile zovemo slobodnom osi. Ako se tijelo vrti oko osi koja nije slobodna, centrifugalne se sile neće ukidati, već će vršiti pritisak na os. Slobodna os tijela prolazi kroz težište. Za svako tijelo postoje najmanje tri slobodne osi, okomite jedna na drugoj, koje se sijeku u težištu tijela. Dijelovi strojeva koji rotiraju moraju biti tako izvedeni da je os rotacije ujedno i slobodna os tijela. Inače centrifugalna sila može iskriviti os. Kažemo da tijelo mora biti izbalansirano s obzirom na svoju os.

38. 3. Primjeri za centrifugalnu silu. — a) Kada vagon ili kola voze prevelikom brzinom, mogu se na zaokretu prevrnuti zbog centrifugalne sile. Da se to ne dogodi, na zavoju se tračnice nagnu iz horizontale toliko da rezultanta težine i centrifugalne sile, koje djeluju u težištu, pada kod najveće dopuštene brzine okomito na ravninu tračnica (sl. 108). Tako je pritisak na obje tračnice jednak.

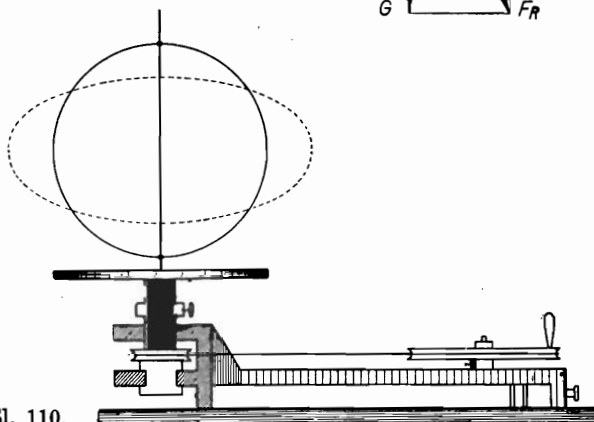
b) Zbog centrifugalne sile ceste moraju na zaokretima biti povišene s vanjske strane. Biciklist se mora nagnuti na zaokretu iz razloga koje prikazuje slika 109.

c) Zavrtimo li velikom brzinom na stroju za demonstriranje centrifugalne sile elastični čelični prsten (sl. 110) oko dijametralno položene



Sl. 108.

Sl. 109.



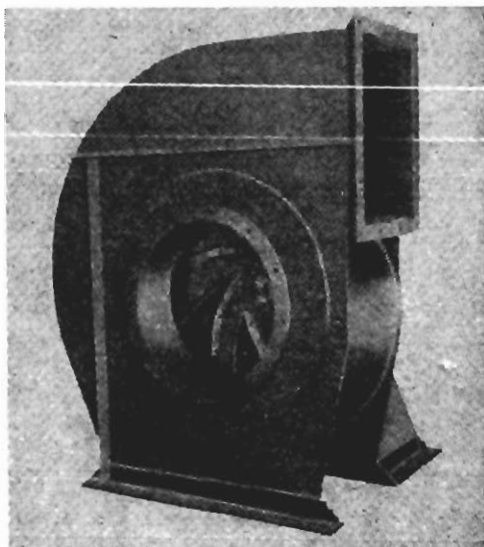
Sl. 110.

osi, on će se spljoštiti. Iz istog razloga spljoštena je na svojim polovima Zemljina kugla koja se vrti oko svoje osi.

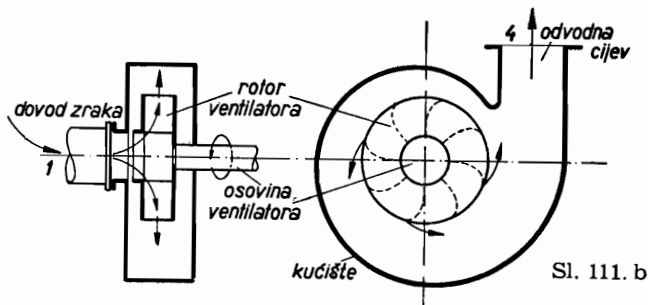
d) Centrifugalnu silu iskorišćujemo kod strojeva koji se zovu centrifuge. Ovamo spada centrifuga za maslac. Ona tiska iz mlijeka, koje se vrti velikom brzinom, specifično težu vodu. Na istom principu radi i centrifuga za sušenje rublja.

e) Ventilatori se osnivaju također na djelovanju centrifugalne sile. Ventilator se sastoji od okretnog kola, koji se zove rotor, i obočja. Kolo s lopaticama okreće se pomoću elektromotora ili kojeg drugog pogonskog stroja. Zbog centrifugalne sile zrak, koji se nalazi između lopatica, strujit će prema obodu, a na njegovo mjesto ulazit će novi zrak u sredinu rotora. Ventilatori sišu ili pušu zrak. U prvom slučaju izvlače zrak iz prostorija, npr. iz rudnika, zgrada, radionica i tjeraju ga u slobodnu atmosferu. U drugom slučaju sišu slobodan zrak iz atmosfere i potiskuju ga kroz cijev, npr. u talioničku peć, kovačku vatru itd.

Prema izradi ventilatore dijelimo na radijalne i aksijalne. Kod radijalnog ventilatora (slika 111. a, b) zrak ulazi kroz dovod 1, a istiskuje se kroz odvod 4. Kod aksijalnog ventilatora (sl. 112. a, b) zrak ulazi kroz dovodnu cijev 1, a istiskuje se pomoću lopatica 2 u slobodnu atmosferu ili u odvodnu cijev. Aksijalni ventilatori služe za velike količine zraka.



Sl. 111. a



Sl. 111. b

ZADACI

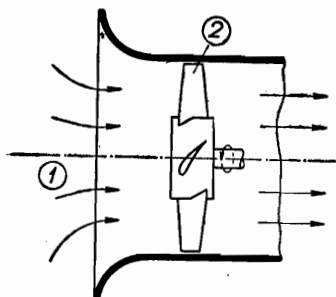
1. Željeznički vagon, težak 200 kN (sl. 113), giba se na zaokretu radijusa $r = 180$ m. Ako je razmak tračnica $a = 1,5$ m, visina težišta vagona iznad tračnica $h = 1,5$ m, kolika centrifugalna sila djeluje na vagon na zaokretu kod brzine od 60 kmh^{-1} i kod koje brzine nastupa opasnost da se vagon prevrne?

Rješenje:

$$v = \frac{60\,000}{3\,600} = 16,67 \text{ ms}^{-1}$$

$$F_c = \frac{m v^2}{r} = \frac{G \cdot v^2}{g \cdot r} = \frac{200\,000 \cdot 16,67^2}{10 \cdot 180} \doteq 30\,900 \text{ N}$$

Vagon će se na zaokretu prevrnuti ako je moment prevrtanja s obzirom na vanjsku tračnicu veći od momenta težine vagona.

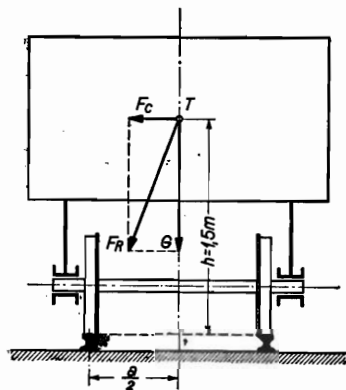


1. dovod zraka
2. lopatice

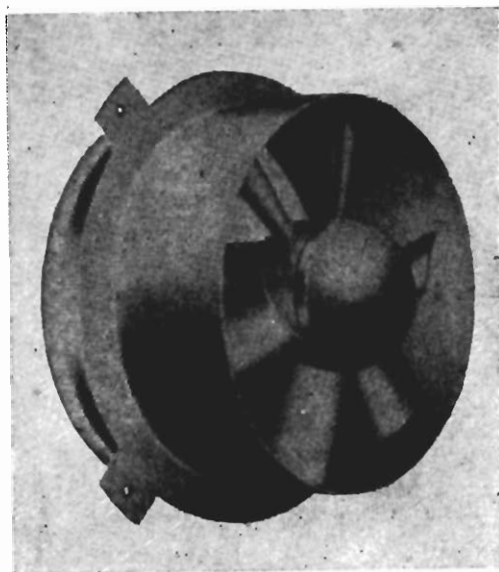
Sl. 112. a

$$F_c \cdot h = G \cdot \frac{a}{2}$$

$$\frac{G}{g} \cdot \frac{v_1^2}{r} \cdot h = G \cdot 0,75$$



Sl. 113.



Sl. 112. b

Prema tome, granična je vrijednost (v_1) dopuštene brzine:

$$v_1 = \sqrt{\frac{0,75 \cdot 9,81 \cdot 180}{1,5}} = 29,7 \text{ ms}^{-1} \doteq 107 \text{ kmh}^{-1}$$

Kada se ova brzina prekorači, vagon će se prevrnuti.

2. Kolika je centrifugalna sila vagona, teškog 100 kN, na zaokretu radijusa krivine 100 m, ako vozi brzinom od 7 ms⁻¹?

39. KINETIČKA ENERGIJA ROTIRAJUĆEG TIJELA I DINAMIČKI MOMENT INERCIJE

Kada se tijelo okreće jednoliko oko svoje osi, sve njegove čestice imaju istu kutnu brzinu ω , a različitu obodnu brzinu v , koja je to veća što je veća udaljenost r čestice od osi vrtnje (sl. 114). Čestica mase m_1 ima na udaljenosti r_1 od osi vrtnje obodnu brzinu $v_1 = r_1 \cdot \omega$, a kinetičku energiju $\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 r_1^2 \omega^2}{2}$. Čestica mase m_2 na udaljenosti r_2 ima obodnu brzinu

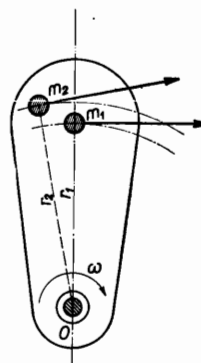
$v_2 = r_2 \cdot \omega$, a kinetičku energiju $\frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_2 r_2^2 \omega^2}{2}$ itd. Energija cijelog tijela jednaka je zbroju energija pojedinih čestica, tj

$$E_k = \frac{m_1 r_1^2 \omega^2}{2} + \frac{m_2 r_2^2 \omega^2}{2} + \frac{m_3 r_3^2 \omega^2}{2} + \dots$$

Označimo li zbroj grčkim slovom Σ (sigma), onda je:

$$E_k = \Sigma \frac{m_i r_i^2 \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \Sigma m_i r_i^2$$

pri čemu je $i = 1, 2, 3 \dots$



Sl. 114.

Izraz $\Sigma m_i r_i^2$, tj. zbroj umnožaka masa pojedinih čestica nekoga tijela i kvadrata njihove udaljenosti od osi rotacije, zove se dinamički moment inercije i označuje se slovom I_d . pa je

$$I_d = \Sigma m_i r_i^2$$

Prema tome je energija rotirajućeg tijela:

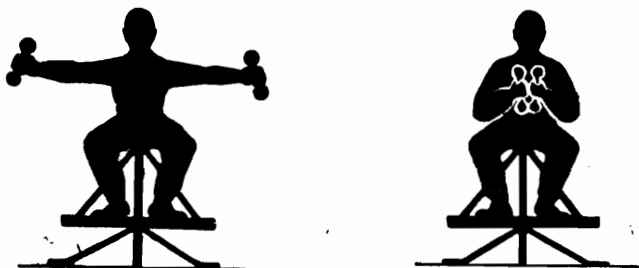
$$E_k = I_d \frac{\omega^2}{2} \text{ J (džula)}$$

Iz izraza za dinamički moment inercije možemo lako izvesti njegovu jedinicu, tj.

$$I_d = \Sigma m_i r_i^2 = [\text{kgm}^2]$$

Znači da je jedinica dinamičkog momenta inercije kgm².

Dinamički moment inercije ima vrlo važnu ulogu kod svih tijela velikih masa koja rotiraju. Tijela koja imaju veći dinamički moment inercije teže se stavljaju u gibanje, a isto tako ih je teško zaustaviti jer imaju veliku kinetičku energiju. Međutim, iz izraza za dinamički moment inercije vidimo da njegova veličina ne ovisi samo o masi, nego i također o udaljenosti njegovih pojedinih čestica od osi rotacije. U to se možemo uvjeriti i pokusom pomoću tzv. **Prandtlova stolca** koji se može okretati (sl. 115). Čovjek koji sjedi na stolcu raširenih ruku, u kojima drži utege, ima u vrtnji stanovitu kinetičku energiju. Ako čovjek za vrijeme vrtnje stavi naglo utege na prsa, smanjit će se udaljenost r mase utega od osi vrtnje, pa će se time smanjiti dinamički moment inercije. Da kinetička energija uz smanjeni moment inercije ostane ista, mora se povećati kutna brzina ω , a time broj okreta stolca.



Sl. 115.

ZADACI

1. Kolika je kinetička energija ploče promjera 3 m, debele 15 cm, koja čini 2 ok/s ako joj je specifična težina $\gamma = 75\,000\text{ N/m}^3$ ($= 7,5\text{ kp/dm}^3$)?

Uputa: Dinamički moment inercije okrugle ploče odnosno valjka jest $I_d = \frac{m r^2}{2}$

2. Izračunaj kinetičku energiju valjka promjera 500 mm i dužine 2 000 mm, ako čini 0,7 ok/s, $\gamma = 78\,500\text{ N/m}^3$ ($= 7,85\text{ kp/dm}^3$)!

40. GLAVNA DINAMIČKA JEDNADŽBA ROTIRAJUĆEG TIJELA

Djeluje li na zamašnjak stalna sila koja je veća od njegova trenja u ležajevima, on će se sve brže okretati i povećavati će se njegova kutna brzina. Povećanje kutne brzine u jedinici vremena zove se **kutna akceleracija**. Takvo kružno gibanje kod kojeg se kutna brzina u svakoj jedinici vremena povećava uvijek za jednu te istu vrijednost zove se **jednoliko ubrzano kružno gibanje**. Ako je zamašnjak u određenom momentu imao kutnu brzinu ω_0 , a nakon vremena t kutna brzina mu se povećala na vrijednost ω , kutna je akceleracija.

$$\beta = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$