gde su: m i m_0 – mase koje se privlače, γ – gravitaciona konstanta, a $\mathbf{R}$ – vektor položaja jedne materijalne tačke u odnosu na drugu, R – intenzitet vektora položaja.

Potencijal ove sile dat je izrazom (videti (2.98)):

$$U = \gamma \frac{m_0}{R}. \tag{2.65}$$

Stacionarno elektrostatičko polje

U elektrodinamici problem određivanja jačina električnog i magnetnog polja može da se svede na određivanje potencijala. Pođimo od Maksvelovih [9] jednačina za elektromagnetno polje u vakuumu:

$$\mathrm{div}\mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_o}\varrho, \quad \mathrm{div}\mathbf{B} = 0, \quad \mathrm{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \mathrm{rot}\mathbf{B} = \mu_o \mathbf{j} + \varepsilon_o \mu_o \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},$$

gde su $\mathbf{E}(x,y,z,t)$ i $\mathbf{B}(x,y,z,t)$ – jačina električnog i indukcija magnetnog polja respektivno, ε_0 – dielektrična konstanta u vakuumu, μ_0 – magnetna permeabilnost (propustljivost) vakuuma, a $\varrho(x,y,z,t)$ i $\mathbf{j}(x,y,z,t)$ – gustina naelektrisanja i gustina struje, respektivno.

Pogledajmo drugu i treću jednačinu (koje se u literaturi nazivaju bezizvorne jednačine, jer u njima ne figurišu gustina naelektrisanja i gustina struje, koje karakterišu izvore polja). Pošto je divergencija rotora, ma kog vektora, identički jednaka nuli (vidi (2.71), str. 100), možemo napisati da je

$$\mathbf{B} = \mathrm{rot}\mathbf{A} \quad \mathrm{div}\mathbf{B} = \mathrm{div}(\mathrm{rot}\mathbf{A}) = 0,$$

gde je $\mathbf{A} = \mathbf{A}(x,y,z,t)$. Kada to zamenimo u treću Maksvelovu jednačinu, dobijamo

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{rot}\mathbf{A} = \mathrm{rot}\left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right). \tag{2.66}$$

Kako je rotor gradijenta ma koje skalarne funkcije identički jednak nuli (vidi (2.69), str. 100), veličine $\mathbf{E}$ i $\dfrac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$ mogu da se razlikuju za gradijent neke skalarne funkcije Φ, gde je $\Phi = \Phi(x,y,z,t)$. Tako je

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathrm{grad}\Phi.$$

Vektorska funkcija $\mathbf{A}(x,y,z,t)$ i skalarna funkcija $\Phi(x,y,z,t)$ zovu se **vektorski** i **skalarni potencijal**, respektivno.

[9] Maxwell James Clark (1831-1879), britanski fizičar. Istraživao je u mnogim oblastima fizike, a najznačajnija dela su iz elektromagnetskih pojava. Postavio je četiri jednačine u kojima je izložen princip po kome promene u električnom polju izazivaju promene u magnetskom polju i obrnuto. Formulisao je zakon raspodele brzine molekula u gasu. Smatra se jednim od osnivača kinetičke teorije gasova, uz L. Boltzmanna i R. Clausiusa.

Da bismo videli fizički smisao skalarnog potencijala, pretpostavimo da je elektromagnetno polje stacionarno, tj. da se ne menja tokom vremena. Tada je $\dfrac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}=0$, pa je

$$\mathbf{E} = -\mathrm{grad}\boldsymbol{\Phi}. \tag{2.67}$$

Skalarnim množenjem vektorom pomeraja d$\mathbf{r}$ dobijamo

$$\mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{r} = -\mathrm{grad}\Phi \cdot \mathrm{d}\mathbf{r} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}\mathrm{d}x - \frac{\partial \Phi}{\partial y}\mathrm{d}y - \frac{\partial \Phi}{\partial z}\mathrm{d}z = -\mathrm{d}\Phi,$$

pa integracijom po nekom putu od beskonačnosti do tačke prostora u kojoj posmatramo polje, dobijamo

$$\Phi(x,y,z) = -\int_{\infty}^{(x,y,z)} \mathbf{E}\cdot\, \mathrm{d}\mathbf{r}.$$

Tako za stacionarno elektromagnetno polje skalarni potencijal predstavlja rad koji neka spoljašnja sila treba da izvrši nasuprot električnog polja da bi se jedinično naelektrisanje istog znaka kao i izvor polja dovelo iz beskonačnosti u posmatranu tačku (x, y, z). Uzima se da je vrednost skalarnog potencijala u beskonačnosti jednaka nuli.

Naravno, u slučaju vremenski promenljivog polja ovakav zaključak više ne važi.

Sam vektorski potencijal $\mathbf{A}(x, y, z)$ nema neposredni fizički smisao, dok njegov linijski integral po nekoj zatvorenoj konturi L ima. Naime, kako je

$$\int_L \mathbf{A}\cdot\, \mathrm{d}\mathbf{l} = \iint_S \mathrm{rot}\mathbf{A}\cdot\, \mathrm{d}\mathbf{S} = \iint_S \mathbf{B}\cdot\, \mathrm{d}\mathbf{S},$$

to je cirkulacija vektora vektorskog potencijala, po ma kakvoj zatvorenoj konturi, jednaka magnetnom fluksu kroz ma koju površ oivičenu tom konturom, što važi u najopštijem slučaju.

Kalibraciona ili gradijentna invarijantnost elektromagnetnog polja

Napomenimo da funkcije skalarnog i vektorskog potencijala za dato elektromagnetno polje nisu jednoznačne. To je posledica toga što se oni javljaju samo u obliku svojih izvoda, pa su određeni samo sa tačnošću do izraza koji se skraćuju pri operacijama u navedenim obrascima.

Za vežbu pokazati da se Maksvelove jednačine ne menjaju (invarijantne su) ako se $\mathbf{A}$ i Φ promene na sledeći način:

$$\Phi_o = \Phi - \frac{\partial f}{\partial t}; \quad \mathbf{A}_o = \mathbf{A} + \mathrm{grad}f,$$

gde je $f = f(x, y, z, t)$ neka funkcija promenljivih x, y, z, t.

Pošto Maksvelove jednačine određuju vrednosti $\mathbf{E}$ i $\mathbf{B}$ to znači da se za jedno elektromagnetno polje može definisati čitava familija vektorskih i skalarnih potencijala koji zadovoljavaju jednakosti (2.66) i (2.67). Najjednostavnije fizičko objašnjenje (uprošćeno za stacionarni slučaj) je primer elektrostatičkog polja gde nam gradijentna invarijantnost (nepromenljivost) daje slobodu da izaberemo referentni nivo (nivo na kome je potencijalna energija jednaka nuli) u odnosu na koji računamo potencijalnu energiju i potencijal. To znači da se u definiciji potencijala ne mora uzeti da probno naelektrisanje dolazi iz beskonačnosti već iz neke tačke prostora koja tako postaje referentni (nulti) nivo. Bez obzira kako definišemo referentni nivo, jačina elektrostatičkog polja je nepromenjena.

$$\mathbf{E} = \mathrm{grad}(\Phi + \phi) = \mathrm{grad}\Phi \quad \phi = const.$$

Ovde je ϕ praktično potencijal našeg izabranog referentnog nivoa u odnosu na beskonačnost.

Jednačine elektromagnetnog potencijala

Posmatraćemo šta se dobija kada skalarni i vektorski potencijal elektromagnetnog polja uvrstimo u Maksvelove jednačine za vakuum, u kojima figurišu izvori polja (gustina struje $\mathbf{j}$ i gustina naelektrisanja ρ).

$$\begin{aligned}
\mathrm{rot}\mathbf{B} &= \mu_o \mathbf{j} + \varepsilon_o \mu_o \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \\
\mathrm{rotrot}\mathbf{A} &= \mu_o \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial t}\left(-\mathrm{grad}\Phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right)\varepsilon_o \mu_o, \\
-\Delta \mathbf{A} + \mathrm{graddiv}\mathbf{A} &= \mu_o \mathbf{j} - \left(\mathrm{grad}\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2}\right)\varepsilon_o \mu_o, \\
\Delta \mathbf{A} - \varepsilon_o \mu_o \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} &= -\mu_o \mathbf{j} + \mathrm{grad}\left(\mathrm{div}\mathbf{A} + \varepsilon_o \mu_o \frac{\partial \Phi}{\partial t}\right).
\end{aligned}$$

Zahvaljujući gradijentnoj invarijantnosti potencijala, $\mathbf{A}(x, y, z, t)$ i $\Phi(x, y, z, t)$ mogu da se odaberu tako da zadovoljavaju izraz

$$\mathrm{div}\mathbf{A} + \varepsilon_o \mu_o \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0,$$

pa je

$$\Delta \mathbf{A} - \varepsilon_o \mu_o \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial \mathbf{t^2}} = -\mu_o \mathbf{j}.$$

S druge strane je:

$$\begin{aligned}
\mathrm{div}\mathbf{E} &= \frac{1}{\varepsilon_o}\rho, \\
\mathrm{div}\left(-\mathrm{grad}\Phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right) &= \frac{1}{\varepsilon_o}\rho, \\
\Delta \Phi + \frac{\partial}{\partial t}(\mathrm{div}\mathbf{A}) &= -\frac{1}{\varepsilon_o}\rho.
\end{aligned}$$

Kako je $\operatorname{div}\mathbf{A} = -\varepsilon_o\mu_o\dfrac{\partial\Phi}{\partial t}$ to je

$$\Delta\Phi - \varepsilon_o\mu_o\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = -\frac{1}{\varepsilon_o}\rho.$$

Tako smo umesto četiri Maksvelove parcijalne diferencijalne jednačine koje su spregnute, u kojima su nepoznati $\mathbf{E}$ i $\mathbf{B}$, dobili četiri raspregnute jednačine, koje su lakše za rešavanje, u kojima su nepoznate veličine $\mathbf{A}$ i Φ.

Neke osobine divergencije

a) $\operatorname{div}(c\mathbf{a}) = c\cdot\operatorname{div}\mathbf{a}$, c=const.

b) $\operatorname{div}(\mathbf{a}+\mathbf{b}) = \operatorname{div}\mathbf{a} + \operatorname{div}\mathbf{b}$,

c) $\operatorname{div}(u\mathbf{a}) = u\cdot\operatorname{div}\mathbf{a} + \mathbf{a}\cdot\operatorname{grad}u$, gde je u skalarna funkcija.

Dokaz.

Ovde ćemo da dokažemo samo osobinu c), a osobine a) i b), kao lakše, ostavljamo čitaocu za vežbu.

Kako je:

$$u\mathbf{a} = u\,a_x\mathbf{i} + u\,a_y\mathbf{j} + u\,a_z\mathbf{k} = (u\,a_x)\mathbf{i} + (u\,a_y)\mathbf{j} + (u\,a_z)\mathbf{k},$$

to je:

$$\begin{aligned}
\operatorname{div}(u\mathbf{a}) &= \frac{\partial}{\partial x}(ua_x) + \frac{\partial}{\partial y}(ua_y) + \frac{\partial}{\partial z}(ua_z) = \\
&= u\cdot\frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x}\cdot a_x + u\cdot\frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial y}\cdot a_y + u\cdot\frac{\partial a_z}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial z}\cdot a_z = \\
&= u\left(\frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}\right) + \frac{\partial u}{\partial x}\cdot a_x + \frac{\partial u}{\partial y}\cdot a_y + \frac{\partial u}{\partial z}\cdot a_z = \\
&= u\cdot\operatorname{div}\mathbf{a} + \mathbf{a}\cdot\operatorname{grad}u,
\end{aligned}$$

čime je prethodna osobina dokazana.

Neke osobine rotora

a) $\operatorname{rot}\mathbf{c}=0$, ako je $\mathbf{c}=\overrightarrow{\text{const}}$.

b) $\operatorname{rot}(c\,\mathbf{a}) = c\operatorname{rot}\mathbf{a}$, c =const.,

c) $\operatorname{rot}(\mathbf{a}+\mathbf{b}) = \operatorname{rot}\mathbf{a} + \operatorname{rot}\mathbf{b}$,

d) $\operatorname{rot}(u\,\mathbf{a}) = u\operatorname{rot}\mathbf{a} + \mathbf{a}\times\operatorname{grad}u$, gde je u skalarna funkcija.

2.2.6 Kratak pregled uvedenih pojmova

		vektorske operacije I vrste		vektorske operacije II vrste
u – skalarna funkcija	$\rightarrow$	$\operatorname{grad} u$ – vektor	$\rightarrow$	$\begin{cases} \operatorname{div}(\operatorname{grad} u) \\ \operatorname{rot}(\operatorname{grad} u) \end{cases}$
$\mathbf{a}$ – vektorska funkcija	$\rightarrow$	$\operatorname{div} \mathbf{a}$ – skalar	$\rightarrow$	$\operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{a})$
		$\operatorname{rot} \mathbf{a}$ – vektor	$\rightarrow$	$\begin{cases} \operatorname{div}(\operatorname{rot} \mathbf{a}) \\ \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{a}) \end{cases}$

Operacije višeg reda

Neka je $u = u(x, y, z)$ skalarno polje, tada je:

$$\operatorname{grad} u = \frac{\partial u}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial u}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial u}{\partial z}\mathbf{k} = u'_x\mathbf{i} + u'_y\mathbf{j} + u'_z\mathbf{k}.$$

Izračunajmo sada vektorske veličine II vrste:

a)

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \operatorname{grad} u &= \\ &= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right) = \\ &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \nabla u \quad - \quad \text{je skalar.} \end{aligned} \tag{2.68}$$

b)

$$\operatorname{rot}(\operatorname{grad} u) = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \end{vmatrix} =$$

$$= \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial y}\right)\mathbf{i} - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x}\right)\mathbf{j} + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} - \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right)\mathbf{k}.$$

Kako je, za neprekidne funkcije:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial y}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} &= \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}, \end{aligned}$$

to konačno dobijamo

$$\mathrm{rot}\,(\mathrm{grad}\,u) \equiv 0. \tag{2.69}$$

c)

$$\begin{aligned}
\mathrm{grad}\,(\mathrm{div}\,\mathbf{v}) &= \\
&= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)\mathbf{i}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)\mathbf{j}+\\
&+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)\mathbf{k} =\\
&= \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v_y}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 v_z}{\partial x\partial z}\right)\mathbf{i}+\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y\partial x}+\frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v_z}{\partial y\partial z}\right)\mathbf{j}+\\
&+\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial z\partial x}+\frac{\partial^2 v_y}{\partial z\partial y}+\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right)\mathbf{k}.
\end{aligned}$$

d)

$$\mathrm{div}\,(\mathrm{rot}\,\mathbf{v}) = ?$$

Neka je

$$\mathbf{v} = v_x\,\mathbf{i} + v_y\,\mathbf{j} + v_z\,\mathbf{k},$$

odakle, prema definiciji (2.46) na str. 92, za rot $\mathbf{v}$ dobijamo:

$$\begin{aligned}
\mathrm{rot}\,\mathbf{v} = \left(\frac{\partial v_z}{\partial y}-\frac{\partial v_y}{\partial z}\right)\mathbf{i}+\left(\frac{\partial v_x}{\partial z}-\frac{\partial v_z}{\partial x}\right)\mathbf{j}+\left(\frac{\partial v_y}{\partial x}-\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)\mathbf{k} \Rightarrow\\
\Rightarrow \mathrm{rot}\,\mathbf{v} = a_1\,\mathbf{i} + a_2\,\mathbf{j} + a_3\,\mathbf{k} \equiv \mathbf{a},
\end{aligned} \tag{2.70}$$

gde smo uveli sledeće oznake:

$$\left(\frac{\partial v_z}{\partial y}-\frac{\partial v_y}{\partial z}\right) \equiv a_1,\ \left(\frac{\partial v_x}{\partial z}-\frac{\partial v_z}{\partial x}\right) \equiv a_2,\ \left(\frac{\partial v_y}{\partial x}-\frac{\partial v_x}{\partial y}\right) \equiv a_3.$$

Dalje, kako je

$$\mathrm{div}\,\mathbf{a} = \frac{\partial a_1}{\partial x}+\frac{\partial a_2}{\partial y}+\frac{\partial a_3}{\partial z},$$

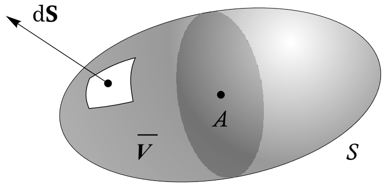
to konačno dobijamo:

$$\begin{aligned}
\mathrm{div}\,(\mathrm{rot}\,\mathbf{v}) &= \\
&= \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x\partial y}-\frac{\partial^2 v_y}{\partial x\partial z}\right)+\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y\partial z}-\frac{\partial^2 v_z}{\partial x\partial y}\right)+\left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x\partial z}-\frac{\partial^2 v_x}{\partial y\partial z}\right)\\
&\equiv 0.
\end{aligned} \tag{2.71}$$

2.2.7 Prostorno diferenciranje

Postupak uopštavanja izvoda u pravcu, naziva se **prostorno diferenciranje**, a rezultat do koga ovaj postupak dovodi naziva se **prostorni izvod**.

Posmatrajmo neku funkciju $\varphi(\mathbf{r})$ koja može da bude skalarna ili vektorska funkcija položaja.



Slika 2.10:

Uočimo u polju ove funkcije neku tačku A i jednu oblast $\overline{V}$ (deo prostora) ograničenu zatvorenom orijentisanom površi S, tako da $A \in \overline{V}$. Neka je

$$\mathrm{mes}\overline{V} = V \tag{2.72}$$

merni broj zapremine ove oblasti, a d$\mathbf{S}$ vektorski površinski element na zatvorenoj orijentisanoj površi S. Pretpostavimo dalje, da je φ integrabilna funkcija na površi S, tj. postoji integral po zatvorenoj površi S

$$I = \iint_S \varphi(\mathbf{r}) \circ \mathrm{d}\mathbf{S}. \tag{2.73}$$

Ovaj integral može da bude skalarna ili vektorska funkcija veličine V, oblasti $\overline{V}$, koju ograničava zatvorena površ S.

Posmatrajmo sada veličinu I/V i pustimo da se površina "steže" oko fiksne tačke A, tj. neka $V \to 0$. Sada se postavlja pitanje postojanja i određivanja granične vrednosti količnika I/V.

Definicija.

Prostornim izvodom funkcije $\varphi(\mathbf{r})$ nazivamo graničnu vrednost

$$\lim_{V\to 0} \frac{\iint_S \varphi(\mathbf{r}) \circ \mathrm{d}\mathbf{S}}{V}, \tag{2.74}$$

ako ona postoji.

Ako je $\varphi(\mathbf{r})$ skalarna funkcija položaja, tada je $\varphi(\mathbf{r})\circ\mathrm{d}\mathbf{S}$ vektor, pa je i prostorni izvod vektor, koji označavamo sa

$$\nabla\varphi(\mathbf{r}) = \lim_{V\to 0} \frac{\iint_S \varphi(\mathbf{r})\,\mathrm{d}\mathbf{S}}{V}. \tag{2.75}$$

Može da se dokaže da ova veličina predstavlja već definisani **gradijent**

$$\operatorname{grad}\varphi = \nabla\varphi(\mathbf{r}) = \lim_{V\to 0}\frac{\iint_S \varphi(\mathbf{r})\,\mathrm{d}\mathbf{S}}{V}. \tag{2.76}$$

Ako je $\varphi(\mathbf{r})$ vektorska funkcija položaja

$$\varphi(\mathbf{r}) \equiv \mathbf{v}(\mathbf{r}), \tag{2.77}$$

tada, prema kružić–proizvodu, razlikujemo dva slučaja.

U prvom, gde kružić–proizvod predstavlja skalarni proizvod, proizvod $\mathbf{v}\circ\mathrm{d}\mathbf{S}$ predstavlja skalar, pa je i prostorni izvod skalar, označen sa

$$\nabla\mathbf{v} = \operatorname{div}\mathbf{v} = \lim_{V\to 0}\frac{\iint_S \mathbf{v}\cdot\mathrm{d}\mathbf{S}}{V} \tag{2.78}$$

koji zovemo **divergencija**.

U drugom slučaju, gde kružić–proizvod predstavlja vektorski proizvod, proizvod $\mathbf{v}\times\mathrm{d}\mathbf{S}$ predstavlja vektor, pa je odgovarajući prostorni izvod vektor, koji označavamo sa:

$$\nabla\times\mathbf{v} = \operatorname{rot}\mathbf{v} = \lim_{V\to 0}\frac{\iint_S \mathbf{v}\times\mathrm{d}\mathbf{S}}{V} \tag{2.79}$$

i definiše veličinu koju zovemo **rotor**.

Iz prethodnih definicija: *gradijenta*, *divergencije* i *rotora*, sledi njihova nezavisnost od izbora koordinatnog sistema, što smo napomenuli pri njihovoj definiciji u prethodnom poglavlju.

Divergencija i rotor vektorske funkcije konstantnog pravca

Od posebnog je interesa nalaženje izraza za divergenciju vektorske funkcije konstantnog pravca. Posmatrajmo takav jedan vektor $\mathbf{c}$

$$\mathbf{c} = c\,\mathbf{c}_0, \quad \text{gde je } \mathbf{c}_0 \text{ jedinični vektor konstantnog pravca.} \tag{2.80}$$

Dalje, po definiciji je:

$$\operatorname{div}\mathbf{c} = \lim_{V\to 0}\frac{\iint_S \mathbf{c}\,\mathrm{d}\mathbf{S}}{V} = \lim_{V\to 0}\frac{\iint_S c\,\mathrm{d}\mathbf{S}}{V}\cdot\mathbf{c}_0 = \operatorname{grad}c\cdot\mathbf{c}_0. \tag{2.81}$$

Koristeći ovu relaciju možemo da napišemo analitički izraz za divergenciju u pravouglom koordinatnom sistemu.

Posmatrajmo neku vektorsku funkciju, izraženu na jedan od načina [10]

$$\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k} = v_1\mathbf{e}_1 + v_2\mathbf{e}_2 + v_3\mathbf{e}_3 = \sum_{i=1}^{3} v_i\mathbf{e}_i = v_i\mathbf{e}_i. \tag{2.82}$$

[10] Napomenimo da smo pri pisanju ovog izraza koristili konvenciju o sabiranju, prema kojoj je $\sum_{i=1}^{3} v_i\mathbf{e}_i \equiv v_i\mathbf{e}_i$, odnosno vrši se sabiranje po ponovljenim indeksima.