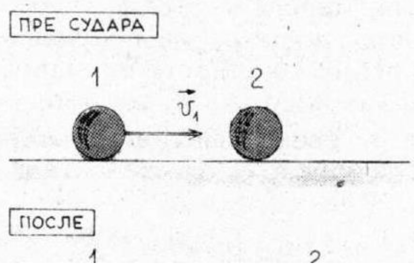
МАСА, ИМПУЛС, СИЛА

Свако од нас поседује неку представу о маси. Стављајући два тела у две руке скоро непогрешиво процењујемо које од њих има већу масу. Међутим, овај „осећај за масу" који стичемо свакодневним искуством, не помаже нам много да дефинишемо масу као физичку величину. Зато посматрајмо једноставан опит — судар два кликера једнаких полупречника, једног начињеног од гвожђа, а другог од стакла (сл. 3-2). Колику ће брзину $\vec{v}_1$ пре судара да саопшти играч кликеру од гвожђа (1) зависи од много чега. Непосредно после судара кликери 1 и 2 имају неке нове брзине $\vec{v}_1{}'$ и $\vec{v}_2{}'$. Пошто су се у



Сл. 3-2

судару промениле брзине, оба кликера добила су убрзања. Кликер од гвожђа:

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_1}{\Delta t},$$

а кликер од стакла:

$$\vec{a}_2 = \frac{\vec{0} - \vec{v}_2'}{\Delta t}$$

где је Δt време судара. Мерење убрзања $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$ није нимало једноставан задатак. Међутим, без обзира на величину убрзања (која у крајњој линији зависи од играча кликера) занимљиво је да је однос апсолутних вредности убрзања гвозденог и стакленог кликера увек константан и износи:

$$\frac{|\vec{a}_1|}{|\vec{a}_2|} = \frac{1}{3}. \tag{3.1}$$

(за гвоздени и пластични кликер овај однос био би око 1/7.)

Свако тело поседује особину која одређује однос његовог убрзања према убрзању тела с којим је оно интераговало. *Ову специјалну особину тела зовемо инертност, а физичка величина којом изражавамо инертност тела је маса (m).* Тело које добије мање убрзање је инертније и има већу масу.

Ако означимо масе кликера са m_1 и m_2 однос апсолутних вредности њихових убрзања је обрнуто пропорционалан односу њихових маса:

$$\frac{|\vec{a}_1|}{|\vec{a}_2|} = \frac{m_2}{m_1} \tag{3.2}$$

(За гвоздени и стаклени кликер је $m_2/m_1 = 1/3$, јер је густина гвожђа око 3 пута већа од густине стакла).

Према формули (3.2) однос маса два тела 1 и 2 одређујемо тако што их доводимо у интеракцију, а затим меримо однос њихових убрзања. Масу само једног тела (m_1) налазимо из односа убрзања еталона масе ($m_2 = 1$ kg) и убрзања тела непознате масе (m_1). Наравно, овакво мерење маса тела, мерењем њихових убрзања, није остварљиво у свакодневном животу, када су нам довољне и обичне теразије. Међутим, то је само срећна околност. За одређивање масе Месеца или електрона теразије не могу да се користе.

Маса је скаларна и увек позитивна величина. Ако неколико тела маса $m_1, m_2, m_3, \ldots$ спојимо у сложено тело маса сложеног тела једнака је:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots \tag{3.3}$$

То значи да је маса адитивна величина. Адитивност маса нарушена је једино када између саставних тела делују врло јаке силе (на пример, силе између протона и неутрона у атомском језгру).

За тело масе m које се креће брзином $\vec{v}$ дефинише се *импулс* $\vec{p}$. Импулс је једнак производу масе тела и његове брзине, и динамички карактерише кретање тела:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \tag{3.4}$$

Када тело интерагује са околном средином мења се и његов импулс. Јединица за импулс је $kg \cdot m \cdot s^{-1}$.

Иако је интеракција тела узајамни процес врло често посматрамо кретање само једног тела. Утицај другог тела које га убрзава кратко зовемо *силом. Величина која квантитативно одређује деловање спољашњих тела на тело, због чега се оно убрзава, или деформише назива се силом.*

Сила је векторска величина, а обележаваћемо је словом $\vec{F}$. Јединица за силу је 1 N (Њутн) = 1 kg × 1 m/s².

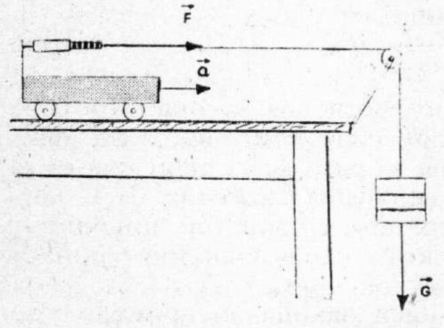
При решавању конкретних задатака обавезно морамо да назначимо тело које „производи" силу, тело на које сила делује, као и врсту (тип) силе. У основној школи смо упознали три типа сила: силу тежине, силе еластичности и силе трења.

ДРУГИ ЊУТНОВ ЗАКОН

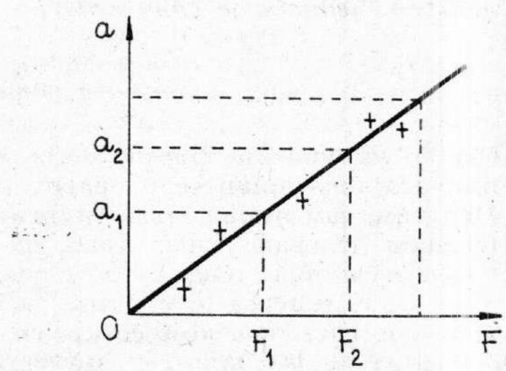
Други Њутнов закон је један од основних закона природе и механике. Он говори о томе колико убрзање $(\vec{a})$ добије тело масе m, када на њега делује сила $\vec{F}$.

Веза између убрзања, масе и силе може да се установи опитима помоћу уређаја приказаног на сл. 3-3. Лака колица постављена су на хоризонталне шине. Колица вуче сила затезања $\vec{F}$, која настаје када се на други крај нити, пребачене преко котура, обесе тегови. Сила $\vec{F}$ се мери динамометром учвршћеним за колица. Убрзање колица израчунава се помоћу измерених растојања која она прелазе у једнаким интервалима времена. Маса колица и тегова мери се обичним теразијама.

Не мењајући масу колица (m=const) изводимо низ експеримената мењајући величину силе затезања нити $(\vec{F})$. Резултате мерења



Сл. 3-3



Сл. 3-4

приказујемо на дијаграму на чије осе се наносе величине сила и убрзања. Запажа се да се експериментални резултати осипају око праве линије (сл. 3-4). Права линија нас упућује на закључак да је убрзање колица директно пропорционално сили која вуче колица, тј.: однос убрзања под деловањем две различите силе је према томе:

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{F_1}{F_2}. \tag{3.5}$$

У новој серији опита код сталне силе затезања ($F=\text{const}$), а мењамо масу колица. Што је већа маса тегова који леже на колицима то ће мање да буде убрзање колица под дејством сталне силе. Цртајући дијаграм зависности убрзања од масе, налазимо да су убрзања обрнуто пропорционална масама; односно, за две различите масе однос убрзања је:

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{m_2}{m_1} \tag{3.6}$$

Комбинујући формуле (3.5) и (3.6) закључујемо да је убрзање које добија тело директно пропорционално сили која делује на њега, а обрнуто пропорционално његовој маси. Овај исказ је једна од могућих формулација другог Њутновог закона, који се изражава једначином:

$$\vec{a}=\frac{1}{m}\vec{F}, \tag{3.7}$$

Или чешће као:

$$\vec{F}=m\vec{a}. \tag{3.8}$$

Други Њутнов закон исказује се и речима: *сила је једнака производу масе и убрзања.*

У нашим експериментима са колицима увек је једна величина (сила или маса) била константна. Међутим маса тела не мора обавезно да буде константна. (Маса капи кише која се креће кроз влажну атмосферу стално се увећава). У том случају други Њутнов закон мора да се дефинише не преко масе и убрзања него преко промене импулса тела. Закон у овом облику гласи:

Промена импулса тела подељена интервалом времена за који се одиграла једнака је сили која је деловала на тело, тј.:

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}=\vec{F} \quad \text{или} \quad \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t}=\vec{F}. \tag{3.9}$$

Ово је најопштија формулација другог Њутновог закона. Промена импулса тела врши се у правцу и смеру силе која делује на тело. Међутим, сам импулс тела (и брзина) не морају да се подударају са правцем деловања силе. Тако, на пример, сила може да буде нормална на импулс тела. У том случају кретање се врши по кружници, а промене импулса (и убрзање) усмерени су као и сила, по радијусу повученом од тела које се креће, до центра круга.

Илуструјмо примену другог Њутновог закона на примеру кретања тела под деловањем сталне силе $F=\text{const}$ (рецимо случај слободног пада, када је $F=mg$). Нека је у почетном тренутку времена, $t_o=0$, брзина тела била једнака v_o. Циљ је наћи брзину у тренутку када је тело прешло пут s. Из израза (3.9) следи да је у случају када је сила стална промена импулса пропорционална трајању деловања силе, тј.:

$$\Delta p = m(v - v_o) = F(t - t_o) = F \cdot t$$

или:

$$v = v_o + \frac{F}{m} t.$$

Из кинематике нам је познато да исти израз за брзину:

$$v = v_o + at$$

важи у случају равномерно убрзаног кретања (2.13), што се овде могло и очекивати, јер је сила стална. Пређени пут код оваквог кретања једнак је , (2.14):

$$s = v_o t + \frac{at^2}{2} = v_o t + \frac{Ft^2}{2m},$$

а тражена брзина, после пређеног пута s једнака је, (2.16) и (2.17):

$$v = \sqrt{v_o^2 \pm 2as} = \sqrt{v_o^2 \pm \frac{2Fs}{m}}.$$

Знак „+" важи у случају када сила делује у смеру почетне брзине а знак „—" у супротном.

ЗАКОН ИНЕРЦИЈЕ (ПРВИ ЊУТНОВ ЗАКОН)

На столу мирује тениска лопта. Ударимо ли је благо врховима прстију лопта ће се покренути и зауставити пошто је прошла неко растојање. Што је углачаније подлога стола и лопта то ће она даље да се откотрља. Замислимо ли да је лопта идеално округла, а површина стола идеално глатка, тј. замислимо да нема трења. Да ли ће се у овом идеализованом случају лопта која је почела да се креће икад зауставити? Услови за овакав експеримент не могу да се остваре у нашој учионици, али је разумно претпоставити да ће под идеалним условима стално да се котрља — праволинијски, сталном брзином. До оваквог закључка први је дошао Галилео Галилеј, који га је изразио речима: *Тело слободно од спољашњих утицаја остаје у миру или униформном праволинијском кретању у односу на Земљу.* Овај Галилејев закон — закон инерције — укључио је касније енглески физичар Исак Њутн у основне законе динамике, па се данас закон инерције најчешће и зове први Њутнов закон.

Дакле, ако на неки начин компензујемо деловање спољашњих сила то ће у односу на Земљу посматрано тело да се креће униформно или једноставно да мирује. Систем референције у односу на који важи први Њутнов закон зове се *инерцијални систем референције.* Земља јесте у извесним случајевима инерцијални систем, али она није једини инерцијални систем. Таквих система има безброј. Ако је из експеримента познат један инерцијални систем референције инерцијални су и сви они системи који се, у односу на њега, крећу униформно, или мирују.

Први Њутнов закон служи да се дефинишу инерцијални системи референције. *Сви Њутнови закони важе само у инерцијалним системима.*

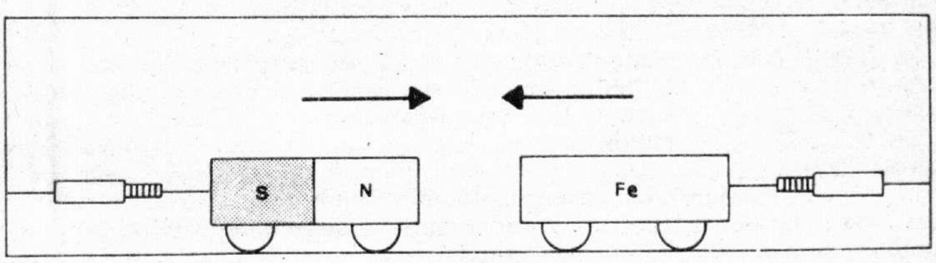
Воз који се равномерно креће праволинијским шинама у односу на површину Земље је инерцијални систем референције. Путник у возу и шеф станице могу да проверавају други Њутнов закон, изводећи, на пример, експеримент са колицима који смо раније описали. Обојица ће добијати исте резултате. Ситуација се мења када воз уђе у оштру кривину — када убрзава. Путник у возу добијаће, нове, неочекиване резултате. Када његов систем референције (воз) убрза у односу на Земљу у њему осим правих сила почињу да делују тзв. *силе инерције*, које немају изворе у другим телима већ су само последица убрзаног кретања. За путника у возу више не вреди други Њутнов закон, он се налази у *неинерцијалном систему референције*.

ЗАКОН АКЦИЈЕ И РЕАКЦИЈЕ

Покушамо ли да померимо с места тежак сто осетићемо да и сто делује на нас. Ако је сто довољно тежак а подлога на којој стојимо глатка уместо стола почећемо сами да се крећемо (сл. 3-5). Магнет привлачи к себи гвоздени предмет, али и гвоздени предмет привлачи магнет у опиту приказаном на сл. 3-6. Динамометри показују да су силе које делују на магнет и предмет једнаког интензитета. Уопште, ако тело 1 делује на тело 2 онда и тело 2 делује на тело 1. *Сила којом тело 1 делује на тело 2 ($\vec{F}_{12}$) истог је интензитета, а супротног смера, сили којом тело 2 делује на тело 1 ($\vec{F}_{21}$)*, тј.:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}; \quad |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|. \tag{3.10}$$

Сл. 3-5



Сл. 3-6

Ово је закон акције и реакције, или трећи Њутнов закон. Ако је $\vec{F}_{12}$ сила акције $\vec{F}_{21}$ је сила реакције и обрнуто. Но, њихов збир није једнак нули, јер се те силе не сабирају — оне делују на различита тела.

Према другом Њутновом закону тело 1 добија убрзање:

$$\vec{a}_1=\frac{\vec{F}_{12}}{m_1},\ \text{а тело 2 убрзање:}\ \vec{a}_2=\frac{\vec{F}_{21}}{m_2}. \tag{3.11}$$

Како је према закону акције и реакције $\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}$ налазимо да је:

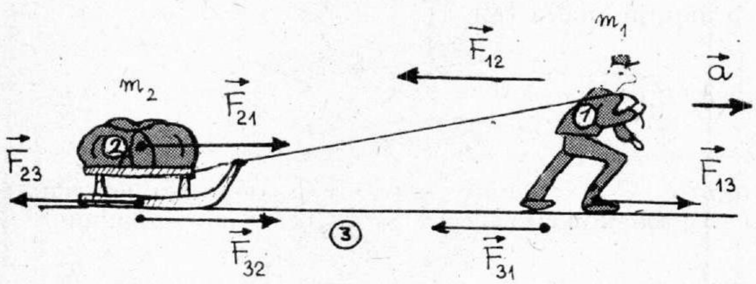
$$\vec{a}_1=-\cdot\frac{m_2}{m_1}\vec{a}_2 \tag{3.12}$$

Дакле, *два тела која интерагују имају убрзања истог правца, супротног смера, а обрнуто пропорционална њиховим масама.* Јабука која пада према Земљи убрзањем g целој Земљи саопштава убрзање g_Z. Јабука пада према „доле", а Земља њој у сусрет — према „горе". Однос ова два убрзања је: g_Z/g = (маса јабуке)/(маса Земље). Како је маса Земље 10^{25} пута већа од масе јабуке убрзање Земље је исто толико пута мање од убрзања јабуке — дакле, занемарљиво.

Примери примене трећег Њутновог закона су многобројни. Навешћемо само два.

Размотримо под којим условима човек који вуче терет на санкама може заједно са теретом да се креће убрзано у правцу приказаном на сл. 3-7. У овом примеру интерагују три тела: човек (1), санке (2) и Земља (3). Човек и санке крећу се убрзано као резултат деловања човека са земљом ($\vec{F}_{13}$) и санкама (сила $\vec{F}_{12}$), санки са земљом ($\vec{F}_{23}$) и човеком ($\vec{F}_{21}$) и земље са човеком ($\vec{F}_{31}$) и санкама ($\vec{F}_{32}$). Убрзање човека и санки налазимо тако што на једно и друго тело применимо други Њутнов закон. Добијамо две једначине:

$$\begin{aligned} m_1\vec{a}&=\vec{F}_{12}+\vec{F}_{13},\\ m_2\vec{a}&=\vec{F}_{21}+\vec{F}_{23}. \end{aligned} \tag{3.13}$$



Сл. 3-7

где су m_1 и m_2, масе човека и санки. (Претпоставили смо да је канап неистегљив и без масе). Саберимо изразе у формули (3.13).

$$(m_1+m_2)\vec{a}=(\vec{F}_{12}+\vec{F}_{13})+(\vec{F}_{21}+\vec{F}_{23}) \tag{3.14}$$

Пошто је на основу трећег Њутновог закона $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, следи да је:

$$(m_1 + m_3)\vec{a} = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} \tag{3.15}$$

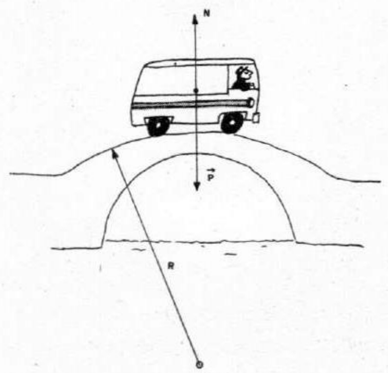
Пројектујмо сваки вектор у овој формули на хоризонтални правац:

$$(m_1 + m_3)a = F_{13} - F_{23} \tag{3.16}$$

Да би се човек са санкама кретао унапред мора да буде $F_{13} \geqslant F_{23}$. Дакле, сила којом Земља гура човека мора да буде већа, или бар једнака сили којом гура санке. Занимљив резултат.

Као други пример примене Њутнових закона одредимо тежину аутомобила на врху кружног надвожњака (сл. 3-8). Аутомобил се креће брзином v и поседује централно убрзање $a_c = v^2/R$, где је R полупречник кривине надвожњака. Када је аутомобил на највишој тачки надвожњака његово централно убрзање је усмерено вертикално наниже. На аутомобил тада делује сила земљине теже $\vec{P} = m\vec{g}$ (усмерена вертикално наниже) и сила отпора (реакције) надвожњака $\vec{N}$ (усмерена вертикално навише). По другом Њутновом закону:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}. \tag{3.17}$$



Сл. 3-8

Тежина аутомобила $\vec{Q}$ једнака је притиску који аутомобил врши на подлогу надвожњака, а то је према трећем Њутновом закону сила супротна реакцији моста ($\vec{N}$), тј.:

$$\vec{Q} = -\vec{N}$$

Или према 3.17:

$$\vec{Q} = m(\vec{g} - \vec{a}_c). \tag{3.18}$$

Како вектори $\vec{Q}$, $\vec{g}$ и $\vec{a}_c$ имају исти смер (вертикално наниже), са векторског израза можемо одмах да пређемо на скаларни:

$$Q = m(g - a_c) = m(g - \frac{v^2}{R}).$$

Видимо да је тежина аутомобила (а, наравно, и путника у њему) мања од mg. Смањење тежине је утолико веће уколико је брзина аутомобила већа, а полупречник кривине надвожњака мањи.

РЕЛАТИВНОСТ МАСЕ

Говорећи о маси као мери инерцијалних особина тела тврдили смо да величина масе не зависи од тога како се тело креће. Ова тврдња је тачна једино ако се тело креће брзином малом у односу на брзину светлости у вакууму, ($3 \cdot 10^8$ m/s). Међутим, ако овај услов није испуњен маса тела зависи од његове брзине. Маса тела расте са повећањем брзине. О томе говори теорија релативности. Према овој теорији ако је маса неког тела у миру m_0, када се тело креће брзином v његова маса износи:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \tag{3.19}$$

Како расте брзина тела расте и његова маса. Међутим, овај пораст масе мерљив је тек када је брзина тела блиска c. Толиким брзинама обична, макроскопска тела се никад не крећу. Велике брзине резервисане су само за елементарне честице. У свету елементарних честица више не важе Њутнови закони. Тамо владају другачији закони — закони релативистичке и квантне динамике.

3.3. ДИНАМИКА РОТАЦИЈЕ

До сада смо разматрали динамику тела која се крећу транслаторно. У таквом случају кретање целог тела може се свести на кретање само једне његове тачке. Материјална тачка (честица) може да се креће само транслаторно. Код ротационог кретања трајекторије честица тела су концентрични кругови чији заједнички центри леже на оси ротације тела. У општем случају кретање тела може бити сложено од транслаторног и ротационог кретања, али се и погодним избором система из кога се кретање посматра може разложити на ове две врсте кретања. За описивање динамике ротационог кретања морамо да уведемо неке допунске величине. Многе од њих подсећају на одговарајуће величине којима се описује транслаторно кретање.

МОМЕНАТ СИЛЕ

Ако на тело делују силе тако да имају заједничку нападну тачку а њихова резултанта није једнака нули тело ће се кретати убрзано транслаторно. Ако је резултанта оваквих сила једнака нули тело ће се кретати равномерно или ће мировати. Међутим, ако силе имају различите нападне тачке тело ће ротирати, чак и ако им је резултанта једнака нули (сл. 3.9а). Овакве две силе истог интензитета, чији су правци деловања паралелни а смерови супротни називају се спрегом сила. Утицај спрега сила на ротацију тела пропорционалан је интензитету сила и нормалном растојању између праваца њиховог деловања. Тај се утицај квантитативно изражава *моментом спрега сила* који је векторска величина и чији је интензитет једнак:

$$M = r \cdot F$$

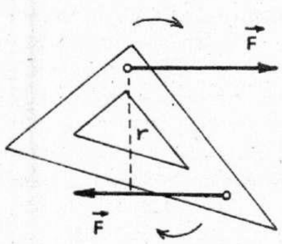
Овде је са F означен интензитет једне од сила спрега а са r нормално растојање између праваца њиховог деловања. Када је момент спрега сила једнак нули (или $F=0$, или $r=0$) он не утиче на ротацију тела.

Посматрајмо специјалан случај ротације тела осе чији је положај фиксиран у простору (непокретна оса или осовина) (сл. 3.9б). Сила $\vec{F}$ делује на спољашњи обод точке нормално на радијус $\vec{r}$. Јасно је да ова сила утиче на ротацију точка. Овај утицај квантитативно се изражава моментом силе, чији је интензитет једнак:

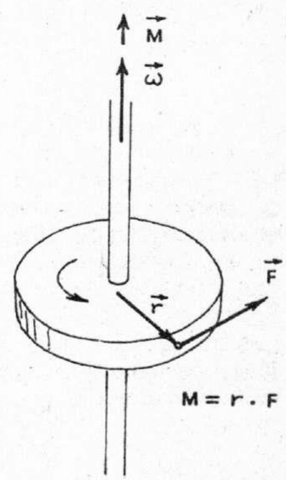
$$M = r \cdot F. \tag{3.20}$$

У општем случају када сила $\vec{F}$ није нормална на радијус $\vec{r}$ (сл. 3-10) она се може раставити на две компоненте; једну паралелну вектору $\vec{r}$ ($\vec{F}_{\parallel}$), а другу нормалну на њега ($\vec{F}_{\perp}$). Паралелна компонента силе може само транслаторно да помера осу ротације или да је деформише али не утиче на ротацију тела. Момент ове компоненте једнак је нули па је интензитет момента силе $\vec{F}$ једнак само моменту њене компоненте $\vec{F}_{\perp}$:

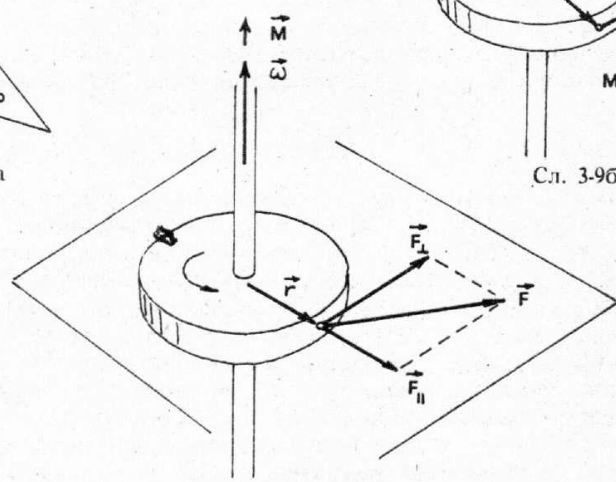
$$M = r \cdot F_{\perp}$$



Сл. 3-9а



Сл. 3-9б



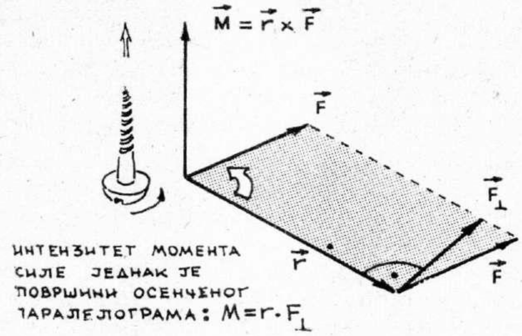
Сл. 3-10

Правац вектора момента силе $\vec{M}$ је нормалан на раван коју чине вектори $\vec{r}$ и $\vec{F}$ а смер му је такав да, гледано са његовог врха, вектор

$\vec{r}$ прелази у вектор $\vec{F}$ у смеру супротном од кретања казаљке на часовнику. Све ове особине поседује вектор који је једнак векторском производу вектора $\vec{r}$ и $\vec{F}$ те коначно можемо закључити да је момент силе и једнак векторском производу:

$$\vec{M}=\vec{r}\times F \tag{3.20a}$$

(видети сл. 3-11).



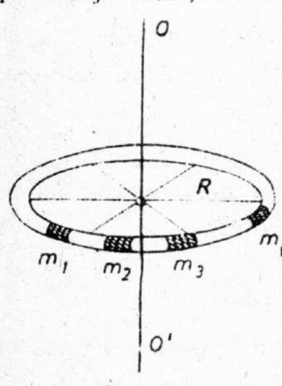
Сл. 3-11

МОМЕНТ ИНЕРЦИЈЕ

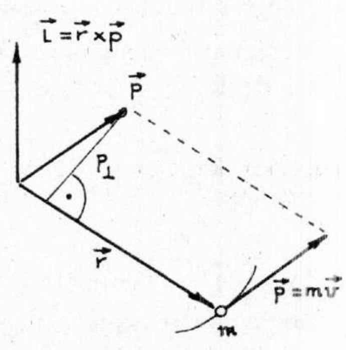
Као што је маса мера инертности тела на промену стања транслаторног кретања тако је *момент инерције* тела, I, мера инертности тела на промену стања ротационог кретања. Момент инерције честице масе m која се налази на растојању R од осе ротације по дефиницији износи:

$$I=mR^2 \tag{3.21}$$

Како се налази момент инерције за тела показаћемо на примеру точка који ротира око своје осе симетрије (сл. 3-12). Поделимо у мислима точак са сл. 3-12 на мале делиће маса $m_1, m_2, \ldots, m_N$. Допринос моменту инерције у односу на осу OO' и тог делића масе m_i једнак је по дефиницији m_iR^2,



Сл. 3-12



Сл. 3-13

где је R најкраће (нормално) растојање уоченог делића од осе ротације. Укупан момент инерције у односу на ову осу добијамо када саберемо доприносе моменту инерције свих делића точка, тј.:

$$I = m_1R^2 + m_2R^2 + \ldots + m_NR^2 = (m_1 + m_2 + \ldots + m_N)R^2 = MR^2$$

где смо са M означили укупну масу точка. Види се да осим масе тела на инерцију код ротационог кретања утиче и распоред масе у односу на осу ротације. Тела различитог облика имају различите моменте инерције, као што су и моменти инерције једног те истог тела у односу на различите осе ротације различити. Замајци код мотора са унутрашњим сагоревањем имају велики момент инерције (масу распоређену по ободу) те захваљујући томе успешно подржавају ротацију између експлозија у циклусима.

МОМЕНТ ИМПУЛСА

Код транслаторног кретања, тело се, у одсуству спољашњих сила, креће равномерно праволинијски, сталном брзином. Код ротационог кретања тело, у одсуству момената сила, ротира равномерно, сталном угаоном брзином. Код транслаторног кретања притом се не мења (одржава се) импулс тела, односно производ масе и брзине. Код ротационог кретања у таквој ситуацији одржава се величина која се назива *момент импулса.* За тело момента инерције I које ротира угаоном брзином $\vec{\omega}$ момент импулса је, по аналогији са импулсом код транслаторног кретања, једнак:

$$\vec{L} = \vec{I}\,\vec{\omega} \tag{3.22}$$

Момент импулса је вектор који је, као и вектор угаоне брзине, паралелан оси ротације.

Значај појма момента импулса увелико превазилази оквире ротације макроскопских тела. Многе елементарне честице (електрони, протони, итд.) имају сопствени момент импулса — спин, који је њихова фундаментална карактеристика, као и маса, наелектрисање, итд. То значи да се овај момент импулса ни под каквим условима не мења. Иначе, спин честице се само условно може замислити као момент импулса ротације честице око сопствене осе.

Момент импулса може се дефинисати и код транслаторног кретања. Тело које поседује импулс $\vec{p}$ и које се у датом тренутку налази на растојању $\vec{r}$ од произвољне тачке у простору у том тренутку има момент импулса:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \tag{3.23}$$

Векторски карактер му се манифестује на исти начин као и код момента силе (сл. 3-13). Интензитет му је једнак:

$$L = r \cdot p_{\perp}$$

ОСНОВНИ ЗАКОН ДИНАМИКЕ РОТАЦИЈЕ

Видели смо које су физичке величине значајне за проучавање ротационог кретања.

Претпоставимо, сада, да момент силе $\vec{M}$ делује на тело познатог момента инерције у односу на дату фиксну осу ротације. Тада по аналогији са основним законом динамике добијамо:

$$\vec{M} = I\,\vec{\alpha} \tag{3.24}$$

где је $\vec{\alpha}$ угаоно убрзање. Приликом ротационог кретања $\vec{M}$ (момент силе) преузима улогу силе, момент инерције (I) улогу масе а угаоно убрзање ($\vec{\alpha}$) улогу убрзања.

Ако је резултујући момент сила које делују на тело једнак нули ($\vec{M}=0$), тада је и $\vec{\alpha}$ једнако нули, тј. тело ротира константном угаоном брзином *(закон инерције за случај ротационог кретања)*.

Продужујући ову аналогију, комбиновањем једначина (3.24 и 3.22) добијамо основни закон динамике ротационог кретања у облику:

$$\vec{M} = I\vec{\alpha} = I\,\frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{\Delta(I\vec{\omega})}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t}. \tag{3.25}$$

Иако на први поглед изгледа да смо основни закон динамике ротације (3.25) „извели" из закона (3.24), подвуцимо да је израз (3.25) општији од израза (3.24), који правилно описује ротацију само око сталне осе у простору. Из једначине (3.25) следи важан закључак: када је резултујући момент спољашњих сила једнак нули, $\vec{M}=0$, вектор момента импулса је константа кретања:

$$\vec{L} = \text{const.} \tag{3.26}$$

У случају ротације око непокретне осе ово, заједно са релацијом (3.22), која у овом случају важи, значи да је вектор угаоне брзи-брзине $\vec{\omega}$ константан. Општи став (3.26) назива се *законом одржања момента импулса* за изоловане системе. О њему ће детаљније бити речи у одељку 5.3. Једначину (3.25) можемо написати и у облику

$$\Delta\vec{L} = \vec{M}\cdot\Delta t. \tag{3.27}$$

Дакле, за мале интервале времена Δt промена момента импулса и вектор момента силе $\vec{M}$ су колинеарни.

Илуструјмо основни закон динамике ротације на примеру простог ручног точила (сл. 3-14). Момент инерције брусног камена, као и сваког цилиндричног тела које ротира око осе симетрије, једнак је:

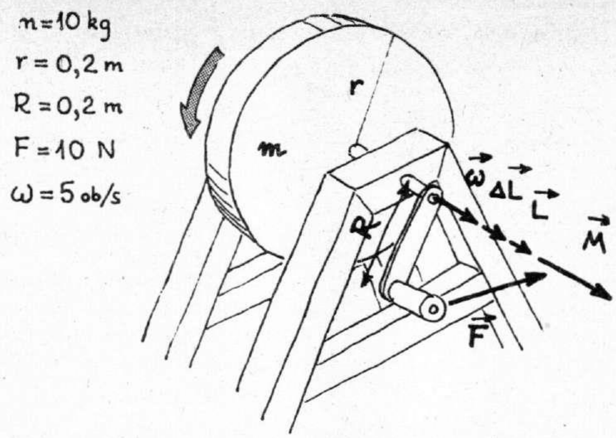
$$I = \frac{1}{2}\,mr^2$$

где је m маса тела а r његов полупречник. Нека точило на почетку мирује. Ако на ручку точила делује стална сила F, на растојању R од осе ротације, може се поставити питање за које време ће точило постићи жељену угаону брзину ω. По основном закону динамике ротације (3.27) промена момента импулса, ΔL, због деловања момента силе $M=R\cdot F$ за време Δt износи:

$$\Delta L = M\Delta t = RF\Delta t.$$

Са друге стране, промена момента импулса одређена је моментом инерције I и променом угаоне брзине $\Delta\omega$:

$$\Delta L = I\Delta\omega.$$



Сл. 3-14

Изједначавањем ова два израза налазимо да је:

$$\Delta t = \frac{I \cdot \Delta\omega}{F \cdot R} = \frac{mr^2\Delta\omega}{2FR}.$$

Пошто је у нашем случају сила која делује на тоцило стална по интензитету, то величине Δt и $\Delta\omega$ можемо заменити коначним разликама: $\Delta t = t_2 - t_1 = t - 0 = t$ је време за које ће се постићи жељена угаона брзина ω, а $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \omega - 0 = \omega$. Дакле:

$$t = \frac{mr^2\omega}{2FR}.$$

Користећи бројне вредности са сл. 3-14 налазимо да је за достизање угаоне брзине од, рецимо, 5 обрта/s потребно време од:

$$t = \frac{10\ \text{kg} \cdot (0{,}2\ \text{m})^2 \cdot 5 \cdot 2\pi\ \text{rad/s}}{2 \cdot 10\ \text{N} \cdot 0{,}2\ \text{m}} = 3{,}14\ \text{s}.$$

Ако све услове остваримо истим а точак заменимо точком исте масе а радијуса 0,5 m (тање а веће тоцило) налазимо да ово време износи читавих 19,6 s. Ово је последица јаке зависности момента инерције од растојања маса од осе ротације.

Неколико додатних примера примене основних закона динамике ротације обрађено је у теми додатне наставе Д.2.

У следећој табели упоређене су величине које карактеришу транслаторно и ротационо кретање.

Упоредна табела

Транслаторно кретање	Ротационо кретање
маса (m)	момент инерције (I)
импулс $(\vec{p})$	момент импулса $(\vec{L})$
сила $(\vec{F})$	момент силе $(\vec{M})$
убрзање $(\vec{a})$	угаоно убрзање $(\vec{\alpha})$
брзина $(\vec{v})$	угаона брзина $(\vec{\omega})$