

а угаона брзина при равномерном обртању је

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t},$$

то следи да је:

$$\omega = \frac{1}{r} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v}{r}.$$

Сада можемо центрипетално убрзање a_c изразити помоћу угаоне брзине:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} \text{ одакле је } a_c = \omega^2 r. \quad (2.26)$$

Ова формула показује да при равномерном обртању тела, различити делови тела имају различито центрипетално убрзање, зависно од њиховог растојања r од осе ротације. Највеће центрипетално убрзање имају они делови тела који су највише удаљени од осе ротације.

Равномерно кружно кретање је облик кретања који се врло често сусреће. Тако се крећу вештачки сателити око Земље, приближно тако креће се и Месец око Земље, као и планете Сунчевог система. Тако се крећу делићи грамофонског диска, точкова возила, зупчаника у разним машинама. Сви путеви и железничке пруге имају кривине, које су у ствари делови кружнице. Када возило дође на такав, закривљени део путање одређеном брзином, потребно је увек обезбедити одговарајуће центрипетално убрзање, да возило не би излетело са путање.

2.4. ПРИНЦИП РЕЛАТИВНОСТИ КРЕТАЊА

Положај, брзина, убрзање и остале величине којима се описује кретање, одређују се увек у односу на неки унапред одабрани референтни систем. Посебан значај у физици имају такозвани *инерцијални системи референције*. Ако се брзина тела у односу на неки референтни систем мења *само онда када на то тело делују друга тела*, онда се такав систем назива инерцијалним. Поред тога, сваки систем референције који мирује или се креће равномерно праволинијски у односу на неки инерцијални систем, такође је инерцијалан. Систем референције везан за звезде некретнице пример је инерцијалног система. У многим случајевима системи референције везани за Земљу могу се такође сматрати инерцијалним.

Познато је да се Земља креће око Сунца и да се то кретање не „осећа“ на Земљи ни на који начин, да се не може непосредно запазити. Да би се ово кретање уочило, морају се посматрати тела (или појаве) која не учествују у томе кретању. Исто тако, за посматрача који се налази у вагону, кретање тела које он баци увис када вагон стоји у станици исто је као када се вагон креће равномерно по праволинијској прузи. Време за које тело достигне највећу висину, исто је за тога посматрача у оба случаја, као што су исти и облик путање и брзина тела. Никакве разлике не могу да се запазе, чак ни у случају када се вагон, односно референтно тело, креће огромним брзинама. Извршени су многобројни експерименти да би се, на осно-

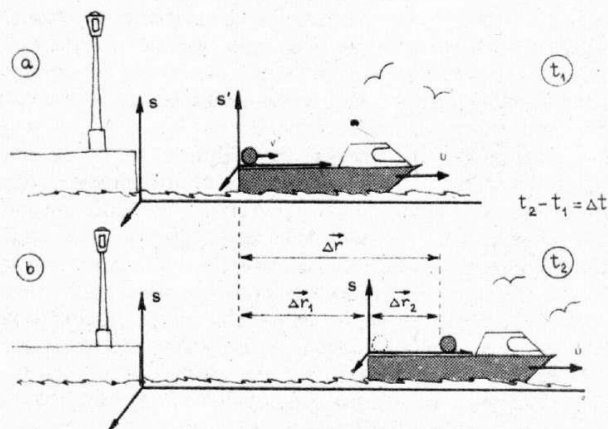
ву тока и других физичких појава, електромагнетних, топлотних, оптичких, утврдило сопствено равномерно праволинијско кретање. Но, сви ти покушаји завршили су без успеха, то јест показало се да се све физичке појаве дешавају на потпуно исти начин у свим инерцијалним системима, ма колике биле њихове релативне брзине. То чини садржај такозваног *општег принципа релативности*, који се још назива и Ајнштајнов принцип релативности. На овоме принципу заснована је специјална теорија релативности, која је довела до низа значајних открића у савременој физици.

У механици, принцип релативности се састоји у томе да се кретање неког тела описује истим законима без обзира на то да ли се изабрани инерцијални референтни систем креће или мирује у односу на други инерцијални систем. Међутим, за посматрача из тог другог инерцијалног система кретање истог тела може изгледати другачије. Тада постоји следећи проблем. Ако су познати положај, брзина, убрзање, путања и др. у односу на један систем референције, како одредити те величине у односу на неки други инерцијални систем. Овде ћемо сада размотрити само питање како се налази брзина тела у односу на било који инерцијални систем, ако је она позната у односу на један од тих система. Једначина из које се таква брзина израчунава назива се закон сабирања брзине.

КЛАСИЧНИ ЗАКОН САБИРАЊА БРЗИНА

Нека је референтни систем S (сл. 2-27) везан за обалу, а систем S' за брод који се креће сталном брзином $\vec{u}$ у односу на обалу. На броду, у правцу његовог кретања, креће се лопта сталном брзином $\vec{v}$ у односу на брод. Брзина лопте у односу на обалу $\vec{v}$ може се одредити из одговарајућих померања, извршених у току времена $\Delta t = t_2 - t_1$. Ако је $\Delta \vec{r}_1$ померај брода у односу на обалу, а $\Delta \vec{r}_2$ померај лопте у односу на брод, онда ће, као што се види са сл. 2-27б, померај лопте у односу на обалу $\Delta \vec{r}$ бити

$$\Delta \vec{r} = \Delta \vec{r}_1 + \Delta \vec{r}_2.$$



Сл. 2-27а

Сл. 2-27б

Дељењем ове једначине са временом Δt , добија се

$$\frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{\vec{\Delta r}_1}{\Delta t} + \frac{\vec{\Delta r}_2}{\Delta t} \quad (2.27)$$

Пошто је $\vec{\Delta r}/\Delta t$ брзина $\vec{v}$ лопте у односу на брод, $\vec{\Delta r}_1/\Delta t$ брзина $\vec{u}$ брода у односу на обалу, а $\vec{\Delta r}_2/\Delta t$ брзина лопте $\vec{v}'$ у односу на брод, следи да је

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{v}', \quad (2.28)$$

што представља класичан закон сабирања брзина.

Ако су вектори $\vec{v}'$ и $\vec{u}$ истог правца, као што је случај у примеру на сл. 2-27, онда се векторске ознаке могу изоставити, водећи, при томе, рачуна о смеру тих вектора. Када су они истог смера, онда v' и u имају исти знак, те се класични закон сабирања може писати овако

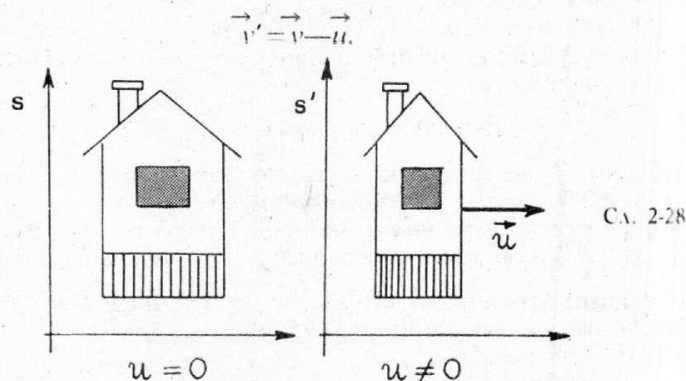
$$v = u + v', \quad (2.29)$$

Ако су пак ти вектори супротних смерова, биће

$$v = u - v' \quad (2.30)$$

с тим што смо узели да је смер брзине u позитиван.

Из формуле (2.28), односно из одговарајућих формула без векторских ознака, може се одредити било која од три брзине: $\vec{v}$, $\vec{u}$ или $\vec{v}'$, ако су остале две познате. Тако на пример, могу бити познате брзине два тела у односу на исти референтни систем, а треба одредити њихову релативну брзину $\vec{v}'$. Рецимо, из утврђења на обали испаљена је граната брзином $v=900 \text{ m/s}$ у правцу наилажења торпедног чамца, који се приближава утврђењу брзином $u=40 \text{ m/s}$. Колика је брзина v' гранате у односу на чамац? Из једначине (2.28) следи



Вектори $\vec{v}$ и $\vec{u}$ истог су правца, а супротних смерова, те је стога $v' = v - (-u) = v + u = 900 \text{ m/s} + 40 \text{ m/s} = 940 \text{ m/s}$.

При извођењу класичног закона сабирања брзина прећутно је претпостављено да је временски интервал Δt исти за посматрача из система S као за посматрача из система S' , односно да оба посматрача мерењем времена кретања лопте добијају исти резултат. Посматрач из S мери брзину брода $\vec{u}$ и брзину лопте $\vec{v}$, док посматрач из S' мери брзину лопте $\vec{v}'$, те сваки од њих мери помераје и време).

Исто тако прећутно је узето да је померај $\Delta \vec{r}'$ лопте на броду, који мери посматрач из S' исти и за посматрача из S , то јест да је за посматрача из S дужина $\Delta r'$ на броду иста без обзира на то да ли се брод креће или мирује у односу на обалу. Ако то не би тако било, збир помераја $\vec{\Delta r}$ и $\vec{\Delta r}'$ не би био једнак $\vec{\Delta r}$. Другим речима, претпостављена је апсолутност простора и времена на којој се заснива цела класична механика. Апсолутност времена и простора значи да су временски интервали између два догађаја и дужина исти за посматрача из свих инерцијалних система референције, да не зависе од брзине којима се ти системи крећу једни у односу на друге.

БРЗИНА СВЕТЛОСТИ И РЕЛАТИВИСТИЧКИ ЗАКОН САБИРАЊА БРЗИНА

Класични закон сабирања брзина проверен је и потврђен свакодневним искуствима као и многобројним експериментима изведеним на макроскопским објектима — телима. При томе су највеће брзине биле око 12 km/s (ракете, вештачки сателити, космички бродови). Много веће брзине саопштавају се честицама које имају врло мале масе (на пример електронима, протонима, неутронима и другим елементарним честицама). Електрони се већ у обичним телевизорским цевима убрзавају толико да достижу брзине од око 80 000 km/s, док у акцелераторима, нарочитим уређајима за убрзавање честица, могу достићи и три пута веће брзине. Поставља се питање да ли класичан закон сабирања важи и при овако великим брзинама. Одговор на то питање произашао је из експеримената.

Замислимо да се космички брод креће огромном брзином $u = 150\,000$ km/s ка васионској станици. Из те станице у правцу брода испален је сноп електрона који се, у односу на станицу крећу брзином $v = 200\,000$ km/s. Посматрач са брода мери брзину тих електрона v' у односу на брод, и, према класичном закону сабирања брзина, требало би да добије

$$v' = u + v = 150\,000 \text{ km/s} + 200\,000 \text{ km/s} = 350\,000 \text{ km/s}.$$

Међутим, ако би се такав експеримент занста извео, добио би се резултат $v' = 262\,500$ km/s. Наиме, при великим брзинама класични закон сабирања брзина не важи, већ се у таквим случајевима мора користити други закон који се назива релативистички закон сабирања брзина. У најпростијем случају, када су брзине $\vec{u}$ и $\vec{v}$ истог правца, релативистички закон сабирања брзина дат је формулом

$$v' = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}} \quad (2.31)$$

Овде је u брзина инерцијалног система S' у односу на инерцијални систем S , v' је брзина честице у односу на S' , v је њена брзина у односу на S , док је $c = 300\,000\text{ km/s}$ брзина светлости у вакууму.

Да бисмо видели шта нам казује овај закон сабирања брзина, применићемо га најпре на случај када су брзине мале. Узмимо да се, на пример, авион креће у односу на Земљу брзином $u = 500\text{ km/h}$ и да је из њега избачена мала ракета у правцу $\vec{u}$, брзином $v' = 400\text{ km/h}$. Брзина ракете у односу на Земљу је

$$v = \frac{u + v'}{1 + \frac{uv'}{c^2}} = 899,9999999999995\text{ km/h}.$$

Јасно је да је ово практично исти резултат који даје класични закон сабирања брзина ($v = u + v' = 900\text{ km/h}$). Значи, при малим брзинама оба закона дају исти резултат, те се релативистички закон у таквим случајевима не примењује. Ово такође показује да се при малим брзинама тај закон не може ни проверити.

Међутим шта нам релативистичка формула показује када се ради о врло великим брзинама? Замислимо да се неко тело креће у односу на Земљу брзином $v = c$. Колика је брзина v' тога тела у односу на посматрача који се креће у сусрет телу брзином v у односу на Земљу? Релативистички закон у овом случају (брзина $\vec{u}$ и $\vec{v}$ супротних смерова) је

$$u' = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}} = \frac{c + v}{1 + \frac{cv}{c^2}} = c!$$

Добија се необичан резултат да тело које прође поред Земље брзином c , пролази исто толиком брзином и поред посматрача који му долази у сусрет брзином v , ма колика она била. Међутим, треба напоменути да из специјалне теорије релативности следи да ниједно тело нити честица не може да се креће брзином већом од c , па чак ни брзином која је једнака c .

Размотримо још један пример. Светлост која се креће брзином c у односу на Земљу, пролази поред неколико посматрача који се крећу у односу на Земљу различитим брзинама u_1, u_2, u_3 . Према релативистичкој формули, сваки од тих посматрача, мерећи брзину светлости добија исти резултат $u'_1 = u'_2 = u'_3 = c$. Ако се неки од тих посматрача креће брзином c у сусрет светлости, колика ће за њега бити брзина светлости? Према класичном закону то би било $2c$, према релативистичком то ће бити c . Ако пак посматрач „бежи“ испред светлости истом брзином као светлост, она ће га ипак сусетићи и доспеће у његово око. Сви ови примери показују да је брзина светлости у вакууму (c) апсолутна брзина, то јест иста за све посматраче, независно од тога да ли се и како се крећу њихови инерцијални системи један у односу на други. У ствари поставка да је брзина светлости апсолутна лежи у основи специјалне теорије релативности из које је релативистички закон сабирања и добијен. Но то није само по-

десна претпоставка, јер сви до сада извршени експерименти непосредно и посредно потврдили су да је брзина светлости заиста апсолутна.

Брзина светлости у вакууму има још неке значајне особине: она је иста без обзира на изворе из којих потиче светлост, не може се ни на који начин ни повећати ни смањити, то јест на њену величину не може ни на који начин да се утиче.

ВРЕМЕ И ДУЖИНА У РАЗНИМ ИНЕРЦИЈАЛНИМ СИСТЕМИМА

Из специјалне теорије релативности проистичу још неки веома значајни и необични закључци, односно ефекти. Овде ћемо описати два таква ефекта — дилатацију (продужење) времена и контракцију (скраћење) дужине.

Према теорији релативности, време које протекне између два догађаја зависи од брзине система референције из којег се мери време. На пример, интервал времена између два испаливања ракета са неког места на Земљи зависи од брзине у референтног система из којег се време мери. Ако је Δt интервал времена измерен у систему S , где тело на коме се догађаји дешавају мирује („сопствени систем референције“), онда је за посматрача из система S' , који се у односу на S креће брзином u , тај интервал

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 + \left(\frac{u}{c}\right)^2}} \quad (2.32)$$

Трајање је, према томе дуже ако се посматра из „покретног“ референтног система (јер је $\sqrt{1 - (u/c)^2} < 1$). Временски интервал Δt , измерен у сопственом систему, назива се „сопствено време“ и најкраће је. У свим осталим системима, измерени интервал $\Delta t'$ између два иста догађаја дужи је, и то различито, ако су брзине референтних система различите. Време у покретним системима, за посматраче у односу на које се ти системи крећу, тече спорије. Ово продужавање трајања назива се *дилатација времена*.

Време није апсолутно, независно од референтног система. Међутим у сваком инерцијалном систему, ма како се он кретао у односу на друге референтне системе, продужења трајања нема. *Да би се овај релативистички ефект испољио, потребна су два система референције који се крећу један у односу на други.* Ако је брзина тога кретања мала у односу на c , дилатација времена је занемарљива. Међутим при великим брзинама о њој се мора водити рачуна. На пример, за $u = 260\,000\text{ km/s}$, интервал $\Delta t = 50\text{ s}$ измерен у систему S , износиће $\Delta t' = 100\text{ s}$, у систему S' .

Једна од експерименталних потврда релативистичког продужења трајања добијена је проучавањем μ -мезона. То су елементарне честице које се саме од себе распадају, кратко време после свога настанка. Ове честице настају у природи приликом уласка космичких зрака у Земљину атмосферу, на висини од око 300 km од Земље. Они се крећу великом брзином (блиском брзини светлости) ка Земљи, где стижу после неколико хиљадитих делова секунда (10^{-3} s). Међутим просечан живот ових честица је неколико милионитих делова секунда (10^{-6} s), како је измерено у лабораторијама где се оне доби-

јају вештачким путем. Како те честице могу онда доспети до Земље? Одговор пружа релативистичко продужење трајања: живот мезона који се креће великом брзином ка Земљи *дужи* је за посматрача са Земље, него за посматрача који би се кретао заједно са мезоном.

Други ефект, контракција дужина, који проистиче из специјалне теорије релативности, састоји се у томе да посматрачи из два система референције, који се крећу један у односу на други, добијају различите резултате при мерењу дужине, на пример, некога предмета. Ако је d_0 дужина неке шипке која мирује у систему S , онда ће посматрач из система S' , који се у односу на S креће брзином u у *правцу пружања шипке*, добити као резултат мерења дужине шипке мању вредност, која износи

$$d = d_0 \sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2} \quad (2.33)$$

Значи, дужина је највећа у систему референције у коме тело мирује; та дужина (d_0) назива се „сопствена дужина“. У свим осталим системима, који се крећу у односу на тај, сопствени систем референције, дужина је мања. У разним инерцијалним референтним системима, који се крећу различитим брзинама у односу на сопствени систем S , дужина *исте* шипке, или ма кога растојања у правцу кретања, је *различита*. Ово скраћење дужине, односно растојања, назива се *релативистичко или Лоренцово скраћење*.

Када је брзина u мала у односу на c , контракција дужине је занемарљиво мала, те се у таквим случајевима ни о овоме релативистичком ефекту, не мора водити рачуна. При великим брзинама, овај ефекат може бити веома значајан. На пример, у систему референције у односу на који се креће брзином 260 000 km/s, дужина метарске шипке ($d_0 = 1$ m) износиће само 0,5 m.

До релативистичког скраћења дужине долази само у правцу кретања; дужине које су нормалне на правац кретања имају исту вредност у свим системима референције. Због тога настаје и промена облика тела за посматраче који се крећу у односу на тело, као што је илустровано сликом 2-28. Посматрач из система S' који се креће брзином u у односу на кућицу види је ужу; њене димензије у правцу кретања су скраћене.

Описани релативистички ефекти последица су особина простора и времена. У класичној физици време и простор су међусобно независни и апсолутни. У релативистичкој физици, међутим, показано је да су време и простор релативни, као и да су међусобно повезани преко брзине светлости. Та повезаност постоји, стога, и између описаних релативистичких ефеката, што илуструје следећи пример. Нестабилне честице π -мезони имају средњи живот $\Delta t = 2,6 \cdot 10^{-8}$ s у систему референције где мирују. Ако се крећу брзином $u = 0,75$ c у односу на лабораторију, растојање које могу да пређу у току свога живота требало би да буде $d = u \Delta t = 5,85$ m. Међутим мерења дају резултат 8,5 m. Ова разлика се објашњава релативистичким продужењем трајања живота тих честица. Наиме, средњи живот $\Delta t'$ мезона за посматрача у односу на кога се они крећу је већи од Δt , и према формули (2.32) износи

$$\Delta t' = \frac{2,6 \cdot 10^{-8} \text{ s}}{\sqrt{1 - 0,75^2}} = 3,9 \cdot 10^{-8} \text{ s.}$$