ног положаја и почетне брзине одреди путања и закон пута. Ако су познати путања и брзина, задатак је да се одреде убрзања и закон пута и сл. Решавање ових задатака је једноставно само за неколико врста кретања. Овде ћемо размотрити две врсте таквих кретања: једно је праволинијско кретање са сталним убрзањем (дакле, дати су путања и убрзање), а друго је равномерно кружно кретање (дати су путања и брзина).

КРЕТАЊЕ СА СТАЛНИМ УБРЗАЊЕМ

Брзина тела које је бачено увис или пада на Земљу мења се у току кретања, као и брзина санки на низбрдици или брзине разних возила. То су примери кретања са променљивом брзином, односно кретања са убрзањем. Зависно од величине и правца убрзања $\vec{a}$, вектор брзине $\vec{v}$ може да се мења на различите начине: само по величини, само по смеру, односно правцу или пак, и по величини и по правцу, истовремено.

Ако је вектор убрзања $\vec{a}$ сталан у току кретања (не мењају му се ни величина ни правац) брзина $\vec{v}$ мења се или само по величини или и по величини и по правцу. У првом случају вектори $\vec{a}$ и $\vec{v}$ имају исти правац и путања тела је права линија, јер, као што знамо, вектор брзине је увек у правцу тангенте на путању. Примери оваквог кретања су слободно падање и хитац увис. У другом случају вектори $\vec{a}$ и $\vec{v}$ нису истога правца, те се зато у току кретања мења правац брзине $\vec{v}$ па је путања крива линија. Пример за овакво криволинијско кретање је хоризонтални хитац — кретање тела баченог у хоризонталном правцу. Ми ћемо размотрити само *праволинијско кретање са сталним убрзањем.* Полазећи од тога да знамо путању (права линија) и убрзање (a=const), одредићемо зависност брзине од времена, закон пута као и зависност брзине од пута.

Зависност брзине од времена. Убрзање $\vec{a}$ и брзина $\vec{v}$ при оваквом кретању истога су правца, па можемо векторске ознаке изоставити. Пошто се убрзање не мења у току времена (a=const), тренутно убрзање је исто што и средње убрзање у било ком временском интервалу. Стога се може писати

$$a=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}, \tag{2.11}$$

где су v_1 и v_2 величине брзина у тренуцима t_1 и t_2.
Одавде се непосредно добија да је

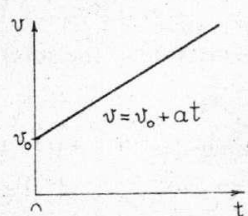
$$v_2=v_1+a\,(t_2-t_1). \tag{2.12}$$

Време се обично рачуна од тренутка када почиње посматрање кретања (почетни тренутак). Пошто формула (2.12) важи за било које временске интервале, односно за било које тренутке, можемо узети да је t_1 почетни тренутак (то јест да је $t_1=0$), а t_2 било који следећи тренутак ($t_2=t$). Ако са v означимо брзину у тренутку t, онда је

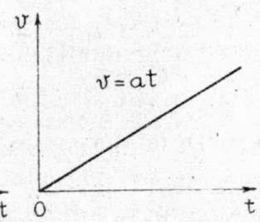
$$v=v_0+at \tag{2.13}$$

општа формула за израчунавање брзине у било ком тренутку t, што представља тражену зависност брзине од времена. Овде је v_0 брзина у почетном тренутку и назива се *почетна брзина.* Треба нагласити да су у овој формули v_0 и a алгебарске величине, што значи да могу имати позитиван или негативан знак, зависно од избора позитивног смера на путањи. Најчешће је подесно да се смер вектора $\vec{v}_0$ означи као позитиван. Онда је убрзање a позитивно ако је вектор $\vec{a}$ истог смера као вектор $\vec{v}_0$, а негативно ако су ови вектори супротних смерова.

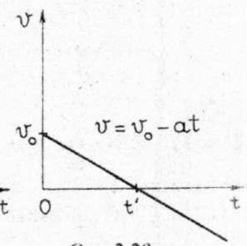
Ако су вектори $\vec{v}_0$ и $\vec{a}$ истог смера, онда се брзина v равномерно повећава у току кретања. График брзине у зависности од времена је права линија (сл. 2-20а) која сече ординатну осу у v_0. Ако тело нема почетну брзину ($v_0=0$), онда је $v=at$, и график брзине је права линија која пролази кроз координатни почетак (сл. 2-20б). То је кретање са сталним убрзањем без почетне брзине. Ако је убрзање $\vec{a}$ супротног смера од $\vec{v}_0$, онда је $v=v_0-at$, те је график брзине и у овом случају (сл. 2-20в) права линија. За $t=0$ тело има брзину v_0 и креће се у смеру вектора $\vec{v}_0$. Међутим, брзина се смањује и у тренутку $t=t'$ постаје једнака нули, то јест тело се зауставља. Затим почиње да се креће натраг, брзином $\vec{v}$ која се током времена повећава, али има супротан смер од $\vec{v}_0$. Тако се, на пример, крећу тела бачена вертикално увис. У току пењања њихова брзина се смањује, те се у једном тренутку заустављају и онда почињу да се крећу надоле све већом брзином.



Сл. 2-20а



Сл. 2-20б



Сл. 2-20в

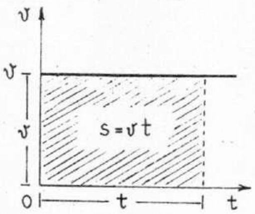
Према наведеним формулама изгледа да брзина тела v може после довољно дугог времена t достићи неограничено велику вредност. Међутим, показало се да су ове формуле тачне само ако је брзина v много мања од брзине светлости у вакууму, која износи $3\cdot10^8$ m/s. О овоме ће бити више речи у једном од наредних одељака.

Закон пута. Зависност пута од времена при праволинијском кретању са сталним убрзањем може да се добије коришћењем графика брзине на следећи начин.

Када се тело креће равномерно ($v=\text{const}$), график брзине је права линија паралелна апсцисној оси (сл. 2-21). Пут s који тело пређе за време t се при таквом кретању израчунава из формуле $s=vt$, и бројно је једнак површини испод графика брзине. Као што се са сл. 2-21 види, то је површина правоугаоника чије су странице v и t.

У случају кретања са сталним убрзањем, пут је такође бројно једнак одговарајућој површини испод графика брзине. Међутим, овога пута то је површина трапеза (сл. 2-22а), чије су основице v_o и v, а висина је t. Површина тога трапеза једнака је збиру површине правоугаоника чије су странице v_o и t, и троугла чија је основица $(v - v_o)$ а висина t (сл. 2-22б). На основу тога, пређени пут за време t је

$$s = v_o t + \frac{(v - v_o)\, t}{2}.$$



Сл. 2-21

Овде ћемо сада уместо v написати одговарајући израз $v = v_o + at$ (једначина (2.13), тако да је пређени пут

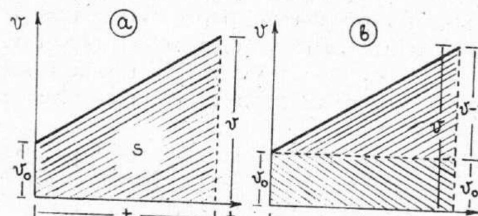
$$s = v_o t + \frac{(v_o + at - v_o)\, t}{2},$$

одакле се добија

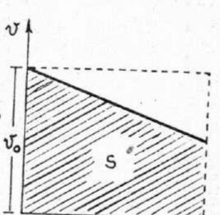
$$s = v_o t + \frac{at^2}{2}, \qquad (2.14)$$

што представља закон пута за праволинијско кретање са сталним убрзањем. Производ $v_o t$ је пут који би тело прешло за време t када не би било убрзања, односно када би се стално кретало почетном брзином v_o. Међутим, ако се брзина повећава током времена ($\vec{a}$ истог смера као $\vec{v_o}$), онда ће тело прећи за исто време пут који је од $v_o t$ већи за $at^2/2$. Ако се пак брзина тела смањује у току кретања ($\vec{a}$ супротног смера од $\vec{v_o}$), када је $v = v_o - at$, пређени пут s ће за исто толико ($at^2/2$) бити мањи од пута при равномерном кретању брзином v_o:

$$s = v_o t - \frac{at^2}{2}. \qquad (2.15)$$



Сл. 2-22



Сл. 2-23

Са графика брзине за овакав случај (сл. 2-23), види се да је површина трапеза која је бројно једнака пређеном путу, мања од површине правоугаоника $v_o t$.

Зависност брзине од пута. Често је потребно одредити колика је брзина тела по преласку одређеног пута. Формула из које се то може израчунати, а која представља зависност брзине од пута, добија се комбиновањем једначина (2.13) и (2.14). Решавањем једначине (2.13) по t добија се

$$t=\frac{v-v_o}{a}.$$

Овај израз ставља се уместо t у једначину (2.14):

$$s=v_o\left(\frac{v-v_o}{a}\right)+\frac{a}{2}\left(\frac{v-v_o}{a}\right)^2$$

Када се изврше означене рачунске операције, добија се

$$s=\frac{v_o v-v_o^2}{a}+\frac{v^2-2vv_o+v_o^2}{2a}.$$

Одатле следи

$$v^2=v_o^2+2as,$$

односно

$$v=\sqrt{v_o^2+2as}. \qquad (2.16)$$

Одговарајућа формула за случај када је $\vec{a}$ супротног смера од $\vec{v}_o$ је

$$v=\sqrt{v_o^2-2as}, \qquad (2.17)$$

али она важи само за вредности пута s до заустављања тела.

Ако је почетна брзина једнака нули, зависност брзине од пута је

$$v=\sqrt{2as}, \qquad (2.18)$$

што се непосредно добија из формуле (2.16), када се стави $v_o=O$.

Ротација са сталним угаоним убрзањем. Обртно кретање тела, ротација, описује се угаоним померајем (θ), угаоном брзином (ω) и угаоним убрзањем (α). Ове величине су међусобно повезане формулама истог облика као одговарајуће величине транслаторног кретања.

Ако је угаоно убрзање стално, онда нема разлике између његове тренутне вредности и средње вредности у произвољно великом временском интервалу. То значи да је

$$\alpha=\frac{\omega_2-\omega_1}{t_2-t_1},$$

одакле се на исти начин као код транслаторног кретања са сталним убрзањем, добија зависност угаоне брзине од времена

$$\omega=\omega_o+\alpha t, \qquad (2.19)$$

где је ω_0 почетна угаона брзина. И остале једначине оваквог ротационог кретања, зависност угаоног помераја од времена

$$\theta = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} \tag{2.20}$$

и зависност угаоне брзине од θ

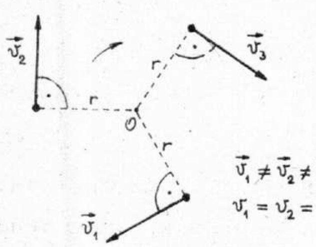
$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2\alpha\theta}, \tag{2.21}$$

добијају се исто као код одговарајућег транслаторног кретања, те ћемо њихово извођење овде изоставити.

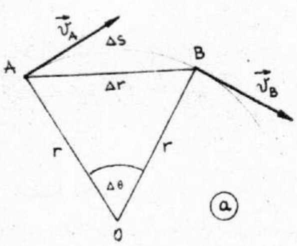
РАВНОМЕРНО КРУЖНО КРЕТАЊЕ

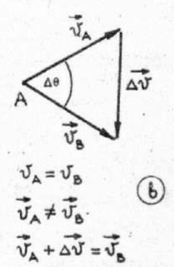
Као што смо видели, при кретању са сталним убрзањем по правој линији мења се током времена само интензитет брзине тела. Сада ћемо размотрити кретање при коме се не мења интензитет вектора брзине, али се мења његов правац. Ако се од тачке до тачке путање правац брзине стално мења, онда је путања крива линија, јер, као што знамо, правац вектора брзине у свакој тачки путање поклапа се са правцем тангенте на путању. Када је криволинијска путања кружница кретање се назива кружно.

Равномерно кружно кретање је кретање по кружници брзином чији се интензитет не мења. На сл. 2-24 приказана је таква путања и на њој неколико вектора брзине коју има тело у појединим тачкама путање. Сви ти вектори имају једнаку дужину, али су им правци различити. Правац брзине мења се од једне до друге тачке, непрекидно у току целог кретања. Да бисмо видели како долази до промена правца брзине и одредили одговарајуће убрзање поступићемо на следећи начин.



Сл. 2-24


Сл. 2-25а



Сл. 2-25б

У тренутку t_A тело се налази у тачки A и ту је вектор брзине $\vec{v}_A$ (сл. 2-25а). У тренутку t_B тело је, прешавши пут Δs, стигло у тачку B, где је вектор брзине $\vec{v}_B$. Премештањем овога вектора у тачку A тако да му се при томе не промени правац (сл. 2.25б), налазимо разлику та два вектора

$$\vec{v}_B - \vec{v}_A = \Delta\vec{v}.$$

Промена правца вектора $\vec{v}_A$ при преласку тела из тачке A у тачку B изражена је, значи, вектором $\Delta\vec{v}$. При кружном кретању правац вектора брзине тела стално се мења, односно, телу се у свакој тачки