

- The passage 1: Translate the following text from Serbian into English:

Дакле, скуп је отворен ако су сви његови чланови унутрашње тачке. Имајте на уму да **пошто** је увек  $\text{int}A$  подскуп  $A$ , **следи** да је  $A$  отворено ако је  $A = \text{int}A$ . Обично показујемо да је скуп  $A$  отворен **доказујући** да за свако  $x \in A$  постоји  $r > 0$  тако да је  $B_r(x) \subseteq A$  (што је исто као да покажемо да је свако  $x \in A$  унутрашња тачка  $A$ . Напомена да су  $\emptyset$  и  $\mathbb{R}^n$ : оба отворени скупови (да би скуп био отворен, сваки члан мора бити унутрашња тачка пошто  $\emptyset$ ; тривијално је тачно да је сваки члан  $\emptyset$  унутрашња тачка!). **Пропозиција 6.3.7** показује да је  $B_r(x)$  отворен, чиме се оправдава терминологија отворене лопте.

**Definition 6.4.1** A set  $A \subseteq \mathbb{R}^n$  is open iff  $A \subseteq \text{int}A$ .

#### The passage 1: A tentative translation of the passage 1:

- **Remark** Thus a set is open iff all its members are **interior points**. Note that since always  $\text{int}A$  is the subset of  $A$ , it follows that  $A$  is open iff  $A = \text{int}A$ . We usually show a set  $A$  is open by proving that for every  $x \in A$ , there exists  $r > 0$  such that  $B_r(x) \subseteq A$  (which is the same as showing that every  $x \in A$  is an interior point of  $A$ ). Note that  $\emptyset$  and  $\mathbb{R}^n$  are both open sets (for a set to be open, every member must be an interior point|since the  $\emptyset$ ; has no members it is trivially true that every member of  $\emptyset$  is an interior point!).
- **Proposition 6.3.7** shows that  $B_r(x)$  is open, thus justifying the terminology of open ball
- 

#### The passage 1: notes on the translation:

- **The use of participle: by + ing is a very efficient expedient to translate the instrumental usage of participles.**
- Обично показујемо да је скуп  $A$  отворен **доказујући** - We usually show that a set  $A$  is open by showing that
- **A suggestion:** Use the construction also to effectively translate equivalent Serbian expressions, such as: тако што, тиме што

- Use thus + participle construction to avoid a Serbian instrumental construction starting with 'чиме се' in a dependent clause 'чиме се оправдава терминологија'
- **thus justifying** the terminology of *open ball*
- 
- Passage 2: Translate the following text into Serbian: Open sets – application to physics

- **Са становишта конвенционалне физике**, ово је повезано са идејом да ако  $X$  представља физички простор, онда сваки прави 'објекат' постоји **унутар отвореног** скупа. **Тачније**, не може постојати као подскуп затвореног подскупа осим ако нема нетривијалну унутрашњост. Стога се чини уверљивим тврдити да је физички бесмислено правити разлику између две тачке у  $X$  ако су колекције отворених скупова којима припадају идентичне.

#### The passage 2: A tentative translation:

- An important question in any topological space  $X$  is the **extent** to which points can be **distinguished** from each other **by** listing the collection of open sets to which each belongs.  
From the viewpoint of **conventional physics**, this is related to the idea that if  $X$  represents physical space, then any real 'object' exists inside **an** open set. **More precisely**, it cannot exist as **a** subset of **a** closed subset **unless** this has a **non-trivial interior**. It **thus** seems **plausible** to argue that it is **physically meaningless** to distinguish between two points in  $X$  if **the collections** of open sets to which they belong are identical.

#### The passage 3: Translate the following text into English.

- **Доказ: Вежба.** Видели смо раније да је скуп отворен ако је садржан, па је стога једнак, његовој унутрашњости. **Аналогно** томе, имамо следећи резултат. **Теорема 6.4.6** Скуп  $A$  је затворен ако  $A = \bar{A}$ .
- **Доказ:**  $A$  је затворен ако је  $A^c$  је отворен и ако  $A^c = \text{унутр}(A^c)$  и  $A^c = \text{спољ } A$  (из (6.3)) ако  $A = \bar{A}$
- **(Напомена)** Пошто је  $A \subseteq \bar{A}$ , из претходне теореме следи да је  $A$  затворено и,  $A \subseteq \bar{A}$ , тј. и  $A$  садржи све своје граничне тачке)
- **Proposition 6.4.5**  $A$  set is open iff its complement is closed.

#### The passage 3: A tentative translation: ,

- **Proof:** Exercise.

We saw before that a set is open iff it is contained in, and **hence equals**, its **interior**. **Analogously** we have **the** following result.

- **Theorem 6.4.6** A set  $A$  is closed iff  $A = A'$ .
- **Proof:**  $A$  is closed iff  $A'$  is open iff  $A' = \text{int}(A')$  iff  $A' = \text{ext } A$  (from (6.3))
- iff  $A = A$  (taking complements and using (6.5)).
- **Remark** Since  $A \subseteq A'$  it follows from the previous theorem that  $A$  is closed
- iff  $A \subseteq A'$ , i.e.  $A$  contains all its limit points. **Hence** – note the usage of the phrase: **hence**.
- By this phrase, you can translate phrases such as: **према томе, одавде следи**

### The passage 3: Notes on the translation:

- Note the translation of the word: једнак, We may translate it in two ways: by using a verb or an adjective. Remember: if we use the verb, we do not add a preposition: to. Thus, we do not say it equals to  $x$  (!!), but: it equals  $x$
- 
- We translate the phrase **аналогно томе** as **Analogously**
- We translate the word **унутрашњост** as **the interior** (always use the article: **the interior**)
- 

### The passage 4: translate the following text into English:

- Важно питање у сваком тополошком простору  $X$  је у којој мери се тачке могу **разликовати** једна од друге **навођењем** отворених скупова којима свака припада.
- **Са становишта конвенционалне физике**, ово је повезано са идејом да ако  $X$  представља физички простор, онда сваки прави 'објекат' постоји **унутар отвореног** скупа. **Тачније**, не може постојати као подскуп затвореног подскупа осим ако нема нетривијалну унутрашњост. Стога се чини уверљивим тврдити да је физички бесмислено правити разлику између две тачке у  $X$  ако су колекције отворених скупова којима припадају идентичне.

### The passage 4: A tentative translation:

- An important question in any topological space  $X$  is the **extent** to which points can be **distinguished** from each other **by listing** the collection of open sets to which each belongs.

- **From the viewpoint of conventional physics**, this is related to the idea that if  $X$  represents physical space, then any real ‘object’ exists inside **an** open set.
- **More precisely**, it cannot exist as a subset of a closed subset **unless** this has a **non-trivial interior**. It **thus** seems **plausible** to argue that it is **physically meaningless** to distinguish between two points in  $X$  if **the collections** of open sets to which they belong are identical.
- One could say that all open sets are ‘**fat**’ **whereas** closed sets come in both thin and fat varieties. For example, a segment of a line in the plane is thin whereas a closed disc is fat.

#### The passage 4: Notes on the translation.

- **Мера** – extent (not measure!)
- **Тачније** - More precisely
- **У физичком смислу**- physically
- **Множине** – collection

#### The passage 5: Translate the following text into English:

За функцију  $F(n)$  се каже да **т** жи **лимесу**  $L$ , ако, ма колико мали био позитивни број  $\delta$ ,  $F(n)$  се разликује од  $L$  за вредност мању од  $\delta$  уколико је вредност  $n$  довољно велика. И, ма колико мали био број  $\delta$ , можемо одредити вредност  $n_0$  сагласно вредности **делта**, такву да се  $f(n)$  разликује од  $L$  за вредност мању од  $\delta$  за све вредности веће или једнаке  $n_0$ .

**Passage 5: The tentative translation:** A function  $F(n)$  is **said to tend** to  $L$ , if, **however small be** the positive number  $\delta$ ,  $F(n)$  differs from  $l$  by a value less than

$\delta$  for sufficiently large values of  $n$  And, **however** small **be** the positive number  $\delta$ , we can determine a value of  $n$  corresponding to the value of  $\delta$ , such that  $f(n)$  differs from  $l$  by less than  $\delta$  for all values greater than or equal to  $n_0$

### Passage 5: Notes on the tentative translation:

- A function  $F(n)$  is said to tend to  $L$  if
- Note the use of the article – we do not say The function  $F(n)$ , but: A function  $F(n)$
- Note the usage of the phrase:  $x$  **is said to** tend to  $L$  if.
- The majority of phrases using the reflexive pronoun: se: kaze se da, can be translated by using the  $x + \text{is said to} + \text{verbal construction}$
- Note the usage of the phrase: however + adjective + be. We say: however small + be, but: not however IS small for: ma koliko da je mala, koliko god da je mala (vrednost, broj).

### Passage 6: Translate the following text into English:

- Сам лимес није исто што и вредност функције. То је нешто **сасвим различито** од ових вредности, премда је дефинисано у релацији са њима. Могуће је да лимес буде једнак вредности неких функција. **Било да то јесте или није случај**, нема никакве везе са концептом лимеса. То је, **такорећи**, чиста случајност. За функције  **$f(n)$**  лимес је једнак свим вредностима  $F(n)$ ,
- За  $F(n) = 1/n$  лимес није једнак свим вредностима функције  $n$  За For  $F(n) = (\sin \frac{1}{2} n \pi)/n$ ,  $1 + (\sin \frac{1}{2} n \pi)/n$  (за чије се лимесе теже бесконачном лако се могу видети да су или 1 или 0 јер  $\sin$  никад у **нумеричком смислу** није већи од 1) лимес је једнак вредностима које  $f(n)$  **узима** за све парне вредности од  $n$ , али вредности узете као непарне вредности разликују се и међу собом и од лимеса.

•

- Passage 6: Limit: a tentative translation:

- It is something quite **distinct** from these values, **though defined by** its relation to them. The limits **may possibly be equal to** some values of **the** function – whether this **be so** or not has absolutely **nothing to do with the notion of the limit**. For **the** function  $f(n) = 0, 1$ , the function is equal to all the values the values of  $f(n)$ . For the function  $F(n) = 1/n$ , it is not equal to any value of  $F$ .
- For  $F(n) = (\sin \frac{1}{2} n \pi)/n$ ,  $1 + (\sin \frac{1}{2} n \pi)/n$  (whose limits as  $n$  tends to  $\infty$  is never **numerically** greater than 1) **assumes** all **even numbers** for  $n$ , but the values assumed for odd numbers of  $n$  are all different from one another.

### Passage 7: Translate the following text into English:

- У графичком облику, тренутна брзина у тренутку  $t$  је **нагиб тангенте** на графику положаја у функцији времена. **Резиме:** Стопе промене, Просечна стопа промене  $= \Delta f / \Delta k = f(k_1) - f(k_2) / k_1 - k_0 =$  **нагиб секантне** линије. Тренутна брзина промене при  $k = k_0$  је граница (како се  $k_1$  приближава и ближе  $k_0$ ) просечних стопа промене. **Процењујемо га** тако што израчунавамо просечну стопу промене у све мањим интервалима. Тренутна брзина је гранична вредност просечне

### Passage 7: A tentative translation:

- Graphically, **instantaneous velocity** at time  $t$  is **the slope of the tangent** line to **the graph of position** as a function of time. Summary: **Rates of Change** **Average rate of change**  $= \Delta f / \Delta x = f(x_1) - f(x_2) / x_1 - x_0 =$  **slope of secant line** The instantaneous rate of change at  $x = x_0$  is the limit (as  $x_1$  gets closer and closer to  $x_0$ ) of the average rates of change. We estimate it by **computing the average** rate of change over smaller and smaller intervals.

### The passage 7: Notes on the translation:

- **the limit**
  - тренутна брзина **instantaneous velocity**
- =

- length of the time interval
- нагиб - the slope of **the tangent**
- by **computing the average**