

Линделесфовост, сепаарабилност, I и II аксиома предјојивости

Нека је (X, \mathcal{T}) тополошки простор.

Дефиниција X је Линделесфов ако сваки отворен покривач од X има предјојив попокривач.

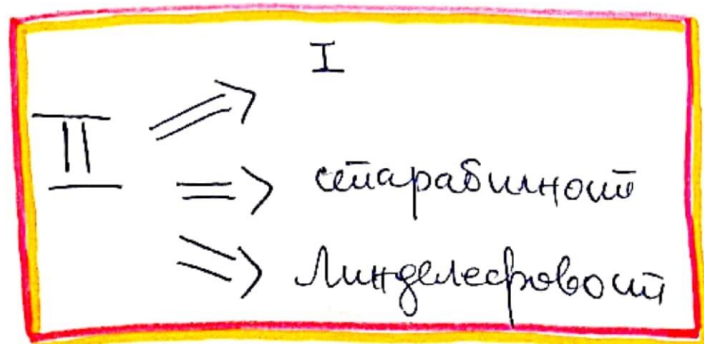
Став X је Линделесфов ако свака фамилија $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{F}_X$ са својством предјојивој пресека има непразан пресек.

Дефиниција X је сепаарабилан топологији $\mathcal{D} \subseteq X$ који је предјојив и свуда густо у X (тј. $\bar{\mathcal{D}} = X$).

Дефиниција X задовољава I аксиому предјојивости ако за свако $x \in X$ постоји предјојива локална база \mathcal{B}_x .

$$(\mathcal{B}_x \subseteq \mathcal{T}_x \text{ т.г. } (\forall U \in \mathcal{T}_x) x \in U \Rightarrow (\exists V \in \mathcal{B}_x) x \in V \subseteq U)$$

Дефиниција X задовољава II аксиому предјојивости ако има предјојиву базу.



(нигде не важи еквиваленција, видети мо постој (R, S))

$\text{II} \Rightarrow \text{I}$ π-πρивујално.

$\text{II} \Rightarrow$ сећарабилношћу Нека је \mathcal{B} π-πρρјива база од X , π-π. $\mathcal{B} = \{B_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ и нека је $x_n \in B_n$, $n \in \mathbb{N}$, π-πρρвкелто. Узиммо $D := \{x_n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Плара је D π-πρρјив и $\overline{D} = X$, па је X сећарабилно.

$\text{II} \Rightarrow$ Линделефов Нека је \mathcal{B} π-πρρјива база од X .

и $X = \bigcup_{U \in \mathcal{T}} U$, $U \in \mathcal{T}$ - ошворет π-πρρвкел.

За $x \in X$ пошлелје $U_x \in \mathcal{U}$ π-π. $x \in U_x$, па пошлелје

и $B_x \in \mathcal{B}$ π-π. $x \in B_x \subseteq U_x$. Ушлмо

$$X = \bigcup_{x \in X} B_x = \bigcup_{i=1}^{\infty} B_{x_i} \subseteq \bigcup_{i=1}^{\infty} U_{x_i} - \text{π-πρρјив пошлелкρρвкел}$$

↑
база је π-πρρјива

Пример $(\mathbb{R}, \mathcal{S})$ је Линделефов, сећарабилно, задово-
лелва I акшому, али не задоволелва II акшому.

I за $x \in \mathbb{R}$, $\mathcal{B}_x = \{[x, x + \frac{1}{n}) \mid n \in \mathbb{N}\}$ је π-πρρјива
локална база.

сећарабилношћу $\overline{\mathbb{Q}} = \mathbb{R}$