Очигледна топологија, 16.06.2022.

1. Нека су дати следећи подскупови одговарајућих метричких простора:

$$\begin{aligned} A &= \Big\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid (x-1)^2+(y-2)^2=3^2\Big\},\\ B &= \Big\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2=z,\ z\geqslant 0\Big\},\\ C &= \Big\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y=e^x\Big\},\\ D &= \left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid \left(\frac{x}{7}\right)^2+\left(\frac{y}{3}\right)^2+\left(\frac{z}{5}\right)^2=1\right\},\\ E &= \Big\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid |x|=|y|\Big\}\cup\{-1,1\}\times[-1,1]. \end{aligned}$$

За сваки од ових простора одредити да ли је хомеоморфан неком од доле понуђених простора и уписати на одговарајуће место (просторе A, B, C, D и E уписати поред *сваког* простора (1) – (8) којима су хомеоморфни).

(1) $S^1 \approx$

(2) $S^1 \vee S^1 \approx$

(3) $S^2 \approx$

(4) $\mathbb{R} \approx$

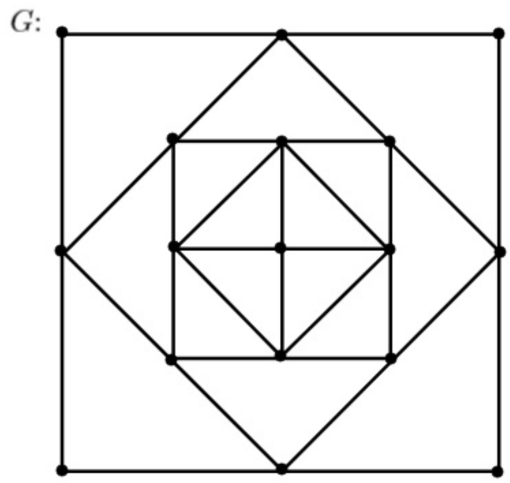
(5) $\mathbb{R}\vee\mathbb{R} \approx$

(6) $\mathbb{R}^2 \approx$

(7) $S^2 \backslash * \approx$

(8) $\partial\left([0,1]^2\right) \approx$

2. Нека је дат граф G наредном сликом.



(а) Одредити Ојлерову карактеристику графа G;

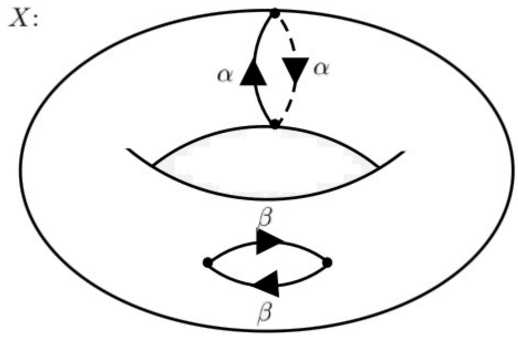
(б) Одредити једно максимално дрво у графу G;

(в) Уклонити једну ивицу тако да граф постане уникурсалан;

(г) Одредити хроматски број графа G.

ОКРЕНИ СТРАНУ

3. Нека је количнички простор X дат наредном сликом.



(а) Наћи један равански количнички модел простора X;

(б) Одредити Ојлерову карактеристику простора X;

(в) Одредити фундаменталну групу простора X као и абелизацију фундаменталне групе;

(г) Одредити фундаменталну групу простора $X/(\alpha \cup \beta)$.

4. Одредити све $n, m \in \mathbb{N}$ за које постоји наткривање $\mathbb{R}^n \to S^m$.

5. Нека је X омотач коцке $[0,1]^3$ и нека је $f : X \to X$ непрекидна инјекција. Доказати да тада f мора бити бијекција.