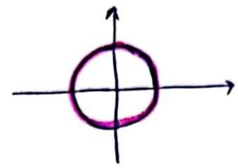
Очигледна топологија - јун 2019.

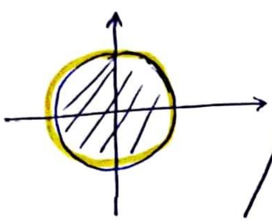
1

$A = \{(\cos t, \sin t) \mid t \in \mathbb{R}\}$



круг

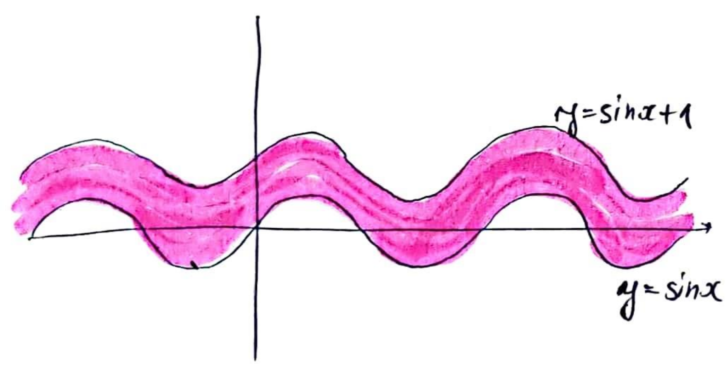
$B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1\} / \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 = 1\}$



$/ S^1 = D^2 / S^1 =$

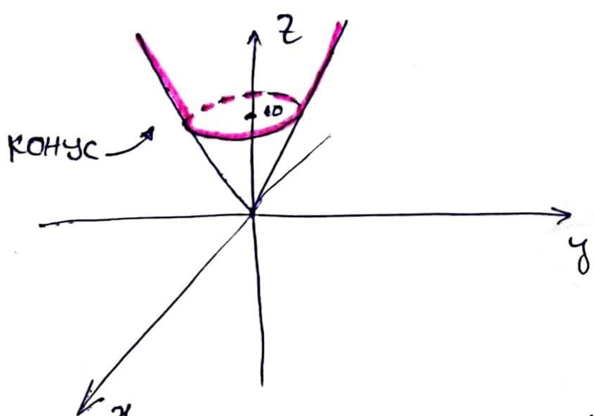
$= S^2$ сфера

$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \sin x < y < \sin x + 1\}$



$\approx \mathbb{R}^2$

$D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x^2+y^2, \ z > 10\}$



$\approx$

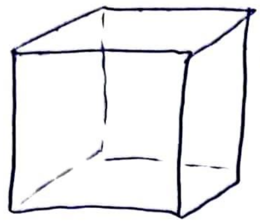
$S^1 \times \mathbb{R}$

$\approx$

$S^1 \times (-1,1)$

цилиндар

$E = [-1,1]^3$



пуна коцка $\approx D^3$

---

(1) $S^1 \approx A$

(2) $S^2 \approx B$

(3) $\mathbb{R} \approx$ /

(4) $D^2 \approx$ /

(5) $S^2 \setminus \{N,S\} \approx D$

(6) $(-\infty, 0) \times S^1 \approx D$

(7) $[2,3) \times S^1 \approx$ /

(8) $[-1,1]^2 \approx$ /

$S^2 \setminus \{N,S\} =$  $\approx$ 

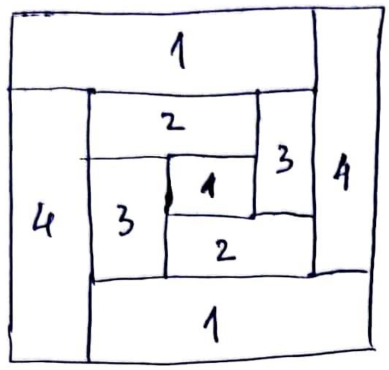
$(-\infty,0) \times S^1 =$ 

$[2,3) \times S^1 =$ 

садржи доњи круг

C и E нису хомеоморфни ни са једним од (1) - (8)

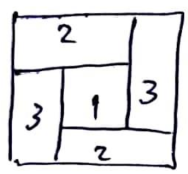
2



3 ← Бојење са 4 боје

Зашто не може са мање од 4:

Мањи квадрат се може само овако обојити са 3 боје:

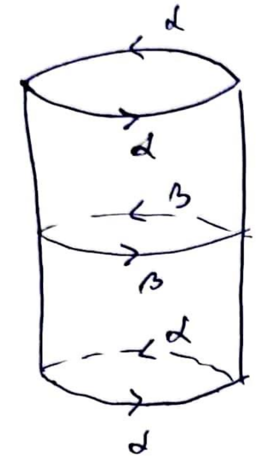


Преостала 4 правоугаоника додирују и ове делове обојене са 2 и 3, а и међусобно се додирују па су за њих потребне две нове боје и то су 1 и 4. Средишњи онда бојимо са 2 или 3.

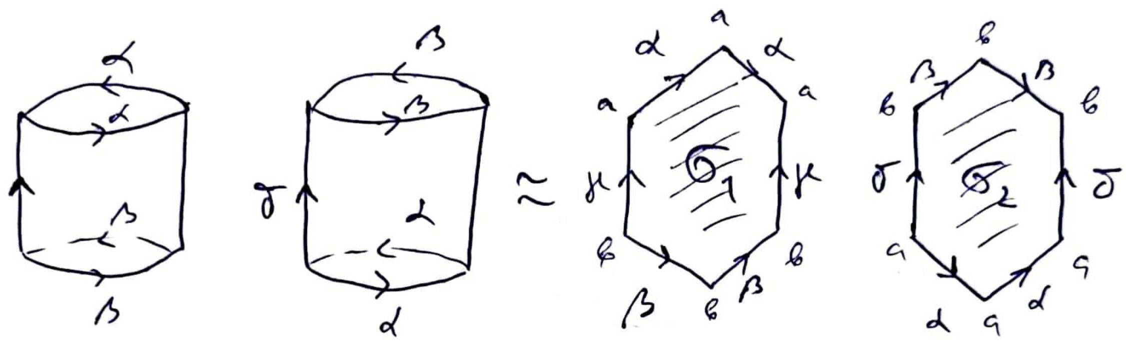
Напомена: у дуалном графу не постоји K_4 као подграф па то не би био добар аргумент

3.

X:



(а)



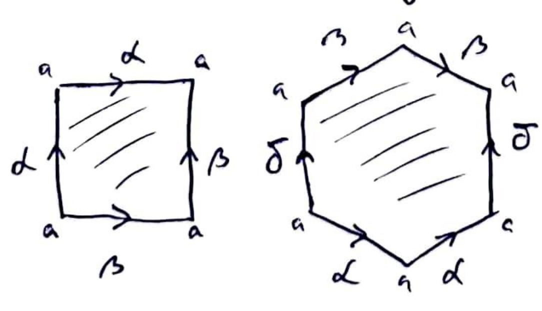
(б) темена: a, $в$

ивице: $\alpha, \beta, \mu, \delta$ $\chi(X) = 2 - 4 + 2 = 0$

стране: σ_1, σ_2

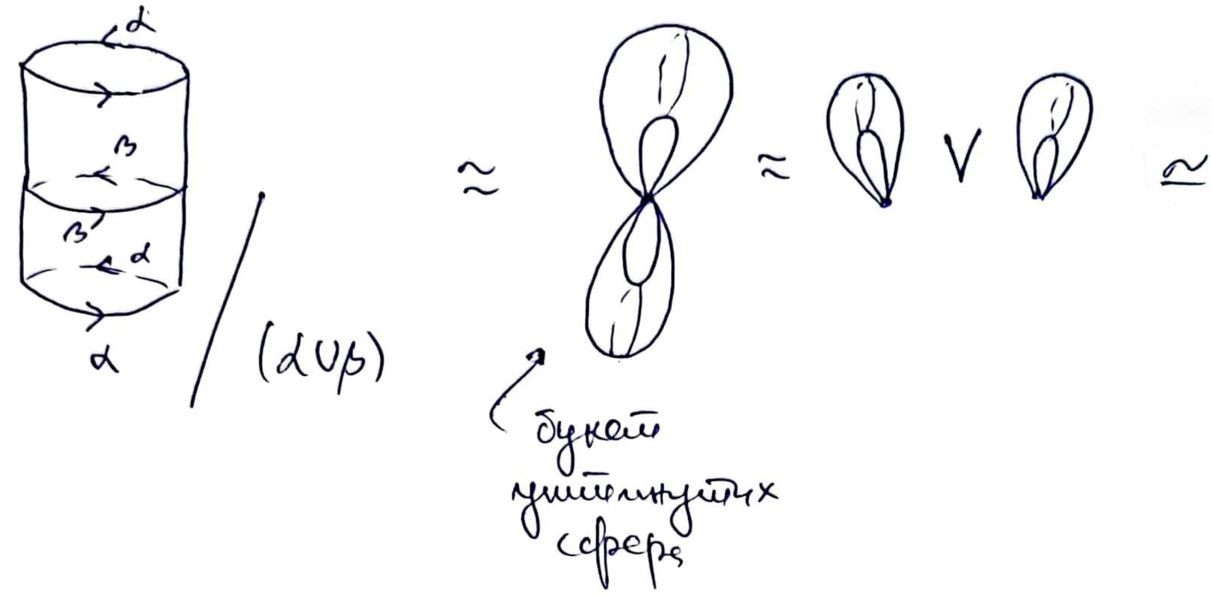
(в) Нису сва темена иста па посечемо по нпр. μ (а могло је и δ јер су обе дужи од а до в)

$X \simeq X/\mu \simeq$



$$\pi_1(X) \cong \langle \alpha, \beta, \delta \mid \beta^2\alpha^{-2} = 1,\ \alpha^2\delta\beta^{-2}\delta^{-1} = 1 \rangle$$

(г) Користимо модел из поставке



$$\simeq \underbrace{S^1 \vee S^2} \vee \underbrace{S^1 \vee S^2}$$

$$\Rightarrow \pi_1(X/(\alpha\cup\beta)) \cong \pi_1(S^1\vee S^2\vee S^1\vee S^2) \cong$$

$$\cong \pi_1(S^1) * \pi_1(S^2) * \pi_1(S^1) \vee \pi_1(S^2) \cong$$

$$\cong \mathbb{Z} * 0 * \mathbb{Z} * 0 = \mathbb{Z} * \mathbb{Z} \quad \blacksquare$$

Рађено на вежбама:  $\simeq S^1 \vee S^2$

$\boxed{4.}$

(а) $M_5 \to M_5$?

$M_5 \approx M_5$ имамо хомеоморфизам (нпр. идентичко пресл. 1_{M_5}), а то је и наткривање

$\Rightarrow \boxed{M_5 \to M_5}$

(б) $\chi(M_5) = 2 - 2 \cdot 5 = -8$

$\chi(N_5) = 2 - 5 = -3$

$\chi(M_5) = n \cdot \chi(N_5)$

$-8 = n \cdot (-3) \Rightarrow n = \frac{8}{3} \notin \mathbb{N}$ $\lightning$

$\Rightarrow \boxed{M_5 \not\to N_5}$

(в) $\chi(M_5) = -8$

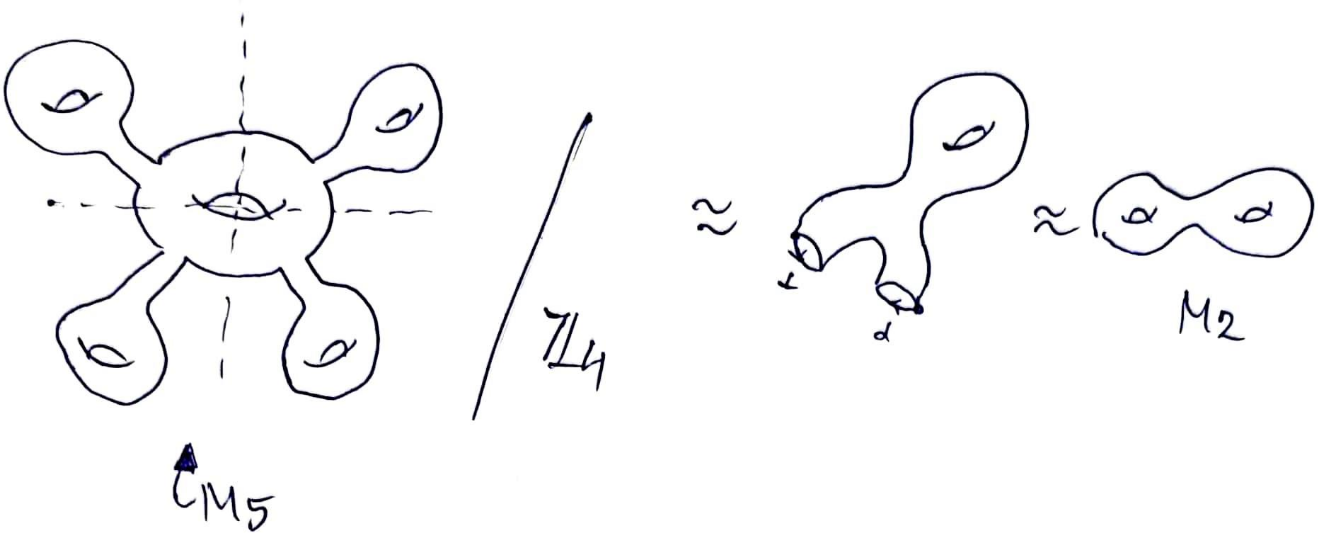
$\chi(M_2) = -2$

$\chi(M_5) = n \cdot \chi(M_2)$

$-8 = n \cdot (-2) \Rightarrow \underline{n = 4}$

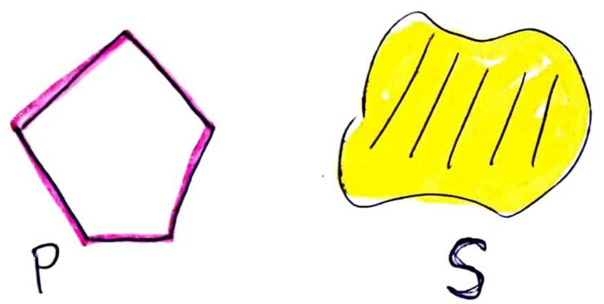
$\Rightarrow$ ако постоји наткривање, оно је 4-листно.

Дејство је сa $\mathbb{Z}_4$ на M_5



Дакле, $M_5 \to M_5/\mathbb{Z}_4$, тј. $\boxed{M_5 \to M_2}$. ■

5.



Нека је $d: P \to \mathbb{R}$ дато са $d(x) = d(x, S)$

растојање тачке x од скупа S

Имамо хомеоморфизам $h: S^1 \to P$.

Тада $d \circ h: S^1 \to \mathbb{R}$ непр.

$\overset{БУТ}{\Longrightarrow}$ $(\exists x_0 \in S^1)$ $d(h(x_0)) = d(h(-x_0))$

$\Rightarrow$ $h(x_0)$ и $h(-x_0)$ су тражене тачке. ■