

1. Нека су дати следећи подскупови одговарајућих метричких простора:

$$A = \{(\cos t, \sin t) \mid t \in \mathbb{R}\},$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\} / \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\},$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \sin x < y < \sin x + 1\},$$

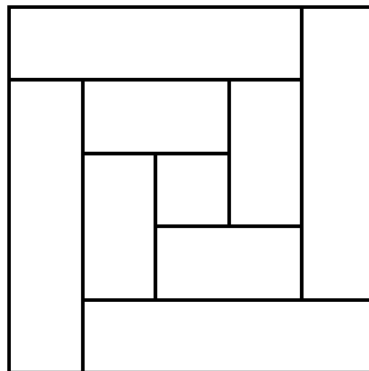
$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x^2 + y^2, z > 10\},$$

$$E = [-1, 1]^3.$$

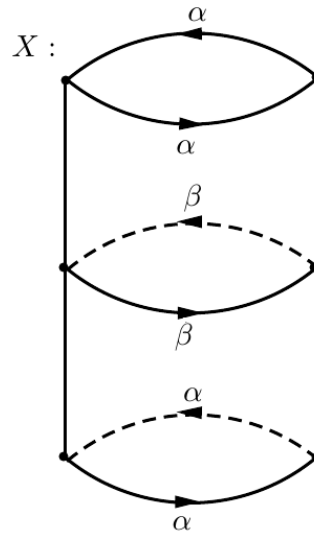
За сваки од ових простора одредити да ли је хомеоморфан неком од доле понуђених простора и уписати на одговарајуће место (просторе  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  и  $E$  уписати поред сваког простора 1) – 8) којима су хомеоморфни).

- 1)  $S^1 \approx$
- 2)  $S^2 \approx$
- 3)  $\mathbb{R} \approx$
- 4)  $D^2 \approx$
- 5)  $S^2 \setminus \{N, S\} \approx$
- 6)  $(-\infty, 0) \times S^1 \approx$
- 7)  $[2, 3) \times S^1 \approx$
- 8)  $[-1, 1]^2 \approx$

2. Одредити хроматски број дате мапе у равни (обојити мапу минималним бројем боја и образложити зашто није могуће обојити је са мање боја).



3. Нека је количнички простор  $X$  дат наредном сликом ( $X$  је количнички простор добијен од омотача ваљка са додатом идентификацијом са слике).



- (a) Наћи један равански количнички модел простора  $X$ ;
- (б) Одредити Ојлерову карактеристику простора  $X$ ;
- (в) Одредити фундаменталну групу простора  $X$ ;
- (г) Одредити фундаменталну групу простора  $X/(\alpha \cup \beta)$ .

4. Испитати да ли постоје наткривања:

- (a)  $M_5 \rightarrow M_5$ ;
- (б)  $M_5 \rightarrow N_5$ ;
- (в)  $M_5 \rightarrow M_2$ .

5. Нека је  $S \subseteq \mathbb{R}^2$  произвољан скуп и нека је  $P \subset \mathbb{R}^2$  правилан петоугао. Доказати да постоје две тачке са петоугла  $P$  које су на истом растојању од скупа  $S$ . (Скупови  $S$  и  $P$  су произвољне величине и произвољно позиционирани у равни.)