Очигледна топологија, 27.06.2019.

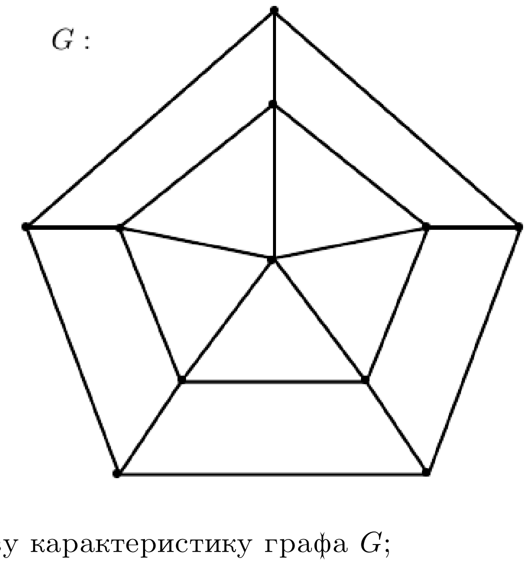
1. Нека су дати следећи подскупови одговарајућих метричких простора:

$$\begin{aligned}
A &= \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geqslant 0, x^2 - y^2 = 4\right\},\\
B &= \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 + y^2 + 4x - 2y = -1\right\},\\
C &= \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x^2 + y^2 > 10\right\},\\
D &= \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid -1 \leqslant z \leqslant 1, x^2 + y^2 = 1\right\} \cup \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid z \in \{-1,1\}, x^2 + y^2 \leqslant 1\right\},\\
E &= \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x + y\right\}.
\end{aligned}$$

За сваки од ових простора одредити да ли је хомеоморфан неком од доле понуђених простора и уписати на одговарајуће место (просторе A, B, C, D и E уписати поред *сваког* простора 1) – 8) којима су хомеоморфни).

1) $S^1 \vee S^1 \approx$
2) $S^1 \times \mathbb{R} \approx$
3) $\mathbb{R} \approx$
4) $S^1 \times [-1,1] \approx$
5) $S^2 \approx$
6) $S^2 \backslash * \approx$
7) $S^1 \approx$
8) $[0,5]/\{0,5\} \approx$

2. Нека је дат граф G наредном сликом.



(а) Одредити Ојлерову карактеристику графа G;

(б) Одредити једно максимално дрво у графу G;

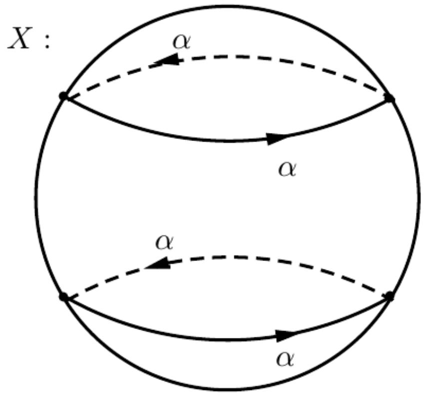
(в) Одредити колико најмање ивица треба уклонити из графа G тако да он буде уникурсалан;

(г) Одредити хроматски број графа G;

(д) Уклонити једну ивицу графа G тако да се његов хроматски број смањи.

ОКРЕНИ СТРАНУ

3. Нека је количнички простор X дат наредном сликом.



(а) Наћи један равански количнички модел простора X;

(б) Одредити Ојлерову карактеристику простора X;

(в) Одредити фундаменталну групу простора X;

(г) Одредити фундаменталну групу простора X/α.

4. Нека су $f, g : D^2 \to S^2$ функције дате са

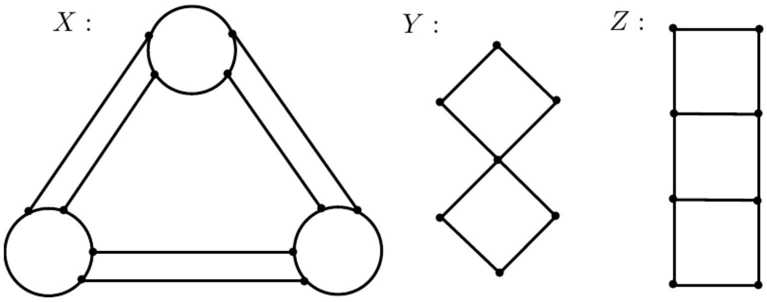
$$f(x_1, x_2) \stackrel{def}{=} \left(x_1, x_2, \sqrt{1 - x_1^2 - x_2^2}\right),$$

$$g(x_1, x_2) \stackrel{def}{=} \left(\frac{x_1}{2}, \frac{x_2}{2}, \frac{\sqrt{4 - x_1^2 - x_2^2}}{2}\right).$$

(а) Испитати да ли је $f \simeq g$;

(б) Испитати да ли је f хомотопски тривијално пресликавање, тј. да ли постоји константно пресликавање $c_{y_0} : D^2 \to S^2$ дато са $c_{y_0}(x) = y_0 \in S^2$, за све $x \in D^2$, такво да је $f \simeq c_{y_0}$.

5. Нека су простори X, Y и Z дати наредом сликом.



Испитати да ли постоје следећа наткривања:

(а) $X \to Y$; (б) $Y \to X$; (в) $X \to Z$; (г) $Z \to X$; (д) $Y \to Z$; (ђ) $Z \to Y$.