ЛИНЕАРНА АЛГЕБРА

Матрице

деф Матрица реда $m \times n$ је табела бројева са m редова и n колона. Матрице означавамо великим словима латинице $(A, B, C, \dots)$, а елементе матрице малим латиничним словима са два индекса $(a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, \dots)$. Пишемо и

$$A = (a_{ij})_{m \times n}$$

Прецизније, елементи матрице A су бројеви a_{ij}, где је i ред, а j колона у којој се број a_{ij} налази.

Пишемо:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Пример $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & 1 \end{pmatrix}$ ово је матрица реда 2×3, тј.

$$A = (a_{ij})_{2 \times 3} \quad \text{и} \quad a_{11} = 2,\ a_{12} = 2,\ a_{13} = 3,\ a_{21} = 0,\ a_{22} = -5,\ a_{23} = 1$$

деф Матрица реда $n \times n$ је квадратна матрица.

Пример $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & 1 \end{pmatrix}$ није квадратна

$B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$ и $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ јесу квадратне

Операције са матрицама

① Множење матрице скаларом (скалар = број)

$A = (a_{ij})_{m\times n}$ – матрица, $\quad r \in \mathbb{R}$ – скалар

Кад помножимо матрицу A скаларом r добијамо нову матрицу $r\cdot A$ реда $m\times n$:

$$r\cdot A \overset{def}{=} (r\cdot a_{ij})_{m\times n}$$

(тј. сваки ел. у A помножимо са r)

Пример $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & 1 \end{pmatrix}$, $\quad r = 7$

$$rA = 7A = \begin{pmatrix} 7\cdot 2 & 7\cdot 2 & 7\cdot 3 \\ 7\cdot 0 & 7\cdot(-5) & 7\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 14 & 21 \\ 0 & -35 & 7 \end{pmatrix}$$

② Сабирање матрица

Сабирамо само матрице истог реда $m\times n$ и то члан по члан и за резултат добијамо нову матрицу реда $m\times n$:

$$A + B = (a_{ij})_{m\times n} + (b_{ij})_{m\times n} \overset{def}{=} (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n}$$

Пример $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & 1 \end{pmatrix}$, $\quad B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 4 \\ 2 & 5 & 5 \end{pmatrix}$, $\quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 4 \\ 2 & 5 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-\frac{1}{2} & 2+0 & 3+4 \\ 0+2 & -5+5 & 1+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 2 & 7 \\ 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

$B + C$ = нема смисла јер B и C нису истог реда!

$$O = (0)_{m\times n} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}_{m\times n}$$ – нула матрица реда $m\times n$

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}_{n\times n}$$ – јединична матрица реда n

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad I_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \ \ldots$$

I_n је увек квадратна!

Особине: Нека су A, B, C матрице реда $m\times n$. Тада

(1) $A + B = B + A$ (комутативност)

(2) $(A+B)+C = A+(B+C)$ (асоцијативност)

(3) $A + O = O + A = A$

(4) Ако је $k \in \mathbb{N}$, онда $k\cdot A = \underbrace{A + A + \cdots + A}_{k}$

Став Нека су A, B матрице реда $m\times n$ и $a, b \in \mathbb{R}$. Тада

(1) $0\cdot A = O$, $1\cdot A = A$

(2) $(a+b)A = aA + bA$

(3) $(ab)A = a(bA)$

(4) $a(A+B) = aA + aB$

доказ (1) $0\cdot A = 0\cdot (a_{ij})_{m\times n} = (0\cdot a_{ij})_{m\times n} = (0)_{m\times n} = O$

број нула — нула матрица

$1\cdot A = 1\cdot (a_{ij})_{m\times n} = (1\cdot a_{ij})_{m\times n} = (a_{ij})_{m\times n} = A$

(2) $(a+b)A = (a+b)(a_{ij})_{m\times n} = \left((a+b)a_{ij}\right)_{m\times n} = \left(a\cdot a_{ij} + b\cdot a_{ij}\right)_{m\times n} =$

$$= (a\cdot a_{ij})_{m\times n} + (b\cdot a_{ij})_{m\times n} = aA + bA$$

(3) $(ab)A = (ab)(a_{ij})_{m\times n} = \left((ab)a_{ij}\right)_{m\times n} = \left(a(ba_{ij})\right)_{m\times n} =$

$$= a\,(ba_{ij})_{m\times n} = a(bA)$$

(4) $a(A+B) = a\left((a_{ij})_{m\times n} + (b_{ij})_{m\times n}\right) = a(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n} = \left(a(a_{ij}+b_{ij})\right)_{m\times n} =$

$$= (aa_{ij} + ab_{ij})_{m\times n} = (aa_{ij})_{m\times n} + (a\,b_{ij})_{m\times n} = aA + aB$$

3 Множење матрица

Нека је $A = (a_{ij})_{m\times n}$ и $B = (b_{ij})_{n\times p}$. Тада је производ матрице A и B нова матрица реда $m\times p$:

$$A\cdot B \overset{def}{=} (c_{ij})_{m\times p},$$

где је $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj}$

Дакле, можемо множити $A\cdot B$ само ако је:

број колона у A = број врста у B !

Пример $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}_{2\times 2}$ $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 2}$

$$A\cdot B = (c_{ij})_{2\times 2} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$$

$c_{11} = 1\cdot 0 + 2\cdot 1 = 2 \leftarrow$ 1. врста у A и 1. колона у B

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

$c_{12} = 1\cdot(-1)+2\cdot 2 = 3$ ← 1. врста у A и 2. колона у B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$c_{21} = 3\cdot 0 + 4\cdot 1 = 4$ ← 2. врста у A и 1. колона у B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$c_{22} = 3\cdot(-1) + 4\cdot 2 = 5$ ← 2. врста у A и 2. колона у B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

дакле, $A\cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

Пример $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}_{2\times 3}$ $\qquad B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 0 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}_{3\times 2}$

$$A\cdot B = \begin{pmatrix} 1\cdot 4+0\cdot 2+1\cdot 5 & 1\cdot 3+0\cdot 0+1\cdot(-6) \\ 2\cdot 4+(-1)\cdot 2+4\cdot 5 & 2\cdot 3+(-1)\cdot 0+4\cdot(-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -3 \\ 26 & -18 \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

деф Ако је A квадратна матрица и $n\in\mathbb{N}$, онда

$$A^n \overset{def}{=} \underbrace{A\cdot A\cdot A\cdots A}_{n}$$

Став Нека су A, B, C матрице. Тада

(1) $(A\cdot B)\cdot C = A\cdot(B\cdot C)$ (асоцијативност)

(2) $A(B+C) = AB+AC$, $(A+B)C = AC+BC$ (дистрибутивност)

(3) $\tau(AB) = (\tau A)\cdot B = A\cdot(\tau B)$, $\tau\in\mathbb{R}$

(4) Ако је A квадратна реда n, онда $A\cdot I_n = I_n\cdot A = A$

Став Множење матрица није комутативно, тј. у општем случају $A \cdot B \neq B \cdot A$.

Пример $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 0 + 3\cdot 2 & 1\cdot 1 + 3 \cdot 2 \\ (-1)\cdot 0 + 2\cdot 2 & (-1)\cdot 1 + 2\cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\neq$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0\cdot 1 + 1\cdot(-1) & 0\cdot 3 + 1\cdot 2 \\ 2\cdot 1 + 2\cdot(-1) & 2\cdot 3 + 2\cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$$

Задаци

1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 8 & 8 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 4 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

Израчунати:

(а) $A + B$

(б) $3A$

(в) $B - A$

(г) $2A + 3B$

Решење (а) $A + B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 8 & 8 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 & 4 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-2 & 2+0 & 5+4 \\ 8+7 & 8+1 & 3+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 9 \\ 15 & 9 & 8 \end{pmatrix}$

(б) $3A = 3\begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 8 & 8 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 15 \\ 24 & 24 & 9 \end{pmatrix}$

(в) $B - A = B + (-1)\cdot A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 4 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix} + (-1)\begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 8 & 8 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 4 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & -2 & -5 \\ -8 & -8 & -3 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} -2+(-2) & 0+(-2) & 4+(-5) \\ 7+(-8) & 1+(-8) & 5+(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -2 & -1 \\ -1 & -7 & 2 \end{pmatrix}$

(г) $2A + 3B = 2\begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 8 & 8 & 3 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} -2 & 0 & 4 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 10 \\ 16 & 16 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 0 & 12 \\ 21 & 3 & 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 22 \\ 37 & 19 & 21 \end{pmatrix}$ ∎

(2.) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{2\times 2}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 & -2 \\ -3 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}_{2\times 4}$

Израчунати:

(а) A^2

(б) A^3

(в) $A^2 \cdot B$

(г) $(3A)^2 \cdot B$

(д) $B \cdot A$

решење (а) $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\cdot 3 + 2\cdot 0 & 3\cdot 2 + 2\cdot 1 \\ 0\cdot 3 + 1\cdot 0 & 0\cdot 2 + 1\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(б) $A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9\cdot 3 + 8\cdot 0 & 9\cdot 2 + 8\cdot 1 \\ 0\cdot 3 + 1\cdot 0 & 0\cdot 2 + 1\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 & 26 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(в) $A^2 \cdot B = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 & -2 \\ -3 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 9\cdot 4 + 8\cdot(-3) & 9\cdot 1 + 8\cdot 0 & 9\cdot(-1) + 8\cdot 0 & 9\cdot(-2) + 8\cdot 8 \\ 0\cdot 4 + 1\cdot(-3) & 0\cdot 1 + 1\cdot 0 & 0\cdot(-1) + 1\cdot 0 & 0\cdot(-2) + 1\cdot 8 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 12 & 9 & -9 & 46 \\ -3 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

(г) $(3A)^2 \cdot B = (3A)\cdot(3A)\cdot B = 9A^2B = \begin{pmatrix} 108 & 81 & -81 & 414 \\ -27 & 0 & 0 & 72 \end{pmatrix}$

(д) $B \cdot A$ није дефинисано јер је B реда 2×4, а A реда 2×2 и $4 \neq 2$! ☒

③ $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 2}$

Одредити матрицу B реда 2×2 такву да је $AB = I_2$.

решење Нека је $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Тражимо a, b, c, d, а знамо

$$AB = I_2, \quad \text{тј.}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Израчунајмо прво $A\cdot B$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ 2a+2c & 2b+2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Да би матрице биле једнаке, морају сви ел. да им буду једнаки:

$$\left.\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= 0 \\ 2a+2c &= 0 \\ 2b+2d &= 1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow a = 1,\ b = 0,\ c = -1,\ d = \frac{1}{2}$$

Дакле, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$. ☒

Крај задатака

Детерминанте

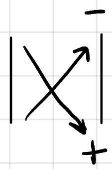
Детерминанта матрице A је број који додељујемо матрици A. Означава се са $\det A$ или $|A|$. Детерминанте се дефинишу само за квадратне матрице.

Прво дефинишемо $\det A$ за A реда 1×1, 2×2 и 3×3, а онда и за $n\times n$, за $n \geq 4$.

(1) $A = (a)$ - матрица реда 1×1

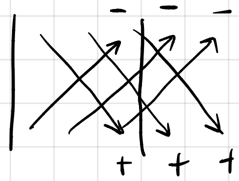
$$\det A \overset{\text{def}}{=} a$$

(2) $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ реда 2×2

Памтимо: 

$$\det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

(3) $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ реда 3×3

Памтимо: 

$$\det A = \left|\begin{matrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{matrix}\right| \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix} = aei + bfg + cdh - gec - hfa - idb$$

допишемо прве 2 колоне

Пример (1) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2\cdot 1 - 0\cdot 3 = 2$

(2) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 2\cdot 3 - 2\cdot 3 = 0$

(3) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 5 \end{vmatrix} = \left|\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 5 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{matrix} = 1\cdot 1\cdot 5 + 2\cdot(-1)\cdot 2 + 3\cdot 0\cdot 2 - 2\cdot 1\cdot 3 - 2\cdot(-1)\cdot 1 - 5\cdot 0\cdot 2 =$

$= 5 - 4 + 0 - 6 + 2 - 0 = -3$

Сада прелазимо на општи случај.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$ - матрица реда $n\times n$

Нека је A_{ij} матрица реда $(n-1)\times(n-1)$ коју добијамо кад из A обришемо i-ту врсту и j-ту колону.

$M_{ij} \overset{def}{=} \det(A_{ij})$ се зове минор матрице A.

Детерминанту од A рачунамо по формули:

$$\det A = a_{11}M_{11} - a_{12}M_{12} + a_{13}M_{13} - \dots + (-1)^{n+1}a_{1n}M_{1n}$$

детерминанта реда $n\times n$

детерминанте реда $(n-1)\times(n-1)$

Помоћу ове формуле детерминанту реда n сведемо на $n-1$, па опет применимо формулу да добијемо детерминанту реда $n-2$, па $n-3$ итд. док не стигнемо до реда 3 или 2.

Пример $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 6 & 7 & 1 \end{pmatrix}$

$A_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 6 & 7 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $\quad M_{11} = \det A_{11} = \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} = (-1)\cdot 1 - 7\cdot 5 = -34$

$A_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 6 & 7 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$, $\quad M_{12} = \det A_{12} = \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} = 0\cdot 1 - 6\cdot 5 = -30$

$A_{13} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 6 & 7 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$, $\quad M_{13} = \det A_{13} = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} = 0\cdot 7 - 6\cdot(-1) = 6$

$$\det A = a_{11}M_{11} - a_{12}M_{12} + a_{13}M_{13} = 1\cdot(-34) - 2\cdot(-30) + 2\cdot 6 = 38$$

Став Ако су A и B квадратне матрице истог реда, онда

$$\det(A\cdot B) = \det A \cdot \det B$$

Пример $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $\det(A\cdot B) = ?$

1. начин: $A\cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot 1+5\cdot(-1) & 2\cdot 0+5\cdot(-2) \\ (-3)\cdot 1+8\cdot(-1) & (-3)\cdot 0+8\cdot(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -10 \\ -11 & -16 \end{pmatrix}$

$$\det(A\cdot B) = \begin{vmatrix} -3 & -10 \\ -11 & -16 \end{vmatrix} = (-3)\cdot(-16) - (-11)\cdot(-10) = 48 - 110 = -62$$

2. начин: $\det A = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 8 \end{vmatrix} = 2\cdot 8 - (-3)\cdot 5 = 31$

$$\det B = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = 1\cdot(-2) - (-1)\cdot 0 = -2$$

$$\det(A\cdot B) = \det A\cdot\det B = 31\cdot(-2) = -62$$