

Математичке логике

деф. Иказ је твђење које има логичку вредност ($\top, \perp$)

Пример (1) Београд је главни град Србије ($\top$)

(2) Котенхаген је главни град Србије ($\perp$)

Иказе означавамо са: $p, q, r, \dots$

Логичке операције

- | | | |
|--------------------------------------|-------------------|-----------|
| (1) конјункција („и“) | $\wedge$ | } бинарне |
| (2) дисјункција („или“) | $\vee$ | |
| (3) импликација („ако, онда“) | $\Rightarrow$ | |
| (4) еквиваленција („ако и само ако“) | $\Leftrightarrow$ | |
| (5) негација („не“) | $\neg$ | } унарне |

Таблице:

$p \wedge q$			$p \vee q$			$p \Rightarrow q$			$p \Leftrightarrow q$				
p	q		p	q		p	q		p	q		p	$\neg p$
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\perp$
$\top$	$\perp$	$\perp$	$\top$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\top$
$\perp$	$\top$	$\perp$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\top$	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\perp$	$\top$

Пример (1) „Ако добијем 10 из математике онда ћу на море“

p = „добићу 10 из математике“, q = „онда ћу на море“

$$p \Rightarrow q$$

(2) „Купићу аџић или кеџу и јогу“

p = купићу аџић, q = купићу кеџу, r = купићу јогу

$$(p \vee q) \wedge r$$

деф. Сложени иказ који је увек логички тачан се назива логичком тавтологијом.

Пример: „Данас је четвртак или данас није четвртак“

$$p \vee \neg p \text{ је логичка тавтологија}$$

Квантификатори сваки $\forall$, постоји $\exists$

Пример (1) $x^2 \geq 0$ за свако реално x пишемо: $(\forall x \in \mathbb{R}) x^2 \geq 0$

(2) Постоји реално број x чији је квадрат $\neq 0$: $(\exists x \in \mathbb{R}) x^2 \neq 0$

Скупови

Скуп је скупост елемената.

Скупови: $A, B, C, \dots$ елементи: $a, b, c, \dots, x, y, z, \dots$

$x \in A \Leftrightarrow$ „ x припада A “

$x \notin A \Leftrightarrow$ „ x не припада A “

Скуп је коначан ако има коначно много елемената, а иначе је бесконачан.
 $|A|$ = бр. елемената скупа A

Пример A је скуп целих бројева од 5 до 11

$$A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}, \quad |A| = 7$$

Користимо ознаку: $A = \{x \mid P(x)\}$ = скуп свих x за које важи $P(x)$

Пример $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge 7 \leq x \leq 9\} = \{7, 8, 9\}$

Скупови су једнаки ако имају све исте елементе. Празан скуп $\emptyset$.
 A је подскуп B ако су сви ел. из A садржани у B . Ознака: $A \subseteq B$.

Операције:

- (1) унија $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
- (2) пресек $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
- (3) разлика $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$
- (4) комплемент од A (у односу на U) $C_U A = U \setminus A$
(ако се U подразумева онда A^c)

Пример $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 4, 6\}$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}, \quad A \cap B = \{2\}, \quad A \setminus B = \{1, 3\}, \quad B \setminus A = \{4, 6\}$$

деф. Потпуни скуп скупа A је скуп свих могућих подскупова $P(A) = \{B \mid B \subseteq A\}$

деф. Уређен пар (a, b) је скуп од два елемента у коме се зна редослед

Пример $\{1, 2\} = \{2, 1\}$, али $(1, 2) \neq (2, 1)$

деф. Декартов производ скупова A и B је скуп свих уређених парова (a, b) где је $a \in A, b \in B$, тј.
 $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$

Функције, операције, релације

деф. Функција (преликовање) f из скупа A у скуп B је правило које сваком ел. из A додели тачно један ел. из B .

ознака: $f: A \rightarrow B$, A = домен, B = кодомен; ознака за домен: D_f

Слика функције f је скуп свих вредности које f може да узме:

$$f(D_f) = \{f(x) \mid x \in D_f\}$$

Пример (1) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = x^2 + 4$
(2) $f: (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$, $f(x) = \sqrt{x}$

деф. Композиција функција $f: A \rightarrow B$ и $g: B \rightarrow C$ је $g \circ f: A \rightarrow C$ гдје се

$$(g \circ f)(x) \triangleq g(f(x))$$

Пример (1) $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2 + 1$, $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$(f \circ g)(x) = \sin(x^2 + 1), \quad (g \circ f)(x) = \sin^2 x + 1$$

деф. Кажемо да је $f: A \rightarrow B$ парна ако $f(-x) = f(x)$ за свако $x \in A$. f је непарна ако $f(-x) = -f(x)$ за свако $x \in A$.

деф. Бинарна операција је преликовање $*$: $A \times A \rightarrow A$

$$\text{ознака: } a * b = *(a, b)$$

нпр. $+$, $-$, $\cdot$, $:$

деф. Бинарна релација R на скупу A је подскуп скупа $A \times A$

пишемо $x R y$ ако је $(x, y) \in R$

нпр. $\geq$, $\leq$, $=$