Анализа 2, 20.06.2026.

Други колоквијум

М смер

1. Дате су површи

$$S_1 = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; 2x^2 + y^2 + z^2 = 1\right\} \text{ и } S_2 = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x + y = 0\right\}.$$

и векторско поље

$$\overrightarrow{F} = \left(yz + e^x,\ xz + \ln(1+e^x),\ x^2y + \frac{1}{1+z^2}\right).$$

Израчунати интеграл

$$\int_\gamma \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{dl}$$

ако је крива γ део пресека површи S_1 и S_2 који се налази у полупростору $x \leqslant 0$ оријентисан од тачке $A(0,0,-1)$ до тачке $B(0,0,1)$.

2. Дата је 2-форма

$$\omega = (x^3 + \sin(yz))\,dy\,dz + (y^3 + xz\cos(yz))\,dz\,dx + (z + yz\cos(xz))\,dx\,dy.$$

Израчунати интеграл

$$\iint \omega$$

где је S доња страна површи дефинисане са

$$S = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; 2 - z = 3x^2 + y^2,\ z \geqslant 0\right\}.$$

3. Дата је фамилија подскупова простора $\mathbb{R}^3$

$$M_\alpha = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + y^2 = z^2 + \alpha\right\}, \qquad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Испитати за које вредности параметра α је M_α тополошка многострукост, а за које вредности је глатка регуларна површ, тј. глатка подмногострукост у $\mathbb{R}^3$.

4. Дата је 2π-периодична функција $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ дефинисана са $f(x) = |e^x - e^{-x}|$ за све $x \in [-\pi, \pi]$.

   (а) Написати Фуријеов тригонометријски ред функције f.

   (б) За које реалне x је вредност функције f у x једнака вредности щеног Фуријеовог реда.

   (в) Израчунати суме

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2+1} \qquad \text{и} \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+1}$$