19.11.2020.

Теорија

Т Мајер-Виеторисов низ:

X_1, X_2 - потпростори од X, $\mathrm{int}\, X_1 \cup \mathrm{int}\, X_2 = X$

Тада је тачан низ:

$$\cdots \to H_n(X_1\cap X_2) \xrightarrow{(i_*,-j_*)} H_n(X_1)\oplus H_n(X_2) \xrightarrow{k_*+l_*} H_n(X) \xrightarrow{\partial} H_{n-1}(X_1\cap X_2) \to \cdots$$

где су пресликавања индукована инклузијама:

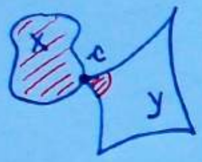
$$\begin{tikzcd} & X_1 \arrow[dr, "k"] & \\ X_1\cap X_2 \arrow[ur, hook, "i"] \arrow[dr, hook, "j"'] & & X \\ & X_2 \arrow[ur, "l"'] & \end{tikzcd}$$

- уколико је $X_1\cap X_2 \neq \emptyset$ овакав низ постоји и у редукованој хомологији
- оба низа су природна

имамо неколико последица:

1 $\tilde H_n(X\vee Y) \cong \tilde H_n(X)\oplus \tilde H_n(Y)$

(уз довољно лепе претпоставке - X, Y-путно повезани и лок. контрактибилни ...)



$X_1 := X \cup$ мала контрактибилна околина c у Y

$Y_1 := Y \cup$ —||— —||— c у X

$\to \mathrm{int}\, X_1 \cup \mathrm{int}\, Y_1 = X\vee Y$

МВ низ:

$$\cdots\to \underbrace{\tilde H_n(\underbrace{X_1\cap Y_1}_{\simeq *})}_{0} \to \tilde H_n(X_1)\oplus \tilde H_n(Y_1) \to \tilde H_n(X_1\cup Y_1) \to \underbrace{\tilde H_{n-1}(\underbrace{X_1\cap Y_1}_{\simeq *})}_{0} \to \cdots$$ тачан

$$\Rightarrow\ 0 \to \underset{\substack{\wr\\ X}}{\tilde H_n(X_1)} \oplus \underset{\substack{\wr\\ Y}}{\tilde H_n(Y_1)} \to \tilde H_n(\underbrace{X_1\cup Y_1}_{= X\vee Y}) \to 0$$ тачан, тј. важи $\boxed{1}$ ☐

2 SX-суспензија X : $\tilde H_{n+1}(SX) \cong \tilde H_n(X)$

$X_1 := SX \setminus \{p\} \simeq CX$  $\simeq *$

$X_2 := SX\setminus\{q\} \simeq CX \simeq *$

$\mathrm{int}\, X_1 \cup \mathrm{int}\, X_2 = SX$

МВ низ:

$$\to \underbrace{\tilde H_{n+1}(X_1)}_{0} \oplus \cancel{\underbrace{\tilde H_{n+1}(X_2)}_{0}} \to \tilde H_{n+1}(SX) \to H_n(\underbrace{X_1\cap X_2}_{\substack{= SX\setminus\{p,q\}\\ \simeq X\times(-1,1)\\ \simeq X}}) \to \cancel{\underbrace{\tilde H_n(X)}_{0}\oplus} \underbrace{\tilde H_n(X)}_{0} \to \cdots$$

$\Rightarrow$ важи $\boxed{2}$ ☐

Помоћу суспензије: $S(S^{n-1}) \approx S^n$

и познате хомологије сфере S^0 (две тачке): $\tilde{H}_k(S^0) = \begin{cases} \mathbb{Z}, & k=0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$

добијамо хомологију произвољне сфере:

$$\tilde{H}_k(S^n) \cong \begin{cases} \mathbb{Z}, & k=n \\ 0, & k\neq n \end{cases}$$

До сада још знамо хомологију:

$$X \simeq * \Rightarrow \tilde{H}_k(X) = 0, \ \forall k \in \mathbb{N}_0 \qquad \left(H_k(X) = \begin{cases} \mathbb{Z}, & k=0 \\ 0, & k\neq 0 \end{cases} \right)$$

* Једно познато тврђење које можете доказати за вежбу:

$A \subset X$ тада: $H_0(X,A) = 0 \Leftrightarrow$ A сече све компоненте путне повезаности простора X

* **Теорема о исецању:**

$A, B \subset X$, $\operatorname{int} A \cup \operatorname{int} B = X$

$$\Rightarrow H_n(B, A\cap B) \underset{\overrightarrow{i_*}}{\cong} H_n(X,A), \ \forall n$$

(индуковано инклузијом)

алтернативна формулација:

$Z \subset A \subset X$, $\overline{Z} \subset \operatorname{int} A$

$$\Rightarrow H_n(X \setminus Z, A \setminus Z) \underset{\overrightarrow{i_*}}{\cong} H_n(X,A)$$

1. **а)** Одредити хомолошке групе простора који се добије из торуса идентификацијом тачака два меридијана → X

б) –||– –||–, сваког понаособ. → Y

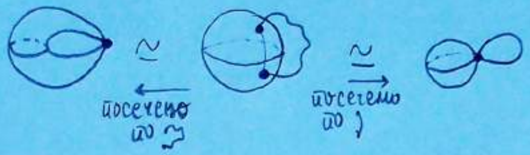
☺ избећи ћемо ћелијску декомпозицију, па се овај зад. може радити и пре cw-простора ☺, само после хомологије букета и сфере !

а) X :

спуштамо у тачку

$X \simeq$

приметимо да:



па уштинута сфера ☺

$\Rightarrow X \simeq$

$S^1 \vee S^1 \vee S^2 \vee S^2$

$H_0(X) \cong \mathbb{Z}$ (путно пов.)

$\tilde{H}_n(X_1 \vee X_2) \cong \tilde{H}_n(X_1) \oplus \tilde{H}_n(X_2)$, $n \in \mathbb{N}_0$

$n \in \mathbb{N}$: $H_n(X_1 \vee X_2) \cong H_n(X_1) \oplus H_n(X_2)$ па и за произвољно много:

$$\boxed{H_n(X_1 \vee \dots \vee X_k) \cong H_n(X_1) \oplus \dots \oplus H_n(X_k), \ n \in \mathbb{N}}$$

зато овде:

$H_1(X) \cong \mathbb{Z}^2$ $(2 \times S^1)$

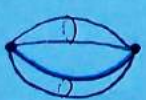
$H_2(X) \cong \mathbb{Z}^2$ $(2 \times S^2)$

$H_k(X) \cong 0$, $k \geq 3$

б)

иду у разл. тачке

$Y \simeq$



$\simeq$ / по плавој

$\simeq$

$S^2 \vee S^1 \vee S^2$

$Y \simeq S^1 \vee S^2 \vee S^2$

$H_0(Y) \cong \mathbb{Z}$

$H_1(Y) \cong \mathbb{Z}$

$H_2(Y) \cong \mathbb{Z}^2$

$H_k(Y) \cong 0$, $k \geq 3$ □

$\boxed{2}$ $B \subset S^n$, $|B| = m$ $n, m \in \mathbb{N}$

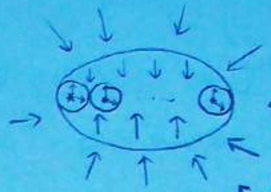
$H_i(S^n \setminus B) \cong ?$ $H_i(S^n, B) = ?$, $i \geqslant 0$

$S^n \setminus * \approx \mathbb{R}^n$

$S^n \setminus B \approx \underbrace{\mathbb{R}^n \setminus A}$, $|A| = m-1$

$$\simeq \underbrace{S^{n-1} \vee S^{n-1} \vee \dots \vee S^{n-1}}_{(m-1) \text{ пута}}$$

у $\mathbb{R}^2$:



топ Б:

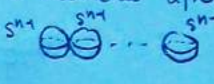
$S^2 \setminus m$ тачака

$\simeq \mathbb{R}^2 \setminus \{m-1\}$

$\simeq \underbrace{S^1 \vee \dots \vee S^1}_{(m-1)\times}$ и још /2

- споља и изнутра радијално прој. (споља исто...)

а можемо прво на



[illegible] аналогно као у $\mathbb{R}^2$,

па онда одсечемо по дужи да добијемо букете 🙂

$$\Rightarrow \boxed{\tilde{H}_k(S^n \setminus B)} \cong \tilde{H}_k(\underbrace{S^{n-1} \vee \dots \vee S^{n-1}}_{(m-1) \text{ пута}})$$

$$\cong \underbrace{\tilde{H}_k(S^{n-1}) \oplus \dots \oplus \tilde{H}_k(S^{n-1})}_{(m-1) \text{ пута}}$$

$$\cong \begin{cases} \mathbb{Z}^{m-1}, & k = n-1 \\ 0, & k \neq n-1 \end{cases}$$

$\Rightarrow H_k(S^n \setminus B)$ – у дим 0 додамо $\mathbb{Z}$ 🙂

- $H_k(S^n, B) = ?$

дуги тачан низ пара:

$$\rightarrow H_k(B) \rightarrow H_k(S^n) \rightarrow H_k(S^n, B) \rightarrow \underset{\substack{\parallel \\ (H_{k-1}(*))^m}}{H_{k-1}(B)} \rightarrow H_{k-1}(S^n) \rightarrow \dots$$

– користимо:

$$H_k\left(\bigsqcup_{\alpha \in A} X_\alpha\right) \cong \bigoplus_{\alpha \in A} H_k(X_\alpha) , \ k \geqslant 0$$

важно! - овде имамо обичне хомол. док код букета редуковане, пази!

- за $k-1 > 0$ $H_{k-1}(*) \cong 0$, $H_k(*) \cong 0$

$\Rightarrow H_{k-1}(B) \cong 0$, $H_k(B) \cong 0$

$\Rightarrow H_k(S^n) \cong H_k(S^n, B)$ за $k > 1$

$$\Rightarrow H_k(S^n, B) \cong \begin{cases} \mathbb{Z}, & k = n, \ k > 1 \\ 0, & k > 1, \ k \neq n \end{cases}$$

$k = 1, 0$ ⓘ?

- $k = 1$: $\rightarrow \underset{\substack{\wr\wr \\ 0}}{H_1(B)} \rightarrow H_1(S^n) \rightarrow H_1(S^n, B) \rightarrow \underset{\substack{\wr\wr \\ \mathbb{Z}^m}}{H_0(B)} \xrightarrow{i_*} \underset{\substack{\wr\wr \\ \mathbb{Z}}}{H_0(S^n)} \rightarrow 0$

јер $H_1(*) \cong 0$

i_* није 0 (сваки генератор од $\mathbb{Z}^m$ иде у генер. од $\mathbb{Z}$) ; i_* $\underline{\underline{\text{је НА}}}$

$$\text{rank}(\ker i_*) + \underbrace{\text{rank}(\text{im}\, i_*)}_{=1} = \text{rank}(\mathbb{Z}^m) = m$$

(видећемо на крају колико је лакше преко редуковане хомологије)

$\Rightarrow \text{rank}(\underbrace{\ker i_*}_{\text{слоб. као подгр. слободне}}) = m-1$ $\Rightarrow \ker i_* \cong \mathbb{Z}^{m-1}$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Пошто је $\underset{\underset{\mathbb{Z}^{m-1}}{\cong}}{\ker i_*} = \operatorname{im}(H_1(S^n,B) \to H_0(B))$, можемо издвојити:

$$\begin{tikzcd}
\overset{H_1(B)}{\overset{\parallel}{0}} \arrow[r] & H_1(S^n) \arrow[r] & H_1(S^n,B) \arrow[r] \arrow[ur, "\partial"] & \overset{\ker i_*}{\overset{\cong}{\mathbb{Z}^{m-1}}} \arrow[r] & 0 & \circledast \\
 & & & H_0(B) \arrow[r, "i_*"] & H_0(S^n) &
\end{tikzcd}$$

тачан низ

што је композиција:

$$\begin{tikzcd}
H_1(S^n,B) \arrow[r, "\partial"] \arrow[dr] \arrow[r, phantom, shift right=4, "\circlearrowright"] & \operatorname{im}\partial = \ker i_* \arrow[d, phantom, "\cong" rotate=90] \\
 & \mathbb{Z}^{m-1}
\end{tikzcd}$$

Последња група је слободна па се низ цепа

$$\Rightarrow H_1(S^n,B) \cong H_1(S^n) \oplus \mathbb{Z}^{m-1} \cong \begin{cases} \mathbb{Z}^m, & n=1 \\ \mathbb{Z}^{m-1}, & n>1 \end{cases}$$

- $H_0(S^n,B) \cong 0$ из познатог тврђења јер је S^n путно повезана.

Све у свему:

за $n=1$:

$$H_k(S^n,B) \cong \begin{cases} \mathbb{Z}^m, & k=1 \\ 0, & k=0 \\ 0, & k>1 \end{cases}$$

- кружница „пукла" на m места

за $n \neq 1$:

$$H_k(S^n,B) \cong \begin{cases} 0, & k=0 \\ \mathbb{Z}^{m-1}, & k=1 \\ \mathbb{Z}, & k=n \\ 0, & k>1, k\neq n \end{cases} \cong \begin{cases} \mathbb{Z}^{m-1}, & k=1 \\ \mathbb{Z}, & k=n \\ 0, & k\neq 1,n \end{cases}$$

□

☺ лакши начин за мале димензије -> користимо редуковану хомологију.

$$\underbrace{\tilde{H}_1(B)}_{0} \to \tilde{H}_1(S^n) \to H_1(S^n,B) \to \underbrace{\tilde{H}_0(B)}_{\mathbb{Z}^{m-1}} \to \underbrace{\tilde{H}_0(S^n)}_{0 \text{ јер путно пов } X} \to 0$$

$\Rightarrow$ одмах имамо кратак т.н. $\circledast$

Теорема о инваријантности димензије:

$$\left.\begin{array}{l} U \in T_{\mathbb{R}^n} \setminus \{\phi\} \\ V \in T_{\mathbb{R}^m} \setminus \{\phi\} \\ U \approx V \end{array}\right\} \Rightarrow n = m$$

$\ulcorner$ из топ Б знамо:

$\mathbb{R} \not\approx \mathbb{R}^n$, $n>1$ (избацимо тачку…)

сада ћемо знати доста више

специјално нпр. да $\underline{\underline{\mathbb{R}^n \not\approx \mathbb{R}^m}}$ за $n \neq m$

мада тај спец. случај можемо и другачије доказати:

$$f: \mathbb{R}^n \xrightarrow{\approx} \mathbb{R}^m \Rightarrow \underset{\simeq S^{n-1}}{\mathbb{R}^n \setminus *} \approx \underset{\simeq S^{m-1}}{\mathbb{R}^m \setminus *} \Rightarrow S^{n-1} \simeq S^{m-1}$$

$$\Rightarrow \underset{\forall k}{\tilde{H}_k(S^{n-1}) \cong \tilde{H}_k(S^{m-1})} \overset{k=n-1}{\Rightarrow} m = n \quad \square \quad \lrcorner$$

ДОКАЗ:

$h: U \xrightarrow{\approx} V \quad U, V \neq \phi$

$x \in U$ фиксирана

$\Rightarrow \underset{\text{рестр. и дом. и код.}}{\tilde{h}}: U \setminus \{x\} \xrightarrow{\approx} V \setminus \{h(x)\}$

посматрамо још $\bar{h}: (U, U\setminus\{x\}) \to (V, V \setminus \{h(x)\})$ - и као пресликавање парова

Природност дугог т. низа у хомологији:

$$\begin{tikzcd}
\cdots \arrow[r] & H_k(U\setminus\{x\}) \arrow[r] \arrow[d, "\tilde{h}_*"', "\cong"] & H_k(U) \arrow[r] \arrow[d, "\cong"', "h_*"] & H_k(U, U\setminus\{x\}) \arrow[r] \arrow[d, "\bar{h}_*"] & H_{k-1}(U\setminus\{x\}) \arrow[r] \arrow[d, "\cong"', "\tilde{h}_*"] & H_{k-1}(U) \arrow[r] \arrow[d, "\cong"', "h_*"] & H_{k-1} \cdots \\
\cdots \arrow[r] & H_k(V\setminus\{h(x)\}) \arrow[r] & H_k(V) \arrow[r] & H_k(V, V\setminus\{h(x)\}) \arrow[r] & H_{k-1}(V\setminus\{h(x)\}) \arrow[r] & H_{k-1}(V) \arrow[r] & \cdots
\end{tikzcd}$$

h_* и $\tilde{h}_*$ су $\cong$ јер су h и $\tilde{h}$ хомеоморфизми

стинродова 5-лема $\Rightarrow$ $\bar{h}_*$ је изоморфизам, за $\forall k \geq 0$ (важи и за $k \in \mathbb{Z}$ јер су тривијалне за $k<0$)

$$\Rightarrow H_k(U, U\setminus\{x\}) \cong H_k(V, V \setminus\{h(x)\}), \ \forall k$$

☺: $H_k(\underset{B}{\overset{\shortparallel}{U}}, \underbrace{U\setminus\{x\}}_{A \cap B}) \cong H_k(\underset{X}{\overset{\shortparallel}{\mathbb{R}^n}}, \underbrace{\mathbb{R}^n \setminus \{x\}}_{A})$ - теорема о исецању

дуги тачан низ пара $(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n\setminus\{x\})$:

$$\tilde{H}_k(\mathbb{R}^n\setminus\{x\}) \to \underbrace{\tilde{H}_k(\mathbb{R}^n)}_{\substack{= 0 \\ \text{јер } \mathbb{R}^n \simeq *}} \to H_k(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n \setminus\{x\}) \to \tilde{H}_{k-1}(\mathbb{R}^n\setminus\{x\}) \to \underbrace{\tilde{H}_{k-1}(\mathbb{R}^n)}_{\substack{= 0 \text{ јер} \\ \mathbb{R}^n \simeq *}} \to \cdots$$

морају бити $\cong$

$$\Rightarrow H_k(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n \setminus \{x\}) \cong \tilde{H}_{k-1}(\underbrace{\mathbb{R}^n \setminus \{x\}}_{\simeq S^{n-1}}) \cong \tilde{H}_{k-1}(S^{n-1}), \ \forall k$$

слично:

$$H_k(V, V \setminus \{h(x)\}) \cong H_k(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^m \setminus \{h(x)\}) \cong \tilde{H}_{k-1}(S^{m-1}), \ \forall k$$

$$\Rightarrow \underset{\substack{\parallel \\ \mathbb{Z},\ k=n \\ 0,\ k\neq n}}{\tilde{H}_{k-1}(S^{n-1})} \cong \underset{\substack{\parallel \\ \mathbb{Z},\ k=m \\ 0,\ k\neq m}}{\tilde{H}_{k-1}(S^{m-1})}, \ \forall k \qquad \Rightarrow \boxed{n=m}$$

□

X - n-многострукост

$H_k(X, X\setminus\{x\})$ - k-та локална хомолошка група

$$\cong \begin{cases} \mathbb{Z}, & k=n \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

3 $X = X_1 \cup X_2$; $X_1, X_2 \in \mathcal{F}_X$ тд.

$\overline{X_1 \setminus X_2} \cap \overline{X_2 \setminus X_1} = \phi$; $A := X_1 \cap X_2$.

Ако: $i : (X_1, A) \hookrightarrow (X, A)$, $j : (X_2, A) \hookrightarrow (X, A)$,

показати да су индукована пресликавања

$i_* : H_k(X_1, A) \longrightarrow H_k(X, A)$

$j_* : H_k(X_2, A) \longrightarrow H_k(X, A)$

мономорфизми за $k \in \mathbb{N}_0$ и да је $H_k(X, A) \cong \operatorname{im} i_* \oplus \operatorname{im} j_*$

$$\begin{tikzcd}
(X_1, A) \arrow[dr, hook, "i"] & \\
& (X, A) \\
(X_2, A) \arrow[ur, hook, "j"] &
\end{tikzcd}$$

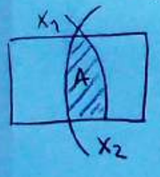
(X, X_1, A), (X, X_2, A) - тројке

⇒ имамо тачне низове тројки:

$$\begin{tikzcd}
 & & & & \cdots \\
 & & & H_k(X, X_2) \arrow[ur] & \\
{} \arrow[r] & H_k(X_1, A) \arrow[r, "i_*"] \arrow[urr, dashed] & H_k(X, A) \arrow[r] \arrow[ur] & H_k(X, X_1) \arrow[r] & \cdots \\
 & H_k(X_2, A) \arrow[ur, "j_*"] \arrow[urr, dashed] & & & \\
\cdots \arrow[ur] & & & &
\end{tikzcd}$$

Покажимо да имамо
изоморфизме ↗ тд. ↺ троуглови...

Посматрајмо (X_1, A) и (X, X_2) :



$$\overline{X_1 \setminus X_2} \cap \overline{X_2 \setminus X_1} = \phi$$

$$\overline{X_1 \cap X_2^c} \cap \overline{X_2 \cap X_1^c} = \phi \quad /^c$$

$$\underbrace{(\overline{X_1 \cap X_2^c})^c}_{\overset{\text{топ A}}{=} \operatorname{int}(X_1 \cap X_2^c)^c} \cup \underbrace{(\overline{X_2 \cap X_1^c})^c}_{\text{" сл.}} = X$$

$$= \operatorname{int}(\underbrace{X_1^c \cup X_2}_{= X_2}) \qquad \operatorname{int}(\underbrace{X_2^c \cup X_1}_{= X_1})$$

јер $X_1 \cup X_2 = X$
$\Rightarrow X_1^c < X_2$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{\operatorname{int} X_1 \cup \operatorname{int} X_2 = X}}$ $\quad A = X_1 \cap X_2$

Теорема о исецању:

$$H_n(X_1, A) \xrightarrow[k_*]{\cong} H_n(X, X_2) \quad , \forall n \in \mathbb{N}_0$$

изоморфизам је индукован
инклузијом $k : (X_1, A) \hookrightarrow (X, X_2)$

$$\begin{tikzcd}
 & H_k(X, X_2) \\
H_k(X_1, A) \arrow[ur, "k_* \cong"] \arrow[r, "i_*"'] & H_k(X, A) \arrow[u, "l_*"'] \arrow[ul, phantom, "\circlearrowleft"]
\end{tikzcd}$$

⇒ комутира јер су сва
три индукована инклузијама
које се лепо сложе - тј. $k = l \circ i \Rightarrow k_* = l_* \circ i_*$

$l_* \circ i_* = k_* \Rightarrow \boxed{i_* \text{ je } 1\text{-}1}$

Слично:

$$\begin{tikzcd} & H_k(X,A) \arrow[r] & H_k(X,X_1) \\ H_k(X_2,A) \arrow[ur, "j*"] \arrow[urr, dashed, "\cong"'] \arrow[ur, phantom, shift left=6, "\circlearrowright"] & & \end{tikzcd}$$

$\cong$ - из т. о исецању

сл. $\Rightarrow \boxed{j* \text{ је } 1\text{-}1}$

сада имамо:

$$\begin{tikzcd} & & H_k(X,X_2) & \\ H_k(X_1,A) \arrow[rr, "\cong", bend left] \arrow[r, "i*"'] & H_k(X,A) \arrow[ur, "\ell*"] \arrow[rr] & & H_k(X,X_1) \\ & H_k(X_2,A) \arrow[u, "j*"'] & & \end{tikzcd}$$

применимо на њега ☺:

$\Rightarrow H_k(X,A) \cong im\, i* \oplus \underbrace{ker\, \ell*}_{}$

$= im\, j*$ због тачности

$\Rightarrow \boxed{H_k(X,A) \cong im\, i* \oplus im\, j*}$, $\forall k$ ❑

☺

$$\begin{tikzcd} A \arrow[rr, tail, two heads, "f"] \arrow[dr, "g"'] & \arrow[d, phantom, "\circlearrowleft"] & C \\ & B \arrow[ur, "h"'] & \end{tikzcd}$$

- Абелове гр. и хомоморфизми

$B \cong img \oplus ker h$

$$\begin{tikzcd} & (X,X_2) & \\ (X_1,A) \arrow[ur, hook, "k", "\text{инд. } \cong"'] \arrow[r, hook, "i"'] & (X,A) \arrow[u, hook] \arrow[d] & \arrow[l, phantom, "\circlearrowleft"] \\ (X_2,A) \arrow[ur, hook, "j"] \arrow[r, hook, "\text{инд } \cong"'] & (X,X_1) & \end{tikzcd}$$

доказ ☺:

$$\begin{tikzcd} A \arrow[rr, tail, two heads, "f"] \arrow[dr, "g"'] & \arrow[d, phantom, "\circlearrowleft"] & C \\ & B \arrow[ur, "h"'] & \end{tikzcd}$$

$f = h \circ g$

f - биј., h - НА, g - 1-1

правимо кратки тачан низ:

$$\begin{tikzcd} 0 \arrow[r] & \ker h \arrow[r, hook, "i", "\text{инкл. } 1\text{-}1 \ \checkmark"'] & B \arrow[r, "h", "\text{НА } \checkmark"'] & C \arrow[r] \arrow[l, dashed, bend left, "g \circ f^{-1}"] & 0 \end{tikzcd}$$

$\checkmark$ $im\, i = ker\, h$

$h \circ (g \circ f^{-1}) = (h \circ g) \circ f^{-1} = f \circ f^{-1} = 1\!\!1_C$

$\Rightarrow$ цепа се

$\Rightarrow B \cong ker h \oplus \underset{\substack{\cong \\ A}}{C} \cong ker h \oplus \underset{\substack{\cong\, img \text{ јер } g \ 1\text{-}1}}{A}$

$(A/\underbrace{ker g}_{0} \cong img)$

$\Rightarrow \boxed{B \cong ker h \oplus img}$

❑