

1. [5]
 - 1.1 Дефинисати Декартов производ два скупа.
 - 1.1 Дефинисати детерминанту.
 - 1.2 Дефинисати сопствени вектор линеарног оператора $L : V \rightarrow V$.
 - 1.3 Дефинисати скаларни производ.
 - 1.4 Дефинисати инверз матрице. Извести формулу за инвер произвољне квадратне матрице реда 2.
 - 1.5 Сличне матрице имају исти карактеристични полином. Доказати.

2. [5] Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} -3 & -6 & 6 \\ -3 & -3 & 3 \\ -3 & -6 & 6 \end{bmatrix}$.

Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A .

Испитати да ли је матрица A слична дијагоналној и у случају да јесте, наћи бар једну инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $D = P^{-1}AP$. Одредити формулу за A^n , $n \in \mathbb{N}$.

3. [5] Дат је унитарни потпростор матрица $\begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ решења једначине $x + y + z - 2t = 0$, са скаларним производом $\begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ax + by + cz + dt$.

а) Наћи неке базе, као и димензије потпростора W и $W^\perp$.

б) Одредити ортогоналну пројекцију и ортогоналну допуну вектора $v = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ на простор W , растојање вектора v од векторског простора W , као и угао између v и W .

4. [5] Одредити једначину тангенте на круг $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$ у тачки $(3, 2)$.
5. [5] Одредити растојање између паралелних равни $x + 2y - z + 3 = 0$ и $-x - 2y + z - 15 = 0$.
6. [5] Ако су A и B квадратне матрице реда $n \in \mathbb{N}$ такве да је $AB = 0$, доказати да је $\rho(A) + \rho(B) \leq n$. Доказати да за дату квадратну матрицу A реда n и ранга мањег од n , постоји матрица B таква да је $AB = 0$ и $\rho(A) + \rho(B) = n$.

СРЕЋНО!

1. [5]
 - 1.1 Дефинисати Декартов производ два скупа.
 - 1.1 Дефинисати детерминанту.
 - 1.2 Дефинисати сопствени вектор линеарног оператора $L : V \rightarrow V$.
 - 1.3 Дефинисати скаларни производ.
 - 1.4 Дефинисати инверз матрице. Извести формулу за инвер произвољне квадратне матрице реда 2.
 - 1.5 Сличне матрице имају исти карактеристични полином. Доказати.

2. [5] Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} -3 & -6 & 6 \\ -3 & -3 & 3 \\ -3 & -6 & 6 \end{bmatrix}$.

Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A .

Испитати да ли је матрица A слична дијагоналној и у случају да јесте, наћи бар једну инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $D = P^{-1}AP$. Одредити формулу за A^n , $n \in \mathbb{N}$.

3. [5] Дат је унитарни потпростор матрица $\begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ решења једначине $x + y + z - 2t = 0$, са скаларним производом $\begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ax + by + cz + dt$.

а) Наћи неке базе, као и димензије потпростора W и $W^\perp$.

б) Одредити ортогоналну пројекцију и ортогоналну допуну вектора $v = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ на простор W , растојање вектора v од векторског простора W , као и угао између v и W .

4. [5] Одредити једначину тангенте на круг $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$ у тачки $(3, 2)$.
5. [5] Одредити растојање између паралелних равни $x + 2y - z + 3 = 0$ и $-x - 2y + z - 15 = 0$.
6. [5] Ако су A и B квадратне матрице реда $n \in \mathbb{N}$ такве да је $AB = 0$, доказати да је $\rho(A) + \rho(B) \leq n$. Доказати да за дату квадратну матрицу A реда n и ранга мањег од n , постоји матрица B таква да је $AB = 0$ и $\rho(A) + \rho(B) = n$.

СРЕЋНО!