Линеарна алгебра и аналитичка геометрија
јануар 2020.

1. [5] Дефинисати следеће појмове (1.1-1.3)

   1.1 Детерминанта.

   1.2 Сопствени вектор линеарног оператора $L : V \to V$.

   1.3 Ортогонална матрица.

   1.4 Нека су u и v вектори векторског простора V у ком је дефинисан скаларни производ $< \cdot, \cdot >: V \times V \to \mathbb{R}$. Извести (и доказати) формулу за дужину ортогоналне пројекције вектора v на вектор u.

   1.5 Ако су вектори $\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ненула ортогонални, они су и линеарно независни. Доказати.

2. [5] Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -3 \\ -2 & 7 & -6 \\ -2 & 8 & -7 \end{bmatrix}$.
   Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A.
   Испитати да ли је матрица A слична дијагоналној и у случају да јесте, наћи бар једну инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $D = P^{-1}AP$. Одредити формулу за A^n, $n \in \mathbb{N}$.

3. [5] Нека је V потпростор простора $\mathbb{R}^4$ генерисан векторима $f_1 = (-1, 1, 1, -1)$, $f_2 = (3, -1, -1, 3)$ и $f_3 = (-5, -1, 1, -7)$. Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити неке ортонормиране базе за V и $V^{\perp}$.

4. [5] Одредити једначину праве l која садржи тачку $L(0, -1, -4)$ и сече праву $p : x + y + z - 3 = 0, 2y - z - 14 = 0$ под правим углом.

5. [5] Одредити формуле хомотетије са коефицијентом -3 у односу на тачку $S(1, -2)$, као и слику кружнице $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$.

6. [5] Нека је $A \in M_n(\mathbb{R})$ инверзибилна матрица реда n. Доказати да је $\det(adjA) = (\det A)^{n-1}$.

Време за рад је 180 минута.
СРЕЋНО!

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија
јануар 2020.

1. [5] Дефинисати следеће појмове (1.1-1.3)

   1.1 Детерминанта.

   1.2 Сопствени вектор линеарног оператора $L : V \to V$.

   1.3 Ортогонална матрица.

   1.4 Нека су u и v вектори векторског простора V у ком је дефинисан скаларни производ $< \cdot, \cdot >: V \times V \to \mathbb{R}$. Извести (и доказати) формулу за дужину ортогоналне пројекције вектора v на вектор u.

   1.5 Ако су вектори $\{v_1, v_2, \ldots, v_k\}$ ортогонални, они су и линеарно независни. Доказати.

2. [5] Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -3 \\ -2 & 7 & -6 \\ -2 & 8 & -7 \end{bmatrix}$.
   Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A.
   Испитати да ли је матрица A слична дијагоналној и у случају да јесте, наћи бар једну инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $D = P^{-1}AP$. Одредити формулу за A^n, $n \in \mathbb{N}$.

3. [5] Нека је V потпростор простора $\mathbb{R}^4$ генерисан векторима $f_1 = (-1, 1, 1, -1)$, $f_2 = (3, -1, -1, 3)$ и $f_3 = (-5, -1, 1, -7)$. Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити неке ортонормиране базе за V и $V^{\perp}$.

4. [5] Одредити једначину праве l која садржи тачку $L(0, -1, -4)$ и сече праву $p : x + y + z - 3 = 0, 2y - z - 14 = 0$ под правим углом.

5. [5] Одредити формуле хомотетије са коефицијентом -3 у односу на тачку $S(1, -2)$, као и слику кружнице $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$.

6. [5] Нека је $A \in M_n(\mathbb{R})$ инверзибилна матрица реда n. Доказати да је $\det(adjA) = (\det A)^{n-1}$.

Време за рад је 180 минута.
СРЕЋНО!