

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија
колоквијум 2018.

1. [5] Решити систем једначина:

$$x + y + 2z - 6t = 10$$

$$2x + 3y + 8z - 16t = 27$$

$$3x + 2y + 8z - 16t = 26$$

$$x + 2y + 4z - 10t = 17$$

2. [5] Нека је $V = \left\{ \begin{bmatrix} a & 3a-b \\ 2a & b \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$.

а) Доказати да је V векторски потпростор векторског простора $M_2(\mathbb{R})$.

б) Нека су $U = \left\{ \begin{bmatrix} a & 3a \\ 2a & 0 \end{bmatrix} \mid a \in \mathbb{R} \right\}$ и $W = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & -b \\ 0 & b \end{bmatrix} \mid b \in \mathbb{R} \right\}$. Доказати да су U и W векторски потпростори простора V . Одредити $\dim U$ и $\dim W$.

в) Да ли је $V = U \oplus W$? Одговор образложити.

3. [5] Нека је $e = [(1, -1, 2, 3, -3), (2, -3, 4, -4, -5), (-1, -2, 4, 9, 4)]$ база векторског потпростора $U \leq \mathbb{R}^5$ и $f = [(1, 2, -3, -1, -2), (-1, -1, 3, 11, 1)]$ база векторског потпростора $V \leq \mathbb{R}^5$. Наћи бар једну базу за $U + V$ и бар једну базу за $U \cap V$.

4. [5] Нека је пресликавање $L : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^3$ задато са $L(x, y, z) = (x - 2y - 4z, x - 3y - 6z, 3y + 7z)$.

а) Доказати да је L линеарни оператор.

б) Одредити матрицу оператора L у канонској бази простора $\mathbb{R}^3$.

в) Да ли је оператор L инвертибилан? Уколико јесте, одредити матрицу оператора L^{-1} у канонској бази простора $\mathbb{R}^3$.

Време за рад је 180 минута.