

1. [5] Решити систем једначина:

$$\begin{aligned}x + y - 3z + t - u &= 2 \\ 2x - 3y + z - t + 2u &= -3 \\ 3x - y - z + 3t - u &= 4 \\ -x + 5y - 2z - t - 2u &= 1\end{aligned}$$

2. [5] Одредити ранг матрице A , израчунати $\det A$ и наћи A^{-1} ако постоји, ако је

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 & -2 \\ 2 & -1 & 4 & 3 \\ 4 & -3 & -2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

3. [5] Нека је $e = [e_1, e_2, e_3]$ база векторског простора $\mathbb{R}^3$, где је $e_1 = (1, 1, 1)$, $e_2 = (3, 0, 1)$ и $e_3 = (-1, 1, 0)$.

(а) [2] Одредити матрицу преласка P са базе e на канонску базу $f = [f_1, f_2, f_3]$, $f_1 = (1, 0, 0)$, $f_2 = (0, 1, 0)$, $f_3 = (0, 0, 1)$.

(б) [3] Нека је $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ линеарни оператор чија је матрица у бази e једнака

$$[L]_e = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Одредити матрицу $[L]_f$ оператора L у канонској бази f .

4. [5] Одредити карактеристични и минимални полином матрице A , а затим одредити, ако постоје, инвертибилну матрицу P и дијагоналну матрицу D такве да је $D = P^{-1}AP$ и наћи A^{2018} , ако је

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

5. [5] Нека је $U \leq \mathbb{R}^4$ потпростор векторског простора $\mathbb{R}^4$ који је генерисан векторима $f_1 = (1, -1, -3, -5)$, $f_2 = (8, 0, -10, -14)$, $f_3 = (-4, 6, 8, 10)$. Одредити бар једну ортонормирану базу потпростора U .

6. [5] Одредити једначине равни које садрже x -осу и заклапају угао $\frac{\pi}{4}$ с равни Oxy .

Време за рад је 180 минута.