Линеарна алгебра и аналитичка геометрија

11.01.2017.

1. У зависности од реалних параметара α и β решити (Гаусовим методом) систем линеарних једначина над пољем $\mathbb{R}$
$$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & (2\beta-2)y & + & z & = & 4 \\ (\alpha+1)x & + & y & + & z & = & 4 \\ x & + & (\beta-1)y & + & z & = & 3. \end{array}$$

2. Нека су $U = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y+z+t=0, x+2z+4t=0\}$ и $W = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y+z-t=0, x+y+3t=0, 2x+2y+z+2t=0\}$ потпростори векторског простора $\mathbb{R}^4$. Наћи бар једну базу као и димензију простора U, W, $U+W$ и $U \cap W$. Да ли је сума $U+W$ директна?

3. Нека је $L : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ линеарно пресликавање дефинисано са $L(x,y,z,t) = (x+2y+4z, 3x+3y+4z-3t, 2x-2y-6t)$.
Одредити матрицу пресликавања L у односу на пар канонских база простора $\mathbb{R}^4$ и $\mathbb{R}^3$. Одредити ранг, дефект и неке базе слике и језгра пресликавања L.

4. а) Доказати да је пресликавање $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ дефинисано са $L(x,y,z) = (x+y+z, 2x+y+4z, -x-4z)$ линеарни оператор векторског простора $\mathbb{R}^3$.

   б) Испитати да ли је оператор L инвертибилан и ако јесте, одредити матрицу оператора L^{-1} у односу на канонску базу e простора $\mathbb{R}^3$.

5. Нека је $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & \cdots & n-2 & n-1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & n-3 & n-2 \\ 2 & 1 & 0 & \cdots & n-4 & n-3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ n-2 & n-3 & n-4 & \cdots & 0 & 1 \\ n-1 & n-2 & n-3 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Одредити $\det A$.
Одредити $rang(A)$, образложити.

6. Ака је $u = (1,2,3,4), v = (1,1,1,1), x = (1,0,-1,-2), y = (-2,-5,-8,-11)$ и $z = (0,1,2,3)$ испитати да ли је $\mathcal{L}(u,v) = \mathcal{L}(x,y,z)$

СРЕЋНО!

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија

11.01.2017.

1. У зависности од реалних параметара α и β решити (Гаусовим методом) систем линеарних једначина над пољем $\mathbb{R}$

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & + & (2\beta-2)y & + & z & = & 4 \\ (\alpha+1)x & + & y & + & z & = & 4 \\ x & + & (\beta-1)y & + & z & = & 3. \end{array}$$

2. Нека су $U=\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^4 \mid x+y+z+t=0, x+2z+4t=0\}$ и $W=\{(x,y,z,t)\in\mathbb{R}^4 \mid x+y+z-t=0, x+y+3t=0, 2x+2y+z+2t=0\}$ потпростори векторског простора $\mathbb{R}^4$. Наћи бар једну базу као и димензију простора U, W, $U+W$ и $U\cap W$. Да ли је сума $U+W$ директна?

3. Нека је $L:\mathbb{R}^4\to\mathbb{R}^3$ линеарно пресликавање дефинисано са $L(x,y,z,t)=(x+2y+4z, 3x+3y+4z-3t, 2x-2y-6t)$. Одредити матрицу пресликавања L у односу на пар канонских база простора $\mathbb{R}^4$ и $\mathbb{R}^3$. Одредити ранг, дефект и неке базе слике и језгра пресликавања L.

4. а) Доказати да је пресликавање $L:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ дефинисано са $L(x,y,z)=(x+y+z, 2x+y+4z, -x-4z)$ линеарни оператор векторског простора $\mathbb{R}^3$.

   б) Испитати да ли је оператор L инвертибилан и ако јесте, одредити матрицу оператора L^{-1} у односу на канонску базу e простора $\mathbb{R}^3$.

5. Нека је $A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & \cdots & n-2 & n-1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & n-3 & n-2 \\ 2 & 1 & 0 & \cdots & n-4 & n-3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ n-2 & n-3 & n-4 & \cdots & 0 & 1 \\ n-1 & n-2 & n-3 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Одредити $\det A$.

   Одредити $rang(A)$, образложити.

6. Ака је $u=(1,2,3,4), v=(1,1,1,1), x=(1,0,-1,-2), y=(-2,-5,-8,-11)$ и $z=(0,1,2,3)$ испитати да ли је $\mathcal{L}(u,v)=\mathcal{L}(x,y,z)$

СРЕЋНО!