

1. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} 10 & -11 & 13 \\ 4 & -5 & 8 \\ -4 & 4 & -3 \end{bmatrix}$.

Испитати да ли је матрица A слична дијагоналној и у случају да јесте, наћи бар једну инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $A = PDP^{-1}$. Одредити $A^n, n \in \mathbb{N}$.

2. Дат је векторски потпростор $W \subseteq \mathbb{R}^3$ решења једначине $x + 4y + z = 0$.

а) Наћи неке ортонормиране базе, као и димензије потпростора W и $W^\perp$.

б) Одредити ортогоналне пројекције вектора $v = (-3, 5, 1)$ на потпросторе W и $W^\perp$. Са којим од простора W и $W^\perp$ вектор v заклапа мањи угао?

3. Одредити ранг матрице $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -3 & 4 & 3 \\ -2 & 0 & \alpha + 1 & 2 & \alpha - 5 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & \alpha^2 + 4 \end{bmatrix}$ у зависности од реалног параметра α .

4. Одредити међусобни положај правих $p: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-2}{-1}$ и $q: 2x = y, 3x = z$.

5. Свести једначину криве $x^2 + 2xy + y^2 - 16x + 16 = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације. Која је то крива и колики је њен ексцентрицитет? Скицирати полазну криву и одредити јој жижу и директрису.

6. Нека су U и W разни шестодимензиони потпростори векторског простора V димензије 9. Одредити могуће вредности за $\dim U \cap W$. Навести пример за сваку од вредности.

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија, 25.01.2017.

1. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} 10 & -11 & 13 \\ 4 & -5 & 8 \\ -4 & 4 & -3 \end{bmatrix}$.

Испитати да ли је матрица A слична дијагоналној и у случају да јесте, наћи бар једну инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $A = PDP^{-1}$. Одредити $A^n, n \in \mathbb{N}$.

2. Дат је векторски потпростор $W \subseteq \mathbb{R}^3$ решења једначине $x + 4y + z = 0$.

а) Наћи неке ортонормиране базе, као и димензије потпростора W и $W^\perp$.

б) Одредити ортогоналне пројекције вектора $v = (-3, 5, 1)$ на потпросторе W и $W^\perp$. Са којим од простора W и $W^\perp$ вектор v заклапа мањи угао?

3. Одредити ранг матрице $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -3 & 4 & 3 \\ -2 & 0 & \alpha + 1 & 2 & \alpha - 5 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & \alpha^2 + 4 \end{bmatrix}$ у зависности од реалног параметра α .

4. Одредити међусобни положај правих $p: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-2}{-1}$ и $q: 2x = y, 3x = z$.

5. Свести једначину криве $x^2 + 2xy + y^2 - 16x + 16 = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације. Која је то крива и колики је њен ексцентрицитет? Скицирати полазну криву и одредити јој жижу и директрису.

6. Нека су U и W разни шестодимензиони потпростори векторског простора V димензије 9. Одредити могуће вредности за $\dim U \cap W$. Навести пример за сваку од вредности.