

1. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 6 \\ 3 & 1 & -3 \\ -3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$.

Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A .

Испитати да ли је матрица A слична дијагоналној и у случају да јесте, наћи бар једну инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $A = PDP^{-1}$. Одредити $A^n, n \in \mathbb{N}$.

2. Дат је векторски потпростор $W \subseteq \mathbb{R}^3$ решења једначине $x - y - 10z = 0$.

а) Наћи неке базе, као и димензије потпростора W и W^\perp .

б) Одредити ортогоналне пројекције вектора $v = (7, -7, -19)$ на потпросторе W и W^\perp . Ком од потпростора W и W^\perp је вектор v ближи?

3. Нека је V потпростор простора \mathbb{R}^4 генерисан векторима $f_1 = (1, 1, 1, 1)$, $f_2 = (3, 3, 5, 5)$ и $f_3 = (9, 7, 3, 1)$. Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити неке ортонормиране базе за V и V^\perp .

4. Израчунати површину троугла одређеног асимптотама хиперболе $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ и правом $9x + 2y - 24 = 0$.

5. Кроз тачку $A(1, 2, 3)$ одредити праву l која је паралелна равни $\alpha : x + y + z + 10 = 0$ и која сече праву $l : \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-4}{1}$.

6. Свести једначину криве $x^2 + y^2 - xy - 3x - 1 = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације. Која је то крива и колики је њен ексцентрицитет? Скицирати полазну криву и одредити јој центар и жиже.

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија, 01.09.2016.

1. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 6 \\ 3 & 1 & -3 \\ -3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$.

Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A .

Испитати да ли је матрица A слична дијагоналној и у случају да јесте, наћи бар једну инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $A = PDP^{-1}$. Одредити $A^n, n \in \mathbb{N}$.

2. Дат је векторски потпростор $W \subseteq \mathbb{R}^3$ решења једначине $x - y - 10z = 0$.

а) Наћи неке базе, као и димензије потпростора W и W^\perp .

б) Одредити ортогоналне пројекције вектора $v = (7, -7, -19)$ на потпросторе W и W^\perp . Ком од потпростора W и W^\perp је вектор v ближи?

3. Нека је V потпростор простора \mathbb{R}^4 генерисан векторима $f_1 = (1, 1, 1, 1)$, $f_2 = (3, 3, 5, 5)$ и $f_3 = (9, 7, 3, 1)$. Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити неке ортонормиране базе за V и V^\perp .

4. Израчунати површину троугла одређеног асимптотама хиперболе $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ и правом $9x + 2y - 24 = 0$.

5. Кроз тачку $A(1, 2, 3)$ одредити праву l која је паралелна равни $\alpha : x + y + z + 10 = 0$ и која сече праву $l : \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-4}{1}$.

6. Свести једначину криве $x^2 + y^2 - xy - 3x - 1 = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације. Која је то крива и колики је њен ексцентрицитет? Скицирати полазну криву и одредити јој центар и жиже.