

$$1. \text{ Решити систем линеарних једначина над пољем } \mathbb{R} : \begin{array}{rcl} x + y + 2z - t + w = 7 \\ x + 2y + 4z + 3w = 10 \\ 3x + 3y + 4z - 3t = 11 \\ 2x - 2y - 6t + 3w = 22 \end{array}$$

2. Нека су $U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z + t = 0, x + 2z + 4t = 0, -3x - 5y - z + 3t = 0\}$ и $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z - t = 0, x + y + 3t = 0, 2x + 2y + z + 2t = 0\}$ потпростори векторског простора \mathbb{R}^4 . Наћи бар једну базу као и димензију простора U , W , $U + W$ и $U \cap W$. Да ли је сума $U + W$ директна?

3. Нека је $U = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mid 2a - b + 3c = 0\}$.

- a) Доказати да је U потпростор векторског простора \mathbb{R}^3 и одредити му базу и димензију.
б) Ако је $W = \{(0, 3c, c) \mid c \in \mathbb{R}\}$, проверити да ли је $\mathbb{R}^3 = U \oplus W$.

4. Нека је $L : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ линеарно пресликавање дефинисано са

$$L(x, y, z, t) = (x + 2y + 4z, 3x + 3y + 4z - 3t, 2x - 2y - 6t).$$

Одредити матрицу пресликавања L у односу на пар канонских база простора \mathbb{R}^4 и \mathbb{R}^3 . Одредити ранг, дефект и неке базе слике и језгра пресликавања L .

5. а) Доказати да је пресликавање $L : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ дефинисано са

$$L(x, y, z, t) = (x + 2y + z - t, -x - 3y - z + 3t, x + y + 2z - t, x + y + z)$$
 линеарни оператор векторског простора \mathbb{R}^4 .

б) Испитати да ли је оператор L инвертибилан и ако јесте, одредити матрицу оператора L^{-1} у односу на канонску базу e простора \mathbb{R}^4 .

в) Одредити $\text{Ker}(L^{-1})$ и $\text{Im}(L)$.

$$6. \text{ Ако је } A = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} & \sqrt{5} & \sqrt{3} \\ \sqrt{6} & \sqrt{21} & \sqrt{10} & -2\sqrt{3} \\ \sqrt{10} & 2\sqrt{15} & 5 & \sqrt{6} \\ 2 & 2\sqrt{6} & \sqrt{10} & \sqrt{15} \end{bmatrix}, \text{ одредити } \det A \text{ и } \text{rang} A.$$

7. Нека су U и W разни четврородимензиони потпростори векторског простора V димензије 7. Одредити све могуће вредности за $\dim U \cap W$, и навести примере за U и W за сваки од могућих случајева.