

1. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 11 & -8 & -7 \\ -13 & 11 & 10 \end{bmatrix}$.

Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A .

Испитати да ли је матрица A слична дијагоналној и у случају да јесте, наћи бар једну инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $A = PDP^{-1}$. Одредити $A^n, n \in \mathbb{N}$.

2. Дат је векторски потпростор $W \subseteq \mathbb{R}^3$ решења једначине $2x + 3y - z = 0$.

а) Наћи неке базе, као и димензије потпростора W и $W^\perp$.

б) Одредити ортогоналне пројекције вектора $v = (0, 5, 1)$ на потпросторе W и $W^\perp$. Ком од потпростора W и $W^\perp$ је вектор v ближи?

3. Нека је V потпростор простора $\mathbb{R}^4$ генерисан векторима $f_1 = (1, 1, -3, -5)$, $f_2 = (8, 0, -10, -14)$ и $f_3 = (-4, 6, 8, 10)$. Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити неке ортонормиране базе за V и $V^\perp$.

4. Одредити вредност параметра λ за коју се праве $p: \frac{x-\lambda}{2} = \frac{y-\lambda}{1} = \frac{z-1}{2}$ и $q: y = 2, x - z - 1 = 0$ налазе у истој равни.

5. Одредити једначину равни која садржи праву $l: \frac{x}{1} = \frac{y+10}{1} = \frac{z+3}{-1}$ и нормална је на раван: $\alpha: x+y+2z = 2$.

6. Свести једначину криве $xy + x + y = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације. Која је то крива и колики је њен ексцентрицитет? Скицирати полазну криву и одредити јој центар и осе.

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија, 21.01.2016.

Први ток

1. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 11 & -8 & -7 \\ -13 & 11 & 10 \end{bmatrix}$.

Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A .

Испитати да ли је матрица A слична дијагоналној и у случају да јесте, наћи бар једну инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $A = PDP^{-1}$. Одредити $A^n, n \in \mathbb{N}$.

2. Дат је векторски потпростор $W \subseteq \mathbb{R}^3$ решења једначине $2x + 3y - z = 0$.

а) Наћи неке базе, као и димензије потпростора W и $W^\perp$.

б) Одредити ортогоналне пројекције вектора $v = (0, 5, 1)$ на потпросторе W и $W^\perp$. Ком од потпростора W и $W^\perp$ је вектор v ближи?

3. Нека је V потпростор простора $\mathbb{R}^4$ генерисан векторима $f_1 = (1, 1, -3, -5)$, $f_2 = (8, 0, -10, -14)$ и $f_3 = (-4, 6, 8, 10)$. Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити неке ортонормиране базе за V и $V^\perp$.

4. Одредити вредност параметра λ за коју се праве $p: \frac{x-\lambda}{2} = \frac{y-\lambda}{1} = \frac{z-1}{2}$ и $q: y = 2, x - z - 1 = 0$ налазе у истој равни.

5. Одредити једначину равни која садржи праву $l: \frac{x}{1} = \frac{y+10}{1} = \frac{z+3}{-1}$ и нормална је на раван: $\alpha: x+y+2z = 2$.

6. Свести једначину криве $xy + x + y = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације. Која је то крива и колики је њен ексцентрицитет? Скицирати полазну криву и одредити јој центар и осе.