

1. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} 9 & -24 & 12 \\ 8 & -23 & 12 \\ 8 & -24 & 13 \end{bmatrix}$.

Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A .

Испитати да ли је матрица A слична дијагоналној и у случају да јесте, наћи бар једну инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $A = PDP^{-1}$. Одредити $A^n, n \in \mathbb{N}$.

2. Дат је векторски потпростор $W \subseteq \mathbb{R}^4$ решења једначине $x + y + z + t = 0$.

а) Наћи неке базе, као и димензије потпростора W и $W^\perp$.

б) Одредити ортогоналне пројекције вектора $v = (3, 4, -1, 2)$ на потпросторе W и $W^\perp$. Са којим од потпростора W и $W^\perp$ вектор v заклапа мањи угао?

3. Нека је V потпростор простора $\mathbb{R}^4$ генерисан векторима $f_1 = (1, 1, 1, 1)$, $f_2 = (5, 3, 5, 3)$ и $f_3 = (1, 7, 3, 9)$. Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити неке ортонормиране базе за V и $V^\perp$.

4. Дате су равни $\alpha : 4x - 5y + 7z - 21 = 0$ и $\beta : y - z + 3 = 0$, и права $p : \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{0}$. Нека су A и B пресечне тачке праве p са равнима α и β . Одредити раван која садржи пресечну праву равни α и β и средиште дужи AB .

5. Одредити једначину праве која садржи тачку $A(1, 0, 1)$, паралелна је равни $x + y + 3 = 0$ и сече праву $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$.

6. Свести једначину криве $2x^2 - xy + 2y^2 - 6 = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације. Која је то крива и колики је њен ексцентрицитет? Скицирати полазну криву и одредити јој центар и жиже.

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија, 17.02.2016.

1. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} 9 & -24 & 12 \\ 8 & -23 & 12 \\ 8 & -24 & 13 \end{bmatrix}$.

Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A .

Испитати да ли је матрица A слична дијагоналној и у случају да јесте, наћи бар једну инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $A = PDP^{-1}$. Одредити $A^n, n \in \mathbb{N}$.

2. Дат је векторски потпростор $W \subseteq \mathbb{R}^4$ решења једначине $x + y + z + t = 0$.

а) Наћи неке базе, као и димензије потпростора W и $W^\perp$.

б) Одредити ортогоналне пројекције вектора $v = (3, 4, -1, 2)$ на потпросторе W и $W^\perp$. Са којим од потпростора W и $W^\perp$ вектор v заклапа мањи угао?

3. Нека је V потпростор простора $\mathbb{R}^4$ генерисан векторима $f_1 = (1, 1, 1, 1)$, $f_2 = (5, 3, 5, 3)$ и $f_3 = (1, 7, 3, 9)$. Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити неке ортонормиране базе за V и $V^\perp$.

4. Дате су равни $\alpha : 4x - 5y + 7z - 21 = 0$ и $\beta : y - z + 3 = 0$, и права $p : \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{0}$. Нека су A и B пресечне тачке праве p са равнима α и β . Одредити раван која садржи пресечну праву равни α и β и средиште дужи AB .

5. Одредити једначину праве која садржи тачку $A(1, 0, 1)$, паралелна је равни $x + y + 3 = 0$ и сече праву $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$.

6. Свести једначину криве $2x^2 - xy + 2y^2 - 6 = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације. Која је то крива и колики је њен ексцентрицитет? Скицирати полазну криву и одредити јој центар и жиже.