

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија, први колоквијум 23.12.2012.

1. Решити систем линеарних једначина над пољем $\mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rrrrrrr} 2x & - & 3y & + & 2z & - & 4t & + & 2w & = & 5 \\ 2x & - & 3y & + & 2z & - & 3t & - & w & = & 5 \\ 4x & - & 5y & + & 4z & - & 5t & + & w & = & 11 \end{array}$$

2. Одредити инверз матрице: $A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & -1 \\ 4 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$.

3. Нека је $U = \{(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4 \mid 3a + b + 3d = 0\}$.

а) Доказати да је U векторски потпростор простора $\mathbb{R}^4$ и одредити му базу и димензију.

б) Ако је $W = \{(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4 \mid a + c + d = 0, a + 2c + 3d = 0, a + 2c - d = 0\} \leq \mathbb{R}^4$, испитати да ли је $\mathbb{R}^4 = U \oplus W$.

4. Нека су U и W потпростори векторског простора $\mathbb{R}^4$ генерисани редом векторима

$$\begin{array}{ll} u_1 = (1, 2, 3, 0), & w_1 = (3, 0, 4, 3), \\ u_2 = (1, 3, 2, 2), & w_2 = (1, 3, 2, 2), \\ u_3 = (3, 7, 8, 2); & w_3 = (1, 3, 3, 3), \\ & w_4 = (2, -3, 3, 2). \end{array}$$

Наћи бар једну базу као и димензију простора U , W , $U + W$ и $U \cap W$.

5. а) Нека је A матрица из другог задатка. Одредити матрицу $A^T A$.

б) Одредити ранг матрице $M = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$.

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија, први колоквијум 23.12.2012.

1. Решити систем линеарних једначина над пољем $\mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rrrrrrr} 2x & - & 3y & + & 2z & - & 4t & + & 2w & = & 5 \\ 2x & - & 3y & + & 2z & - & 3t & - & w & = & 11 \\ 4x & - & 5y & + & 4z & - & 5t & + & w & = & 11 \end{array}$$

2. Одредити инверз матрице: $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ -4 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$.

3. Нека је $U = \{(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4 \mid a + b + 3c = 0\}$.

а) Доказати да је U векторски потпростор простора $\mathbb{R}^4$ и одредити му базу и димензију.

б) Ако је $W = \{(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4 \mid b + c + d = 0, b + 2c + 3d = 0, 2b + 2c - d = 0\} \leq \mathbb{R}^4$, испитати да ли је $\mathbb{R}^4 = U \oplus W$.

4. Нека су U и W потпростори векторског простора $\mathbb{R}^4$ генерисани редом векторима

$$\begin{array}{ll} u_1 = (1, -2, 3, 4), & w_1 = (1, -2, 3, 0), \\ u_2 = (2, 3, 1, 2), & w_2 = (-2, 4, -6, -5), \\ u_3 = (1, -1, 4, -3), & w_3 = (3, -6, 9, 2), \\ u_4 = (1, 2, 5, 3); & \end{array}$$

Наћи бар једну базу као и димензију простора U , W , $U + W$ и $U \cap W$.

5. а) Нека је A матрица из другог задатка. Одредити матрицу $A^T A$.

б) Одредити ранг матрице $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}$.