

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија, први колоквијум 01.12.2012.

1. Решити систем линеарних једначина над пољем $\mathbb{R}$:
- $$\begin{array}{rrrrrr} x & + & y & + & 3z & + & t & = & 3 \\ 2x & + & y & + & 5z & & & = & 3 \\ x & & & + & 2z & - & t & = & 0 \\ 3x & + & 2y & + & 8z & + & t & = & 6 \end{array} .$$

2. Одредити инверз матрице: $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -1 & -5 \\ 2 & -5 & -1 & -12 \\ -2 & 8 & 5 & 2 \\ -3 & 7 & 4 & 8 \end{bmatrix}$.

3. Нека је $U = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mid 2a + b + c = 0, a + 2b + c = 0\}$.

а) Доказати да је U векторски потпростор простора $\mathbb{R}^3$ и одредити му базу и димензију.

б) Ако је $W = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mid b = 0\}$, доказати да је $\mathbb{R}^3 = U \oplus W$.

4. Нека су U и W потпростори векторског простора $\mathbb{R}^4$ генерисани редом векторима

$$u_1 = (1, 0, 3, 2), \quad w_1 = (3, 4, -3, -3),$$

$$u_2 = (2, -1, 5, 5), \quad w_2 = (4, 3, -1, 0),$$

$$u_3 = (-1, 1, -2, -3), \quad w_3 = (-2, -5, 5, 6).$$

$$u_4 = (0, 1, 1, -1),$$

Наћи бар једну базу као и димензију простора U , W , $U + W$ и $U \cap W$.

5. Нека је A матрица из другог задатка.

а) Одредити матрицу $M = A^T A$.

б) Одредити ранг матрице A^T .

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија, први колоквијум 01.12.2012.

1. Решити систем линеарних једначина над пољем $\mathbb{R}$:
- $$\begin{array}{rrrrrr} 3x & - & y & + & 2z & & = & 16 \\ x & + & y & - & z & - & 2t & = & 3 \\ 2x & - & y & + & z & - & t & = & 9 \\ 2x & & & - & z & - & 4t & = & 5 \end{array} .$$

2. Одредити инверз матрице: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & -3 \\ -3 & -5 & 8 & 7 \\ -1 & -1 & 5 & 4 \\ -5 & -12 & 2 & 8 \end{bmatrix}$.

3. Нека је $U = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mid 2a + 3b - 5c = 0\}$.

а) Доказати да је U векторски потпростор простора $\mathbb{R}^3$ и одредити му базу и димензију.

б) Ако је $W = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mid b = c = 0\}$, доказати да је $\mathbb{R}^3 = U \oplus W$.

4. Нека су U и W потпростори векторског простора $\mathbb{R}^4$ генерисани редом векторима

$$u_1 = (2, -2, 3, 4), \quad w_1 = (1, 0, 2, 1),$$

$$u_2 = (1, -1, -1, 2), \quad w_2 = (1, 1, 2, 1),$$

$$u_3 = (1, -1, 2, 3), \quad w_3 = (2, 3, 4, 2).$$

$$u_4 = (3, -3, 7, 6),$$

Наћи бар једну базу као и димензију простора U , W , $U + W$ и $U \cap W$.

5. Нека је A матрица из другог задатка.

а) Одредити матрицу $M = A^T A$.

б) Одредити ранг матрице A^T .