Линеарна алгебра и аналитичка геометрија, други колоквијум 12.01.2013.

1. Нека је $L : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^3$ линеарно пресликавање дефинисано са
   $L(x, y, z, t, w) = (x + y - 2z + 3w + t, -y + w - t, x - z + 2w + 3t)$.
   Одредити матрицу пресликавања L у односу на пар канонских база простора $\mathbb{R}^5$ и $\mathbb{R}^3$. Одредити ранг, дефект и неке базе језгра и слике пресликавања L.

2. а) Доказати да је пресликавање $L : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ дефинисано са
   $L(x, y, z, t) = (x+2y+z-t, -x-3y-z+3t, x+y+2z-t, x+y+z)$ линеарни оператор векторског простора $\mathbb{R}^4$.
   б) Испитати да ли је оператор L инвертибилан и ако јесте, одредити матрицу оператора L^{-1} у односу на канонску базу e простора $\mathbb{R}^4$.
   в) Одредити $Ker(L^{-1})$ и $Im(L)$.

3. Израчунати вредност детерминанте $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 4 \\ 5 & -7 & -4 & 3 \\ 2 & -1 & 6 & 0 \\ 6 & 3 & -16 & 15 \end{vmatrix}$.

4. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$.
   Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A.
   Испитати да ли је матрица A слична дијагоналној и у случају да јесте, наћи бар једну инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $A = PDP^{-1}$.

5. Нека је V потпростор простора $\mathbb{R}^4$ генерисан векторима
   $f_1 = (1, 1, 1, 1)$, $f_2 = (2, 3, 4, 7)$ и $f_3 = (1, 2, -1, 6)$.
   Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити неке ортонормиране базе за V и $V^{\perp}$.

Линеарна алгебра и аналитичка геометрија, други колоквијум 12.01.2013.

1. Нека је $L : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ линеарно пресликавање дефинисано са
   $L(x, y, z, t) = (x + y + z - t, 2x - 3z + t, 2y - z - t)$.
   Одредити матрицу пресликавања L у односу на пар канонских база простора $\mathbb{R}^4$ и $\mathbb{R}^3$. Одредити ранг, дефект и неке базе језгра и слике пресликавања L.

2. а) Доказати да је пресликавање $L : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ дефинисано са
   $L(x, y, z, t) = (x+4y+2z-t, 3x+7y+8z-3t, x+2y+3z-t, -2x-7y-4z+3t)$ линеарни оператор векторског простора $\mathbb{R}^4$.
   б) Испитати да ли је оператор L инвертибилан и ако јесте, одредити матрицу оператора L^{-1} у односу на канонску базу e простора $\mathbb{R}^4$.
   в) Одредити $Ker(L^{-1})$ и $Im(L)$.

3. Израчунати вредност детерминанте $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 7 & 15 & -4 \end{vmatrix}$.

4. Одредити карактеристични и минимални полином матрице $A = \begin{bmatrix} 8 & -3 & -3 \\ -9 & 2 & 3 \\ 27 & -9 & -10 \end{bmatrix}$.
   Затим одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице A.
   Испитати да ли је матрица A слична дијагоналној и у случају да јесте, наћи бар једну инвертибилну матрицу P и дијагоналну D тако да је $A = PDP^{-1}$.

5. Нека је V потпростор простора $\mathbb{R}^4$ генерисан векторима
   $f_1 = (1, 1, 1, 1)$, $f_2 = (4, 3, 7, 2)$ и $f_3 = (-1, 2, 6, 1)$.
   Грам-Шмитовим поступком ортогонализације одредити неке ортонормиране базе за V и $V^{\perp}$.