

Решавање проблема

Методика наставе

математике

рачунарства

ПРОБЛЕМСКА СИТУАЦИЈА

Стварање појма		Решавање проблема
Предмети, појаве, представе, формирани појмови, ...	Мисаоне операције	Искуство, знање, вештине стечено решавањем одређених проблема
Уочавање сличности (разлика) са познатим представама и појмовима	Аналогија	Уочавање сличности са познатим проблемима
Рашчлањавање целине на делове; уочавање особина појединих делова и аспеката ситуације	Анализа	Шта је дато? Шта се тражи? Рашчлањавање онога што се тражи због уочавања веза са оним што је дато?
Састављање делова и дубље сагледавања целине. На који начин својства делова утичу на својства целине?	Синтеза	Конструкција онога што се тражи на основу датих података и делова добијених анализом.
Одбацивање неважних особина предмета, одн. аспеката појаве	Апстракција	Уочавање суштински важних веза између датог и траженог
Стварање појма на основу апстрахованих особина	Генерализација	Формирање општег приступа решавању проблема одговарајућег типа

Предглед кључних компетенција

- Решавање проблема

Ученик је у стању да препозна, разуме и реши проблемске ситуације у којима решење није видљиво на први поглед, користећи знања и вештине стечене из различитих предмета. Решавање проблема подразумева и спремност ученика да се ангажује и конструктивно и промишљено допринесе решавању проблема са којима се суочава заједница којој припада.

Математички задаци – Зашто? Какви?

- Математички задаци – саставни део учења математике
- По неким, решавање математичких задатака заузима значајније место у образовању појединца него поједини математички садржаји.
- Математика се најбоље учи решавањем задатака.

Математички задаци – Зашто? Какви?

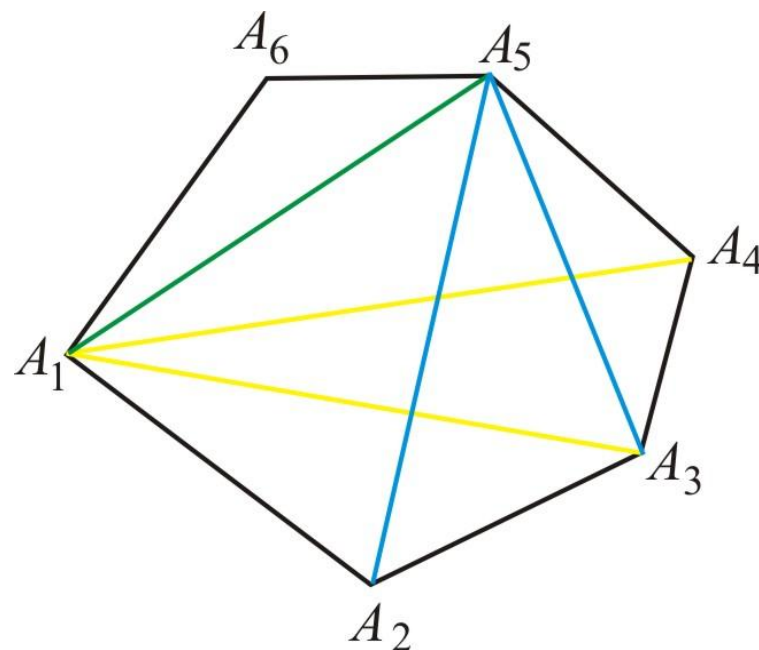
- Нове тенденције у обазовању намећу потпуно другачији тип школских задатака.
 - Концепт испред поступка.
 - Разумевање испред репродукције.
 - Знање испред оцене.

Мисаони токови, а не меморисање чињеница

Задатак 4. Број дијагонала
многоугла

Из сваког темена „полазе“
 $n-3$ дијагонале.

Производ $n(n-3)$ је два
пута већи од укупног броја
свих дијагонала, јер је
свака дијагонала убројана
два пута будући да садржи
два темена.



$$D_n = \frac{n(n-3)}{2}$$

Шта је важније БРОЈ или НАЧИН БРОЈАЊА?

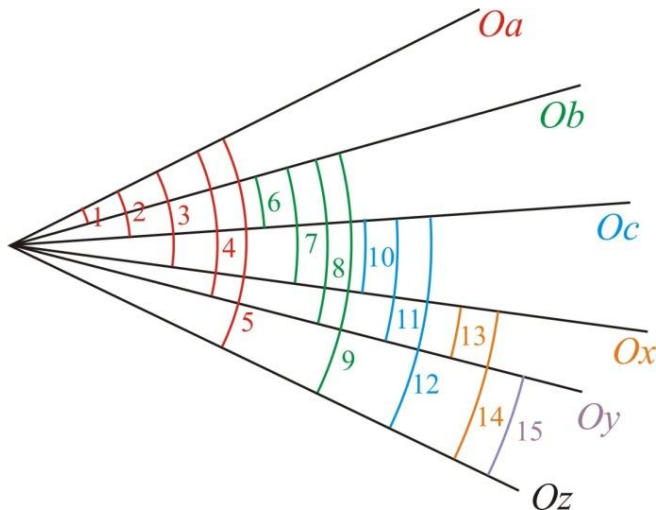
Задатак 5. Одреди број дијагонала n -тоугла за задато n .

Промена
значења
изазвана
променом
контекста

Задатак 6. На шаховском турниру је учествовало пет шахиста, Пера, Мика, Лаза, Сима и Аца. Колико партија је укупно одиграно ако се играло по систему свако са сваким?

Шта је важније БРОЈ или НАЧИН БРОЈАЊА?

Задатак 7. Тачка O је почетна тачка шест полуправих. Колико конвексних углова одређују ове полуправе?



Задатак 8. Колико дужи образује седам тачака међу којима никоје три нису колинеарне?

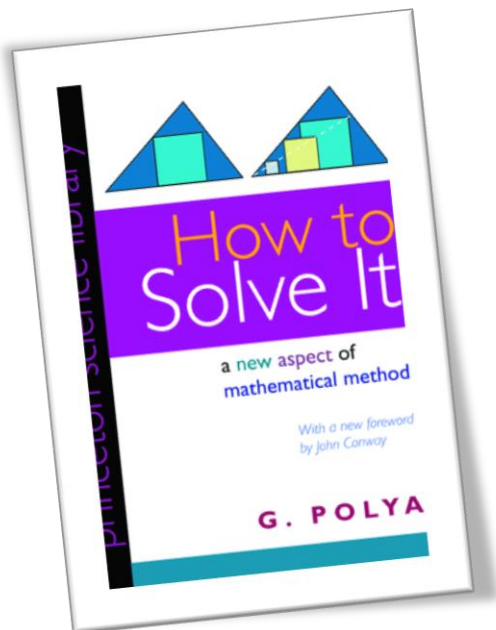
Задатак 9. На колико начина се од 20 ученика једног одељења може изабрати двочлана делегација?

Како решавати задатак?

George Polya

HOW TO SOLVE IT

A new aspect of
mathematical method
Princeton University Press
1945



1887–1985

Превод:
George Polya
KAKO ĆU RIJEŠITI
MATEMATIČKI ZADATAK

Školska knjiga, Zagreb
1966

Из предговора

... при решавању сваког проблема има нешто сазнајно. И при најскормнијем задатку, ако он буди интересовање, ако покреће довитљивост, и ако га ученик решава сопственим снагама, доживеће напетост и тријумф проналазача. Такви доживљаји у периоду који је приступачан утисцима могу створити склоност ка умном раду и утиснути доживотни печат на дух и карактер.

Ту је велика прилика за наставника математике.

Из предговора

Ако наставник с ученицима само механички “теше” увежбане поступке, смањује њихово интересовање и кочи њихов интелектуални развој. Но ако он у својим ученицима буди радозналост дајући им задатке који су примерени њиховом знању и ако им помаже стимулативним питањима, развијаће у њима склоност за самосталним мишљењем и показивати им путеве до њега.

Из предговора

... ученик, чак и ако је природно надарен за математику, мора најпре мора да открије своје способности и склоности. Он не може знати да ли воли ћевапчиће ако их никада није окусио. Нека ученик дође до закључка да математички проблем може пружити исто толико задовољства као и укрштеница, или да интензивни умни рад може бити једнако угодан као напета партија тениса. Окуси ли једном радост у математици, неће је лако заборавити...

Из предговора

Проучавамо ли методе решавања задатака, запазићемо два лица математике. Математика јесте строга систематска дедуктивна наука, али је математика у настајању експериментална индуктивна наука.

Како решавати задатак?

Прво

Треба да **разумеш** задатак.

Друго

Потражи везу између задатог и непознатог! Ако се не може наћи непосредна веза, мораћеш можда разматрати помоћне задатке. Најзад треба да добијеш **план** решавања.

Треће

Изврши свој план!

Четврто

Провери добијено решење!

Прво ... да **разумеш** ...

- Шта је непознато? Шта је дато? Какве су везе између датог и непознатог?
- Да ли је могуће задовољити услове задатка? Да ли су услови довољни за одређивање непознатог? Или нису довољни? Можда је задатак *преодређен*? Или контрадикторан?
- Нацртај слику! Уведи погодне ознаке!
- Анализирај дате услове!

Друго ... **направи план...**

- Да ли си се већ срео/ла са неким сличним и сродним задатком?
- Можеш ли задатак другачије формулисати?
- Ако не можеш одмах да решиш постављени задатак, покушај најпре да смислиш неки једноставнији: општији задатак, специјалнији задатак, аналогни задатак.
- Шта се све може извући из задатих података? Покушај да одредиш који би други подаци били погодни за одређивање непознате!
- Да ли си узео/ла све дате податке заједно?

Треће ... изврши план ...

- Контролиши сваки корак решавања!
Можеш ли јасно објаснити зашто је сваки корак исправан?

Четврто ... **провери**...

- Објасни читав поступак решавања!
- Можеш ли резултат добити другачије?
- Можеш ли метод применити при решавању неког другог задатка?
- Постави питања!

Решење на више начина

- Корисније је решити један исти задатак на неколико начина него решити неколико задатака – сваки на један начин. Ако се један исти задатак реши на разне начине, може се упоређивањем решења утврдити које је од њих краће, ефектније, елегантније. На тај начин се стиче и израђује вештина решавања задатака.

W. W. Sawyer, Prelude to Mathematics

Проблемска настава

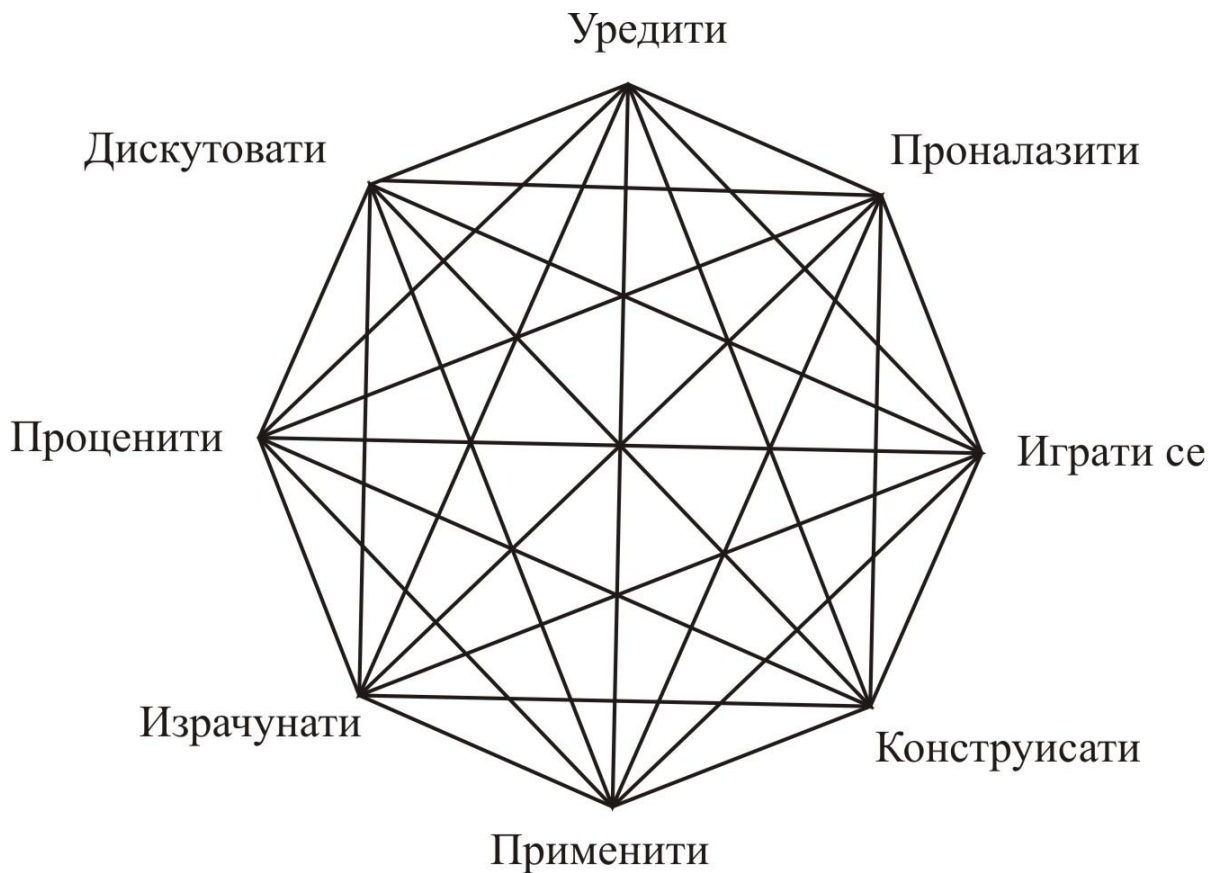
1. Уочавање проблема (формулација)
2. Разјашњавање проблема (анализа проблема)
3. Постављане хипотеза и процењивање њихових последица
4. Верификација хипотеза
5. Анализа резултата, извођење закључака, генерализације
6. Примена

Улоге задатака у настави математике

- **Мотивација за учење (проблемска настава)**
 - **Припремање за усвајање теоријских знања (усвајање мисаоних процеса)**
 - Утврђивање теоријских знања кроз вежбање
 - **Примена теоријских знања за решавање проблема из других научних области или из свакодневног живота**
-
- **Кључно питање припреме наставе математике је утврдити редослед и приоритет улога задатака?**

Теорија и задаци

Активности и мисаони процеси посебно успешни за настајање нових математичких резултата (теорија)



Линеарне (не)једначине

Задатак 1. Реши једначину $3x + 2 = 2x + 4$.

Задатак 2.



Задатак 3. Одреди пресек правих $y = 2x + 4$ и $y = 3x + 2$.

Задатак 4.

Филип је у туристичкој посети држави Зедланд чија је валута зед. Да би изнајмио скутер, посетио је две агенције А и Б. Агенција А изнајмљује скутере по цени од 2 зеда уз доплату од 3 зеда за сваки пређени километар. Агенција Б изнајмљује скутере по цени од 4 зеда уз доплату од 2 зеда за сваки пређени километар. Која агенција је повољнија?



Још два задатка

Задатак.

Камен је бачен вертикално у вис. Висина у метрима на којој се он налази дата је формулом

$$h(t) = -5t^2 + 18t$$

при чему је протекло време изражено у секундама од тренутка када је бачен. Колико секунди ће камен бити на висини која није мања од 9m?

Задатак.

Реши неједначину

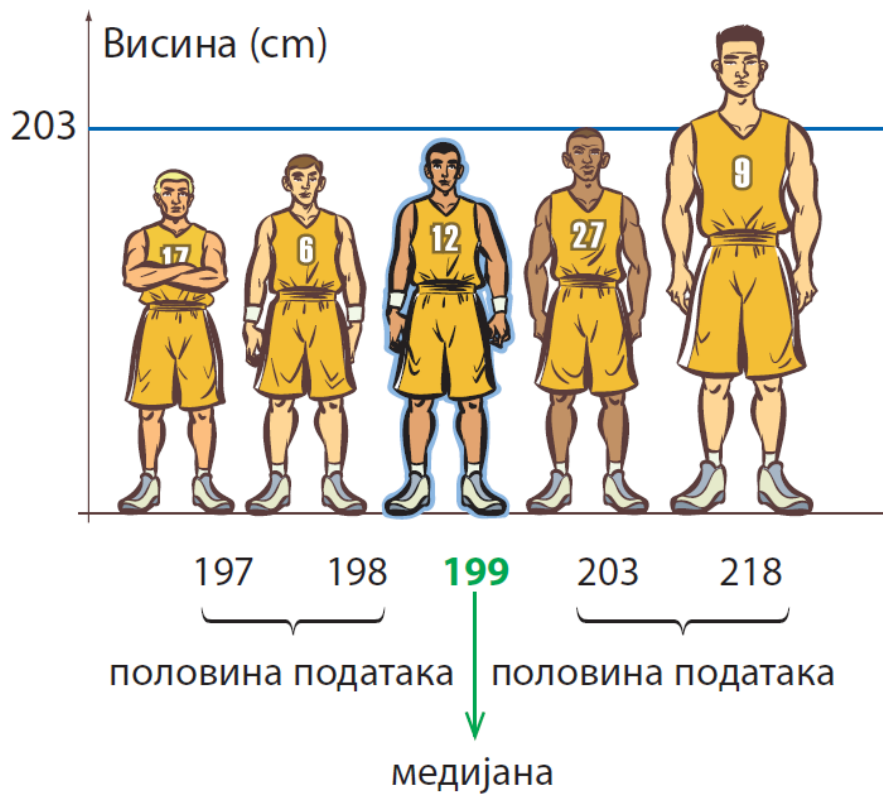
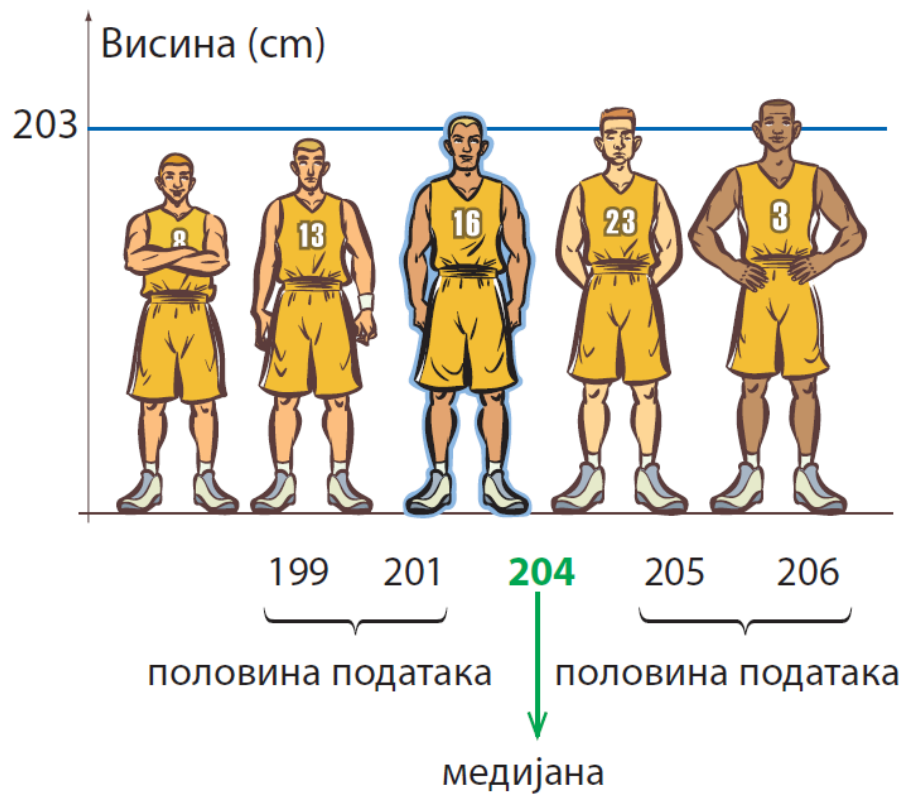
$$-5t^2 + 18t \geq 9.$$



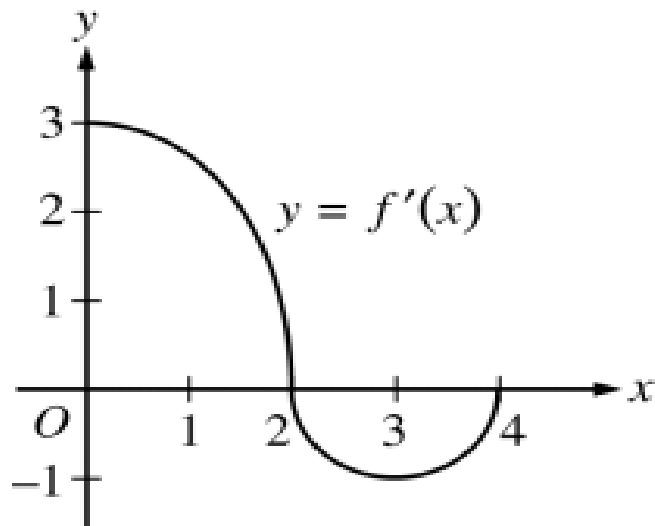
Пример – Аритметичка средина и медијана

- ▶ На час ученици доносе податке о висини својих 5 другова приказане табеларно и графички.
(истраживачки задатак 1)
- ▶ На часу израчунавају просечну висину уочене групе деце и тумаче резултате (истраживачки задатак 2)
 - ▶ Има ли истих резултата?
 - ▶ Да ли исти резултат значи и исту групу деце?
 - ▶ Шта мислите како изгледа Павлова група, ако је њена просечна висина 170? Наведи неколико могућности. Да ли у њој сигурно постоји ученик висок 170 центиметара?
 - ▶ Ако накнадно сазнамо да је да је “средњи” ученик висок 171 центиметар, можемо ли да дамо прецизнији одговор?





-
- Упореди бројеве $f(0)$, $f(2)$ и $f(4)$.



Математичке укрштенице

Правила игре су једноставна:

- могу се користити (уписивати) само бројеви од 1 до 9;
- бројеви се не смеју понављати у оквиру истог хоризонталног, односно истог вертикалног реда (један ред чине само суседна бела поља);
- збир бројева у сваком хоризонталном и сваком вертикалном реду мора бити једнак броју који стоји на почетку тог реда.

			6	17	
	9	29	4		
26					15
8			17	8	
	23				
	6				