



ПРОСВЕТНИ ГЛАСНИК

Година LXIX – Број 4

Београд, 2. јун 2020.

Цена овог броја је 1.650,00 динара
Годишња претплата је 14.795,00 динара

ПРАВИЛНИК О ПЛАНУ И ПРОГРАМУ НАСТАВЕ И УЧЕЊА ЗА ГИМНАЗИЈУ

Издавач: Јавно предузеће „Службени гласник“, Београд, Јована Ристића 1
Директор и главни и одговорни уредник др Јелена Триван • Уредник Иван Максимовић
Телефони: Редакција 30-60-333 и 30-60-334; Претплата 30-60-588 и 30-60-359; Продаја 30-60-578, факс 30-60-393.
(ПИБ: СР100002782) (МАТИЧНИ БРОЈ: 07453710) (ТЕКУЋИ РАЧУН: 160-14944-58)
(За директне и индиректне кориснике буџета 840-236723-96)

Штампа: ЈП „Службени гласник“, Штампарија „Гласник“, Лазаревачки друм 13–15

Copyright © ЈП Службени гласник, 2020

Свако умножавање и дистрибуција забрањена је. Сва права задржава ЈП „Службени гласник“ по Закону о ауторском и сродним правима и Закону о објављивању закона и других прописа и аката.



МАТЕМАТИКА

Циљ учења *математике* је да ученик, усвајајући математичке концепте, знања, вештине и основе дедуктивног закључивања, развије апстрактно и критичко мишљење, позитивне ставове према математици, способност комуникације математичким језиком и примени стечена знања и вештине у даљем школовању и решавању проблема из свакодневног живота, као и да формира основ за даљи развој математичких појмова.

Разред **Први**
 Годишњи фонд часова **148 часова**

ИСХОДИ По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:	ОБЛАСТ/ТЕМА	САДРЖАЈИ
– анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења; – користи математички језик и систематично и прецизно представи идеју и решење; – користи логичке и скуповне операције; – користи функције и релације и њихова својства;	ЛОГИКА И СКУПОВИ	Основне логичке и скуповне операције. Важнији закони закључивања. Квантификатори. Декартов производ. Релације и функције. Елементи комбинаторике (пребројавање коначних скупова: правило збира и правило производа).

– примени једноставна правила комбинаторике за пребројавање коначних скупова; – представи природан број у канонском облику и на основу тога одреди НЗС и НЗД бројева; – преведе цео број из једног позиционог система у други		
– представи природан број у канонском облику и на основу тога одреди НЗС и НЗД бројева; – преведе цео број из једног позиционог система у други;	ЦЕЛИ БРОЈЕВИ	Делјивост целих бројева и дељење с остатком. Прости бројеви и растављање на просте чиниоце. НЗС и НЗД. Позициони запис целог броја.
– користи, приказује на бројевној правој и пореди природне, целе, рационалне и реалне бројеве; – преводи рационалне бројеве из једног записа у други; – на основу реалног проблема састави и израчуна вредност бројевног израза (са или без калкулатора), процени вредност једноставнијих израза и тумачи резултат; – рачуна са приближним вредностима бројева, процењује грешку и по потреби користи калкулатор;	РЕАЛНИ БРОЈЕВИ	Преглед различитих врста бројева (природни, прстен целих, поље рационалних, реалних), операције и њихова поља својства. Апсолутна вредност. Степен броја са целобројним изложником. Приближне вредности реалних бројева (грешке, граница грешке, заокруживање бројева, основне операције са приближним вредностима).
– примени пропорцију и процентни рачун у реалном контексту; – примени прост каматни рачун за доношење финансијских одлука;	ПРОПОРЦИОНАЛНОСТ	Размера и пропорција, пропорционалност величина (директна и обрнута), примене (сразмерни рачун, рачун поделе и мешања). Процентни рачун, прост каматни рачун.
– разликује узајамне положаје тачака, правих и равни;	УВОД У ГЕОМЕТРИЈУ	Аксиоме припадања и распореда. Аксиома паралелности. Једноставнији планиметријски докази.
– примени својства троуглова, четвороуглова и кругова, укључујући и примену у реалном контексту; – примени подударност у равни (симетрије, транслација, ротација); – користи линеарне операције са векторима и примени њихова основна својства; – докаже једноставнија геометријска тврђења користећи подударност и векторе; – конструише геометријске објекте у равни користећи њихова својства;	ПОДУДАРНОСТ	Аксиоме подударности троуглова. Изометрије. Прав угао. Вектори и линеарне операције са њима. Односи страница и углова троугла. Кружница и круг. Значајне тачке троугла. Четвороугао. Симетрије, ротација и транслација равни. Конструктивни задаци (троугао, четвороугао, кружница).
– трансформише целе и рационалне алгебарске изразе; – користи неједнакости $x^{23} 0$ и однос аритметичке и геометријске средине;	РАЦИОНАЛНИ АЛГЕБАРСКИ ИЗРАЗИ	Полиноми и операције са њима, делјивост полинома. Растављање полинома на чиниоце. НЗС и НЗД полинома. Операције са рационалним алгебарским изразима (алгебарски разломци). Важније неједнакости.
– реши линеарне једначине и дискутује њихова решења у зависности од параметра; – реши линеарне неједначине; – графички представи линеарну функцију и анализира њен график; – реши проблем који се своди на линеарну једначину, неједначину и систем линеарних једначина са највише три непознате, дискутује и тумачи решења;	ЛИНЕАРНЕ ЈЕДНАЧИНЕ, НЕЈЕДНАЧИНЕ И СИСТЕМИ	Линеарне једначине (укључујући оне с параметром, односно апсолутном вредношћу) и неједначине. Линеарна функција и њен график. Системи линеарних једначина са две или три непознате. Примене у реалним ситуацијама.
– примени сличност и хомотетију у равни;	СЛИЧНОСТ	Мерење дужи и углова. Пропорционалност дужи. Талесова теорема. Хомотетија. Сличност. Питагорина теорема.
– одреди вредности тригонометријских функција углова од 30° , 45° и 60° ; – примени тригонометрију правоуглог троугла у реалним ситуацијама уз коришћење калкулатора.	ТРИГОНО – МЕТРИЈА ПРАВОУГЛОГ ТРОУГЛА	Тригонометријске функције оштрог угла, основне тригонометријске идентитетности. Решавање правоуглог троугла.

Кључни појмови: логичке и скуповне операције, релације и функције, скуп реалних бројева, аксиома, изометрија, рационални алгебарски израз, једначина и систем једначина с параметром, хомотетија и сличност и тригонометријске функције.

ВЕЗА ОБРАЗОВНИХ СТАНДАРДА И ИСХОДА ПРОГРАМА НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Општи стандарди постигнућа – образовни стандарди за крај општег средњег образовања за предмет Математика садрже стандарде постигнућа за области: Алгебра, Геометрија, Низови, функције, изводи и интеграл и Комбинаторика, вероватноћа, статистика и финансијска математика. У оквиру сваке области описани су захтеви на три нивоа.

Легенда:

☑ – ученици су овај стандард досегли већ на крају прве године, и у наредним разредима ученик може користити знања, умења и вештина за развијање других стандарда

➔ – ученици су изучавали део садржаја и остварили одговарајуће исходе који су у вези са стандардом који је у вези са стандардом и у наредним разредима наставиће са остваривањем овог стандарда

☒ – ученици нису изучавали садржаје и нису остварили исходе који су у директној вези са стандардом

Следећи искази описују шта ученик зна и уме на основном нивоу у свакој области НА КРАЈУ ПРВОГ РАЗРЕДА.

1. Област АЛГЕБРА

2.МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационале и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други. ☑

2.МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. ➔

2.МА.1.1.3. Примењује правила заокруживања бројева и процењује вредност израза у једноставним реалним ситуацијама. ☑

2.МА.1.1.4. Трансформише једноставне алгебарске изразе. ☑

2.МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне и квадратне једначине. ➔

2.МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине. ➔

2.МА.1.1.7. Решава једноставне проблеме који се свode на систем две линеарне једначине са две непознате. ☑

2.МА.1.1.8. Зна и разуме основне логичке и скуповне операције и користи их. ☑

2. Област ГЕОМЕТРИЈА

2.МА.1.2.1. Разуме концепте подударности и сличности геометријских објеката, симетрије, трансляције и ротације у равни. ☑

2.МА.1.2.2. Израчунава и процењује растојања, обиме и површине геометријских фигура у равни користећи формуле. ➔

2.МА.1.2.3. Израчунава и процењује површине и запремине геометријских тела у простору, користећи формуле. ☑

2.МА.1.2.4. Користи координатни систем за представљање једноставних геометријских објеката у равни. ➔

2.МА.1.2.5. Препознаје криве другог реда. ☑

2.МА.1.2.6. Разуме појам вектора, зна основне операције са векторима и примењује их. ➔

2.МА.1.2.7. Примењује тригонометрију правоуглог троугла у једноставним реалним ситуацијама. ☑

2.МА.1.2.8. Уме да реализује и примени једноставне геометријске конструкције. ☑

3. Област НИЗОВИ, ФУНКЦИЈЕ, ИЗВОДИ И ИНТЕГРАЛИ

2.МА.1.3.1. Препознаје правилност у низу података (аритметички и геометријски низ, ...), израчунава чланове који недостају, као и суму коначног броја чланова низа. ☑

2.МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне, степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса. ➔

2.МА.1.3.3. Анализира графички представљене функције (одређује нуле, знак, интервале монотоности, екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту). ➔

2.МА.1.3.4. У функцијама које су представљене графички или табеларно, анализира, примењује и приближно израчунава брзину промене помоћу прираштаја.* ☑

4. Област КОМБИНАТОРИКА, ВЕРОВАТНОЋА, СТАТИСТИКА И ФИНАНСИЈСКА МАТЕМАТИКА

2.МА.1.4.1. Пребројава могућности (различитих избора или начина) у једноставним реалним ситуацијама. ☑

2.МА.1.4.2. Примењује рачун са пропорцијама и процентни рачун при решавању једноставних практичних проблема. ☑

2.МА.1.4.3. Разуме концепт вероватноће и израчунава вероватноће догађаја у једноставним ситуацијама. ☑

2.МА.1.4.4. Графички представља податке у облику дијаграма и табела, анализира податке и њихову расподелу. ➔

2.МА.1.4.5. Разуме појмове популације и узорка, израчунава и тумачи узорачку средину, медијану и мод.* ☑

2.МА.1.4.6. Примењује основна математичка знања за доношење финансијских закључака и одлука. ➔

Следећи искази описују шта ученик зна и уме на средњем нивоу у свакој области НА КРАЈУ ПРВОГ РАЗРЕДА.

1. Област АЛГЕБРА

2.МА.2.1.1. Преводи бројеве из једног бројног система у други. ☑

2.МА.2.1.2. Разуме појам комплексног броја, представља га у равни и зна основне операције са комплексним бројевима. ☑

2.МА.2.1.3. Израчунава вредност израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. ➔

2.МА.2.1.4. Рачуна са приближним бројевима и процењује грешку. ☑

2.МА.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе. ➔

2.МА.2.1.6. Решава проблеме који се свode на једначине у којима се појављују елементарне функције. ➔

2.МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине. ☑

2.МА.2.1.8. Решава проблеме који се свode на системе линеарних једначина са највише три непознате. ➔

2.МА.2.1.9. Зна и користи логичке и скуповне операције, исказни рачун и појам релације (посебно поретка и еквиваленције). ☑

2. Област ГЕОМЕТРИЈА

2.МА.2.2.1. Решава проблеме и доноси закључке користећи основна геометријска тврђења, метричка својства и распоред геометријских објеката. ➔

2.МА.2.2.2. Уочава равне пресеке геометријских фигура у простору и рачуна њихову површину.

2.МА.2.2.3. Решава једноставне проблеме користећи једначину праве и криве другог реда. ☑

2.МА.2.2.4. Примењује својства вектора при решавању проблема. ➔

2.МА.2.2.5. Примењује тригонометријске функције у једноставним реалним ситуацијама. ➔

3. Област НИЗОВИ, ФУНКЦИЈЕ, ИЗВОДИ И ИНТЕГРАЛИ

2.МА.2.3.1. Решава проблеме користећи својства аритметичког и геометријског низа, примењује математичку индукцију и израз за суму бесконачног геометријског низа у једноставним случајевима. ☑

2.МА.2.3.2. Разуме концепт конвергенције низа и израчунава граничну вредност низа у једноставним случајевима. ☑

2.МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи трансляције и дилатације дуж координатних оса. ☑

2.МА.2.3.4. Решава проблеме користећи основна својства функција (област дефинисаности, периодичност, парност, монотоност, ...). ➔

2.МА.2.3.5. Разуме концепт непрекидности и израчунава једноставне граничне вредности функција. ☑

2.МА.2.3.6. Разуме концепт извода функције и примењује га у проблемским ситуацијама.* ☑

2.МА.2.3.7. Решава проблеме минимума и максимума користећи извод функције. ☑

2.МА.2.3.8. Разуме концепт одређеног интеграла и његову примену у једноставнијим ситуацијама. ☑

4. Област КОМБИНАТОРИКА, ВЕРОВАТНОЋА, СТАТИСТИКА И ФИНАНСИЈСКА МАТЕМАТИКА

2.МА.2.4.1. Примењује правила комбинаторике за пребројавање могућности (различитих избора или начина). ➔

2.МА.2.4.2. Решава проблеме користећи пропорцију и процентни рачун. ☑

2.МА.2.4.3. Разуме концепт дискретне случајне величине и израчунава очекивану вредност, стандардно одступање и дисперзију(варијансу).* ☑

2.МА.2.4.4. Разуме значај вероватноће у тумачењу статистичких података.* ☑

2.МА.2.4.5. Израчунава мере варијабилности и одступања од познатих расподела..* ☑

2.МА.2.4.6. Примењује математичка знања за доношење финансијских закључака и одлука.* ☑

Следећи искази описују шта ученик зна и уме на напредном нивоу у свакој области НА КРАЈУ ПРВОГ РАЗРЕДА.

1. Област АЛГЕБРА

2.МА.3.1.1. Комплексне бројеве представља у тригонометријском и експоненцијалном облику и рачуна вредност израза са комплексним бројевима. ☑

2.МА.3.1.2. Израчунава вредност израза користећи својства операција и функција. ➔

2.МА.3.1.3. Трансформише алгебарске изразе, доказује једнакости и неједнакости. ➔

2.МА.3.1.4. Решава једначине са параметрима. ➔

2.МА.3.1.5. Решава неједначине користећи основна својства елементарних функција. ➔

2.МА.3.1.6. Решава системе линеарних једначина са и без параметара и једноставне системе нелинеарних једначина. ➔

2. Област ГЕОМЕТРИЈА

2.МА.3.2.1. Примењује основне теореме планиметрије и њихове последице у решавању проблема и у доказивању геометријских тврђења. ➔

2.МА.3.2.2. Решава геометријске проблеме и доноси закључке користећи изометријске трансформације у равни и простору. ➔

2.МА.3.2.3. Решава проблеме користећи једначине кривих другог реда и њихових тангенти у координатном систему. ☒

2.МА.3.2.4. Примењује рачун са векторима (скаларни и векторски производ ...). ☒

2.МА.3.2.5. Примењује тригонометријске функције у проблемима. ☒

3. Област НИЗОВИ, ФУНКЦИЈЕ, ИЗВОДИ И ИНТЕГРАЛИ

2.МА.3.3.1. Примењује математичку индукцију, аритметички и геометријски низ и израз за суму бесконачног геометријског низа у проблемским ситуацијама. ☒

2.МА.3.3.2. Израчунава граничну вредност низа, анализира и интерпретира понашање низа података, изводи и интерпретира закључке. ☒

2.МА.3.3.3. Користи елементарне функције за решавање проблема. *☒

2.МА.3.3.4. Израчунава граничне вредности функција и решава проблеме користећи својства непрекидности функција. ☒

2.МА.3.3.5. Решава проблеме и доноси закључке анализирајући функције користећи диференцијални рачун. ☒

2.МА.3.3.6. Решава проблеме применом интегралног рачуна (површине равних фигура, ☒

запремине тела, дужине кривих, функција расподеле и својства случајних променљивих). ☒

4. Област КОМБИНАТОРИКА, ВЕРОВАТНОЋА, СТАТИСТИКА И ФИНАНСИЈСКА МАТЕМАТИКА

2.МА.3.4.1. Решава сложеније комбинаторне проблеме. ☒

2.МА.3.4.2. Решава проблеме и доноси закључке у ситуацијама неизвесности користећи методе вероватноће и статистике. *☒

2.МА.3.4.3. Зна појам функције расподеле, појам непрекидне случајне величине и нормалне расподеле. ☒

2.МА.3.4.4. Користи методе вероватноће и статистике у финансијама. *☒

*Стандарди означени са * нису тестирани јер важећи наставни програми не обухватају садржаје и теме на које се ови стандарди постигнућа односе.*

УПУТСТВО ЗА ДИДАКТИЧКО-МЕТОДИЧКО ОСТВАРИВАЊЕ ПРОГРАМА

Ради лакшег планирања наставе даје се оријентациони предлог броја часова по темама. Приликом израде оперативних планова наставник распоређује укупан број часова предвиђен за поједине теме по типовима часова (обрада новог градива, утврђивање и увежбавање, понављање, проверавање и систематизација градива), водећи рачуна о циљу предмета и исходима.

Логика и скупови (14)

Цели бројеви (6)

Реални бројеви (12)

Пропорционалност (7)

Увод у геометрију (9)

Подударност (33)

Рационални алгебарски изрази (16)

Линеарне једначине, неједначине и системи (18)

Сличност (14)

Тригонометрија правоуглог троугла (7)

Предложени редослед тема није обавезујући за наставнике, већ само представља један од могућих модела.

Напомена: за реализацију 4 писмена задатака (у трајању од по два часа), са исправкама, планирано је 12 часова.

Основа за писање исхода и избор садржаја били су програми математике за основну школу, стандарди за крај обавезног образовања, међупредметне компетенције, циљ учења математике као и чињеница да се учењем математике ученици оспособљавају за: решавање разноврсних практичних и теоријских проблема, комуникацију математичких језиком, математичко резоновање и доношење закључака и одлука. Сам процес учења математике има своје посебности које се огледају у броју година изучавања и недељног броја часова предмета и неопходности континуираног стицања и повезивања знања.

Садржаји програма предмета математика представљају основу за остваривање исхода, јер је њима обухваћено све оно што ученик треба да изгради на нивоу знања.

Наставници у својој свакодневној наставној пракси, треба да се ослањају на исходе, јер они указују шта је оно за шта ученици треба да буду оспособљени током учења предмета у једној школској години. Остваривањем исхода, ученици усвајају основне математичке концепте, овладавају основним математичким процесима и вештинама, оспособљавају се за примену математичких знања и вештина и комуникацију математичким језиком. Кроз исходе се омогућава остваривање образовних стандарда и међупредметних компетенција као што су комуникација, дигитална компетенција, рад са подацима и информацијама, решавање проблема, сарадња и компетенција за целоживотно учење.

При обради нових садржаја треба се ослањати на постојеће искуство и знање ученика, и настојати да ученици самостално откривају математичке правилности и изводе закључке. Основна улога наставника је да буде организатор наставног процеса, да подстиче, организује и усмерава активност ученика. Ученике треба упућивати да користе уџбеник и друге изворе знања, како би усвојена знања била трајнија и шира, а ученици оспособљени за примену у решавању разноврсних задатака.

Ученицима треба објаснити да математика као наука није сама себи циљ; да многа математичка знања представљају основе других наука и да у том смислу математика има скоро универзалну примену (информатика, физика, хемија и друге науке).

I. ПЛАНИРАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Наставни програм усмерава наставника да наставни процес конципира у складу са дефинисаним исходима, односно да планира како да ученици оствари исходе, које методе и технике да примени, као и које активности ће за то одабрати. Дефинисани исходи показују наставнику која су то специфична знања и вештине која су ученику потребна за даље учење и свакодневни живот. Приликом планирања наставе треба имати у виду да се ниједан исход не може остварити за један час: за неке исходе ће бити потребно мање часова, за неке више, постоје и исходи који се остварују током целе године или чак и током целог школовања (нпр. *по завршетку разреда ученик ће бити у стању да користи математички језик и систематично и прецизно представи идеју и решење*). Наставник, приликом планирања часова, треба сваки исход да разложи на мање исходе, помоћу којих се остварује почетни исход, нпр. *исход по завршетку разреда ученик ће бити у стању да трансформира алгебарске изразе* се може разложити на следеће исходе:

1. ученик ће бити у стању да растави полином на чиниоце;
2. ученик ће бити у стању да одреди НЗС и НЗД за дате полиноме;
3. ученик ће бити у стању да сабере и одузме дате рационалне алгебарске изразе;
4. ученик ће бити у стању да помножи и подели дате рационалне алгебарске изразе.

Оваквим приступом се дати исход конкретизује, што доводи до бољег планирања наставе, а самим тим и до веће ефикасности наставе. Поред тога, на часовима треба комбиновати различите методе и облике рада, што подстиче интелектуалну активност ученика и наставу чини интересантнијом и функционалнијом.

II. ОСТВАРИВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Како свака наставна тема има своје специфичности, у наставку текста наводимо неке важне напомене за сваку тему.

Логика и скупови

Логичко-скуповни садржаји (исказ, квантификатор, формула, логичке и скуповне операције, основни математички појмови, закључивање и доказивање тврђења, релације и пресликавања) основа су за виши ниво дедукције и строгости у реализацији осталих садржаја програма математике, а нагласак треба да буде на овладавању математичко-логичким језиком и разјашњавању суштине значајних математичких појмова и чињеница, без превеликих формализација.

Симболика треба да се користи у оној мери у којој олакшава изражавање и записе, штеди време (а не да захтева додатна објашњења) и помаже да се градиво што боље разјасни. Указати на значај таутологија (закон искључења трећег, закон контрапозиције, модус поненс, свођење на противуречност...) у закључивању и доказима теорема, нпр. у доказу да је $\sqrt{2}$ ирационалан број (у теми **Поље реалних бројева**).

Указати на значај релација еквиваленције као и релација поретка, посебно *бити једнак* и *бити мањи или једнак* над скуповима бројева и њихов однос са операцијама сабирања и множења. Посебну пажњу већ на овом ступњу посветити појму пресликавања (функције). Дати и описну и формалну дефиницију овог појма и по потреби користити и једну и другу. Увести операцију композиције пресликавања. Истаћи својства „1–1” и „на” пресликавања као и појам инверзног пресликавања.

Елементе комбинаторике дати на једноставнијим примерима и задацима, као примену основних принципа пребројавања коначних скупова. Требало би имати у виду да обрадом ових садржаја није завршена и изградња појединих појмова, јер ће се они дограђивати и у каснијим програмским темама.

Цели бројеви

Ову тему треба реализовати кроз понављања, продубљивања и допуњавања оног што су ученици учили у основној школи. Нагласити основна својства природних и целих бројева. Обрадити делљивост целих бројева, дељење са остатком, просте и сложене бројеве и теорему о канонској факторизацији (без доказа јединствености). Бесконачност скупа простих бројева доказати свођењем на противуречност (Еуклид).

Ученици треба да савладају превођење целог броја из једног позиционог система у декадни позициони систем, и обрнуто.

Реални бројеви

На почетку теме подсетити ученике на природне бројеве, простен целих, поље рационалних, ирационалне бројеве и поље реалних бројева, као и на њихове међусобне односе. Проширити знања о рационалним и ирационалним бројевима, користећи доказивања и бројевну праву (докази ирационалности, представљање коначног и бесконачног периодичног децималног записа броја у виду разломка, конструкција неких дужи чија је дужина ирационалан број). У овом делу истицати појам затворености и принцип чувања својстава операција приликом проширивања скупова бројева. Посебну пажњу обратити на својства рачунских операција, као основу за рационализацију рачунања и трансформације израза у оквиру других тема. Увести појам степена броја са целобројним изложником и експоненцијални запис броја ($a \cdot 10^m$, $1 \leq a < 10$, $m \in \mathbb{Z}$), као потребу за рачунање са веома малим и великим бројевним вредностима у математици, али и другим наукама. Појам апсолутне вредности броја, који је ученицима познат, треба проширити решавањем једноставнијих једначина и неједначина са апсолутним вредностима у смислу упознавања концепта, јер ће се током школовања ова тема додатно проширивати, надограђивати и систематизовати.

Осим тачног и прецизног изражавања као и рачунања, у овом делу треба посветити пажњу и коришћењу калкулатора и разли-

читих софтвера за израчунавање вредности бројевних израза. Рачунање са реалним бројевима подразумева рачунање и са приближним вредностима. У том смислу потребно је ученике подсетити на правила о заокругљивању бројева, а затим увести појмове апсолутне и релативне грешке коришћењем практичних примера који су у корелацији са другим наставним предметима и проблемима из свакодневног живота.

Пропорционалност

У оквиру ове теме погодно је најпре градиво вертикално повезати са већ стеченим знањима из другог циклуса образовања. Кроз практичне примере из свакодневног живота и других наставних предмета неопходно је обновити појмове мере и пропорције, а затим увести и појам проширене пропорције као једнакости три или више размера. Посебну пажњу потребно је посветити примени директне и обрнуте пропорционалности. Решавати проблеме који се односе на сразмерни рачун, рачун поделе и мешања кроз практичне примере у корелацији са примерима из других предмета (хемије, биологије, географије...). Није потребно изоловано изучавати појам процентног записа и рачуна, о чему ученици имају основна знања, већ би требало систематизовати и проширити промислим записом кроз рачун поделе, мешања и сразмерни рачун. Прост каматни рачун се природно може надовезати на процентни рачун. У овом делу је потребно упознати ученике са значењима основних појмова финансијске математике као што су: главница, интерес (камата), каматна стопа, кредит, улагање, орочење. При решавању проблема обрадити и примере када је период орочења осим у годинама, дат и у данима или месецима.

Увод у геометрију

Циљ ове теме је да се ученици упознају са аксиоматским заснивањем геометрије (основни и изведени појмови и тврђења), као и да стекну навику строгости у доказивању. У том смислу посебно треба обрадити последице аксиома припадања, неких аксиома реда и аксиома паралелности. Доказивање свођењем на апсурд и методом контрапозиције повезати са темом Логика и скупови. Аксиоме непрекидности само поменути и нагласити њихов значај и везу планиметрије и реалних бројева, а релацију *бити између* искористити за дефиницију појмова дужи и полуправе.

У оквиру ове теме требало би дати кратак историјски преглед развоја геометрије.

Подударност

Навести као аксиоме основне ставове о подударности троуглова. Посебну пажњу посветити примени ставова подударности троуглова за тврђења која се односе на троуглове (неједнакост троугла, однос страница и углова троугла, значајне тачке). Посебно истицати потребне и довољне услове да четвороугао буде паралелограм. Рад са векторима повезати са својствима паралелограма и у том смислу увести сабирање вектора и множење вектора скаларом.

Неопходно је да ученици кроз задатке овладају техником примене ставова подударности.

У вези са применом подударности на круг, доказати теореме о централном и периферијском углу. Доказати основне особине тангентних и тетивних четвороуглова (изостављајући доказе да су ти услови довољни).

Обрадити основне изометријске трансформације у равни: симетрије, ротацију и транслацију. Доказати њихова основна својства применом подударности. Урадити и примере и задатке који се односе на композицију изометрија.

Обрадити конструктивне задатке у равни (троугао, четвороугао и круг) укључујући разматрање свих етапа у једноставнијим конструкцијама, као и једноставније примере са применом изометрија.

Рационални алгебарски изрази

Циљ је да ученици, полазећи од познатих својстава операција са реалним бројевима, утврде и прошире знања о идентичним

трансформацијама целих алгебарских израза (укључујући дељење полинома), користећи између осталог правила о трансформацији разлике квадрата, разлике и збира кубова, квадрата и куба збира и разлике, као и растављања квадратног тринома. Примењивати Безуову теорему на растављање полинома на чиниоце. Такође, ученици треба да савладају одређивање НЗД и НЗС за два или више полинома.

Ученици треба у потпуности да овладају трансформацијама рационалних алгебарских израза (одређивање области дефинисаности алгебарског разломка, сабирање, множење и дељење разломака). Пажњу треба посветити и неким једноставним последицама неједнакости $x^2 \geq 0$, као што је, на пример, однос аритметичке и геометријске средине за два броја.

Линеарне једначине, неједначине и системи

У овој теми треба, уз примену знања из претходне теме, извршити проширивање знања о линеарним једначинама и функцијама која су ученици стекли у основној школи. Тако, треба разматрати једначине са једним или два параметра, као и једначине у којима се непозната налази и у имениоцу. Системи линеарних једначина који се решавају могу имати две или три непознате, при чему системи са две непознате могу садржати и параметар. Треба истаћи основна својства линеарних функција, као и оних у којима је независно променљива под знаком апсолутне вредности.

Осим линеарних неједначина са једном непознатом треба посматрати и њихове системе (али не и оне који садрже параметар). У овој теми тежиште треба да буде у примени једначина и њихових система на решавање разних проблема.

Сличност

Увод у тему чине садржаји везани за мерење дужи и углова, са посебним освртом на пропорционалност дужи. Указати на потребу одређивања четврте пропорционале и тиме мотивисати најважније примене Талесове теореме.

Појам хомотетије увести кроз примере пресликавања тачака, дужи и фигура, а дефиницију хомотетије искористити за доказивање најједноставнијих тврђења и решавање елементарних задатака.

Појам сличности такође увести кроз примере, показујући да две фигуре могу бити сличне, али не морају бити хомотетичне. На примерима показати да је сличност композиција хомотетије и изометрије, али не инсистирати на доказивању.

Из опште дефиниције сличности извести теореме о сличности троуглова и приказати многобројне примене сличности троуглова у разноврсним доказним и конструктивним проблемима, уз обавезно извођење теорема које се добијају применом сличности на правоугли троугао (Питагорина и Еуклидова теорема) и теореме о потенцији тачке у односу на круг, а доказивање теореме о површинама сличних многоуглова дати у складу са могућностима ученика у одељењу.

Тригонометрија правоуглог троугла

По увођењу дефиниција тригонометријских функција у правоуглом троуглу које уређују односе између његових страница и углова, доказати најједноставније тригонометријске идентитете и разноврсне примере примене.

Поред стандардних вредности тригонометријских функција (за углове од 30° , 45° и 60°) код решавања правоуглог троугла користити и друге оштре углове и уз помоћ калкулатора или рачунара

решавати разноврсне примере примене тригонометријских функција у теоријским и реалним ситуацијама.

III. ПРАЋЕЊЕ И ВРЕДНОВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Саставни део процеса развоја математичких знања у свим фазама наставе треба да буде и праћење и процењивање степена остварености исхода, које треба да обезбеди што поузданије сагледавање развоја и напредовања ученика. Тај процес треба започети иницијалном проценом нивоа на коме се ученик налази. Прикупљање информација из различитих извора (свакодневна посматрања, активност на часу, учествовање у разговору и дискусији, самосталан рад, рад у групи, тестови, контролне вежбе и писмени задаци) помаже наставнику да сагледа постигнућа (развој и напредовање) ученика и степен остварености исхода. Свака активност је добра прилика за процену напредовања и давање повратне информације, а ученике треба оспособљавати и охрабривати да процењују сопствени напредак у остваривању исхода предмета.

МАТЕМАТИКА

Циљ учења Математике је да ученик, усвајајући математичке концепте, знања, вештине и основе дедуктивног закључивања, развије апстрактно и критичко мишљење, способност комуникације математичким језиком и примени стечена знања и вештине у даљем школовању и решавању проблема из свакодневног живота, као и да формира основ за даљи развој математичких појмова.

ОПШТА ПРЕДМЕТНА КОМПЕТЕНЦИЈА

Учењем математике ученик је оспособљен да мисли математички, овладао је математичким знањима и концептима и критички анализира мисаоне процесе, унапређује их и разуме како они доводе до решења проблема. Развио је истраживачки дух, способност критичког, формалног и апстрактног мишљења, као и дедуктивно и индуктивно мишљење и размишљање по аналогији. Развио је способност математичке комуникације и позитивне ставове према математици и науци уопште. Ученик примењује математичка знања и вештине за решавање проблема из природних и друштвених наука и свакодневног живота, као и у професионалној сфери. Оспособљен је да стечена знања и вештине користи у даљем школовању.

Основни ниво

Ученик решава једноставне математичке проблеме и описује основне природне и друштвене појаве. На основу непосредних информација ученик уочава очигледне законитости, доноси закључке и директно примењује одговарајуће математичке методе за решавање проблема. Израчунава и процењује метричке карактеристике објеката у окружењу. Процењује могућности и ризике у једноставним свакодневним ситуацијама. Ученик користи основне математичке записе и симболе за саопштавање решења проблема и тумачи их у реалном контексту.

Средњи ниво

Ученик решава сложеније математичке проблеме и описује природне и друштвене појаве. Оспособљен је да формулише питања и претпоставке на основу доступних информација, решава проблеме и бира одговарајуће математичке методе. Користи информације из различитих извора, бира критеријуме за селекцију података и преводи их из једног облика у други. Анализира податке, дискутује и тумачи добијене резултате и користи их у процесу доношења одлука. Ученик просторно резонује (представља податке о просторном распореду објеката сликом или на менталном плану).

Напредни ниво

Ученик решава сложене математичке проблеме и описује комплексне природне и друштвене појаве. Разуме математички језик и користи га за јасно и прецизно аргументовање својих ставова. Комплексне проблеме из свакодневног живота преводи на математички језик и решава их. Користи индукцију, аналогију, дедукцију и правила математичке логике у решавању математичких проблема и извођењу закључака. Користи методе и технике решавања проблема, учења и откривања која су базирана на знању и искуству за постављање хипотеза и извођење закључака.

СПЕЦИФИЧНА ПРЕДМЕТНА КОМПЕТЕНЦИЈА

Специфична предметна компетенција разврстана је у три домена: Математичко знање и резонување, Примена математичких знања и вештина на решавање проблема и Математичка комуникација.

Основни ниво

Домен 1. Математичко знање и резонување

Уочава правилности у низу података и догађаја. Уочава и тумачи међусобне односе (повезаност, зависност, узрочност) података, појава и догађаја. Разуме основне статистичке појмове и препознаје их у свакодневном животу.

Домен 2. Примена математичких знања и вештина на решавање проблема

Примењује једноставне математичке процедуре када су сви подаци непосредно дати. Израчунава и процењује растојања, обиме, површине и запремине објеката у равни и простору. Израчунава вероватноћу одигравања догађаја у једноставним ситуацијама. Доноси финансијске одлуке на основу израчунавања прихода, расхода и добити.

Домен 3. Математичка комуникација

Комуницира математичким језиком који се састоји од појмова, ознака, фигура и графичких репрезентација и разуме захтеве једноставнијих математичких задатака. Саопштава решења проблема користећи математички језик на разне начине (у усменом, писаном или другом облику) и разуме изјаве изражене на исти начин. Тумачи изјаве саопштене математичким језиком у реалном контексту.

Средњи ниво

Домен 1. Математичко знање и резонување

Формулише математичка питања и претпоставке на основу доступних информација. Бира критеријуме за селекцију и трансформацију података у односу на модел који се примењује. Бира математичке концепте за описивање природних и друштвених појава. Представља сликом геометријске објекте, упоређује карактеристике и уочава њихове међусобне односе.

Домен 2. Примена математичких знања и вештина на решавање проблема

Уме да примени математичка знања у анализи природних и друштвених појава. Бира оптималне опције у животним и професионалним ситуацијама користећи алгебарске, геометријске и аналитичке методе. Уме да примени математичка знања у финансијским проблемима. Анализира податке користећи статистичке методе.

Домен 3. Математичка комуникација

Разуме захтеве сложенијих математичких задатака. Бира информације из различитих извора и одговарајуће математичке појмове и симболе како би саопштио своје ставове. Дискутује о резултатима добијеним применом математичких модела. Преводи математичке формулације на свакодневни језик и обратно.

Напредни ниво

Домен 1. Математичко знање и резонување

Користи индукцију, анализиу и дедукцију у доказивању математичких твђења и у анализирању математичких проблема. Користи законе математичке логике и одговарајуће математичке теорије за доказивање и вредновање ставова и тврдњи формулисаних математичким језиком. На основу података добијених личним истраживањем или на други начин формулише питања и хипотезе.

Домен 2. Примена математичких знања и вештина на решавање проблема

Уме да примени математичка знања у анализи комплексних природних и друштвених појава. Бира и развија оптималне стратегије за решавање проблема

Домен 3. Математичка комуникација

Користи математички језик при изношењу и аргументацији својих ставова и разуме захтеве сложених математичких проблема. Може да дискутује о озбиљним математичким проблемима.

ДРУШТВЕНО-ЈЕЗИЧКИ СМЕР

Разред	Други
Недељни фонд часова	3 часа
Годишњи фонд часова	111 часова

СТАНДАРДИ	ИСХОДИ По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:	ТЕМА и кључни појмови садржаја програма
2.МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други. 2.МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. 2.МА.1.1.4. Трансформира степеновање алгебарске изразе. 2.МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне и квадратне једначине. 2.МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине. 2.МА.1.1.8. Зна и разуме основне логичке и скуповне операције и користи их. 2.МА.1.2.7. Примењује тригонометрију правоуглог троугла у једноставним реалним ситуацијама. 2.МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне, степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса. 2.МА.1.3.3. Анализира графички представљене функције (одређује нуле, знак, интервале монотоности, екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту). 2.МА.1.4.4. Графички представља податке у облику дијаграма и табела, анализира податке и њихову расподелу. 2.МА.2.1.2. Разуме појам комплексног броја, представља га у равни и зна основне операције са комплексним бројевима. 2.МА.2.1.3. Израчунава вредност израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. 2.МА.2.1.5. Трансформира алгебарске изразе. 2.МА.2.1.6. Решава проблеме који се свode на једначине у којима се појављују елементарне функције. 2.МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине. 2.МА.2.1.9. Зна и користи логичке и скуповне операције, исказни рачун и појам релације (посебно поретка и еквиваленције). 2.МА.2.2.5. Примењује тригонометријске функције у једноставним реалним ситуацијама. 2.МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформира користећи транслације и дилатације дуж координатних оса. 2.МА.2.3.4. Решава проблеме користећи основна својства функција (област дефинисаности, периодичност, парност, монотоност, ...).	– трансформира и израчуна вредност једноставних израза са степенима користећи својства операција и функција, по потреби користећи калкулатор; – скицира график степене функције; – комплексни број задат у алгебарском облику представи у равни, одреди његов модуло и примењује основне операције са комплексним бројевима; – реши једноставан проблем који се свodi на квадратне једначине и неједначине и системе од једне квадратне и једне линеарне једначине; – скицира и тумачи график квадратне функције; – израчуна вредност експоненцијалне и логаритамске функције, по потреби користећи калкулатор; – скицира график експоненцијалне и логаритамске функције; – реши једноставне експоненцијалне и логаритамске једначине и основне неједначине; – израчуна вредност тригонометријске функције, по потреби користећи калкулатор; – примени адиционе формуле; – скицира графике основних тригонометријских функција; – реши проблем који се свodi на основне тригонометријске једначине; – реши основну тригонометријску неједначину; – примени синусну и косинусну теорему у једноставним ситуацијама; – анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења; – користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења.	СТЕПЕНОВАЊЕ И КОРЕНОВАЊЕ Степен чији је изложилац цео број. Функције $y = x^2$ и $y = x^3$. Степен чији је изложилац рационалан број. Комплексни бројеви. КВАДРАТНА ЈЕДНАЧИНА И КВАДРАТНА ФУНКЦИЈА Квадратне једначине. Вијетове формуле. Одређивање корена квадратне једначине. Квадратна функција. Квадратне неједначине. Систем од једне квадратне и једне линеарне једначине. ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНА И ЛОГАРИТАМСКА ФУНКЦИЈА Експоненцијална функција. Једноставне експоненцијалне једначине и основне неједначине. Логаритам, његова својства и примене. Логаритамска функција. Једноставне логаритамске једначине и основне неједначине. ТРИГОНОМЕТРИЈСКЕ ФУНКЦИЈЕ Угао. Радијан. Тригонометријски круг. Основне тригонометријске функције. Адиционе формуле. Основне тригонометријске једначине и неједначине. Синусна и косинусна теорема.

ОПШТИ ТИП

Разред	Други
Недељни фонд часова	4 часа
Годишњи фонд часова	148 часова

СТАНДАРДИ	ИСХОДИ По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:	ТЕМА и кључни појмови садржаја програма
2.МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други. 2.МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. 2.МА.1.1.4. Трансформира једноставне алгебарске изразе. 2.МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне и квадратне једначине. 2.МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине. 2.МА.1.1.8. Зна и разуме основне логичке и скуповне операције и користи их. 2.МА.1.2.7. Примењује тригонометрију правоуглог троугла у једноставним реалним ситуацијама. 2.МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне, степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса. 2.МА.1.3.3. Анализира графички представљене функције (одређује нуле, знак, интервале монотоности, екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту). 2.МА.1.4.4. Графички представља податке у облику дијаграма и табела, анализира податке и њихову расподелу. 2.МА.2.1.2. Разуме појам комплексног броја, представља га у равни и зна основне операције са комплексним бројевима.	– трансформира и израчуна вредност израза са степенима користећи својства операција и функција, по потреби користећи калкулатор; – скицира и тумачи график степене функције; – комплексни број задат у алгебарском облику представи у равни, одреди његов модуло и решава једноставне проблеме у којима примењује основне операције са комплексним бројевима; – реши проблем који се свodi на квадратне једначине и неједначине, ирационалне једначине и системе квадратних једначина; – скицира и тумачи график квадратне функције и користи је у реалним ситуацијама; – израчуна вредност експоненцијалне и логаритамске функције, по потреби користећи калкулатор; – користи својства логаритама; – скицира и тумачи график експоненцијалне и логаритамске функције;	СТЕПЕНОВАЊЕ И КОРЕНОВАЊЕ Степен чији је изложилац цео број. Функција $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$). Степен чији је изложилац рационалан број. Комплексни бројеви. КВАДРАТНА ЈЕДНАЧИНА И КВАДРАТНА ФУНКЦИЈА Квадратне једначине. Вијетове формуле. Једначине које се свode на квадратне. Квадратна функција. Одређивање корена квадратне једначине. Квадратне неједначине. Системи једначина са две непознате који садрже квадратну једначину. Ирационалне једначине.

2.МА.2.1.3. Израчунава вредност израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. 2.МА.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе. 2.МА.2.1.6. Решава проблеме који се свode на једначине у којима се појављују елементарне функције. 2.МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине. 2.МА.2.1.9. Зна и користи логичке и скуповне операције, исказни рачун и појам релације (посебно поретка и еквиваленције). 2.МА.2.2.5. Примењује тригонометријске функције у једноставним реалним ситуацијама. 2.МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координатних оса. 2.МА.2.3.4. Решава проблеме користећи основна својства функција (област дефинисаности, периодичност, парност, монотоност, ...). 2.МА.3.1.2. Израчунава вредност израза користећи својства операција и функција. 2.МА.3.1.4. Решава једначине са параметрима. 2.МА.3.1.5. Решава неједначине користећи основна својства елементарних функција. 2.МА.3.1.6. Решава системе линеарних једначина са и без параметара и једноставне системе нелинеарних једначина. 2.МА.3.2.5. Примењује тригонометријске функције у проблемима. 2.МА.3.3.3. Користи елементарне функције за решавање проблема.	– реши проблем који се свodi на експоненцијалне или логаритамске једначине и једноставне неједначине користећи својства одговарајућих функција; – израчуна вредност тригонометријске функције, по потреби користећи калкулатор; – трансформише тригонометријске изразе; – скицира и тумачи графике тригонометријских функција; – реши проблем који се свodi на једноставне тригонометријске једначине и неједначине користећи својства одговарајућих функција; – примени синусну и косинусну теорему; – анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења; – користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења; – доказује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака.	ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНА И ЛОГАРИТАМСКА ФУНКЦИЈА Експоненцијална функција. Експоненцијалне једначине и неједначине. Логаритам, његова својства и примене. Логаритамска функција. Логаритамске једначине и једноставне неједначине. ТРИГОНОМЕТРИЈСКЕ ФУНКЦИЈЕ Угао. Радијан. Тригонометријски круг. Тригонометријске функције. Тригонометријске трансформације. Једноставне тригонометријске једначине и неједначине. Синусна и косинусна теорема.
--	--	--

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ СМЕР

Разред	Други
Недељни фонд часова	5 часова
Годишњи фонд часова	185 часова

СТАНДАРДИ	ИСХОДИ По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:	ТЕМА и кључни појмови садржаја програма
2.МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други. 2.МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. 2.МА.1.1.4. Трансформише једноставне алгебарске изразе. 2.МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне и квадратне једначине. 2.МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине. 2.МА.1.1.8. Зна и разуме основне логичке и скуповне операције и користи их. 2.МА.1.2.7. Примењује тригонометрију правоуглог троугла у једноставним реалним ситуацијама. 2.МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне, степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса. 2.МА.1.3.3. Анализира графички представљене функције (одређује нуле, знак, интервале монотоности, екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту). 2.МА.1.4.4. Графички представља податке у облику дијаграма и табела, анализира податке и њихову расподелу. 2.МА.2.1.2. Разуме појам комплексног броја, представља га у равни и зна основне операције са комплексним бројевима. 2.МА.2.1.3. Израчунава вредност израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. 2.МА.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе. 2.МА.2.1.6. Решава проблеме који се свode на једначине у којима се појављују елементарне функције. 2.МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине. 2.МА.2.1.9. Зна и користи логичке и скуповне операције, исказни рачун и појам релације (посебно поретка и еквиваленције). 2.МА.2.2.5. Примењује тригонометријске функције у једноставним реалним ситуацијама. 2.МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координатних оса. 2.МА.2.3.4. Решава проблеме користећи основна својства функција (област дефинисаности, периодичност, парност, монотоност, ...). 2.МА.3.1.2. Израчунава вредност израза користећи својства операција и функција. 2.МА.3.1.4. Решава једначине са параметрима. 2.МА.3.1.5. Решава неједначине користећи основна својства елементарних функција. 2.МА.3.1.6. Решава системе линеарних једначина са и без параметара и једноставне системе нелинеарних једначина. 2.МА.3.2.5. Примењује тригонометријске функције у проблемима. 2.МА.3.3.3. Користи елементарне функције за решавање проблема.	– трансформише и израчуна вредност израза са степенима користећи својства операција и функција, по потреби користећи калкулатор; – скицира, тумачи и трансформише график степене функције; – комплексни број задат у алгебарском облику представи у равни, одреди његов модуло и решава проблеме у којима примењује основне операције са комплексним бројевима; – реши проблем који се свodi на квадратне и ирационалне једначине и неједначине и њихове системе; – скицира и тумачи график квадратне функције и користи је у реалним ситуацијама; – израчуна вредност експоненцијалне и логаритамске функције, по потреби користећи калкулатор; – користи својства логаритама; – скицира, тумачи и трансформише график експоненцијалне и логаритамске функције; – реши проблем који се свodi на експоненцијалне или логаритамске једначине и неједначине или њихове системе користећи својства одговарајућих функција; – израчуна вредност тригонометријске функције, по потреби користећи калкулатор; – трансформише тригонометријске изразе; – скицира, тумачи и трансформише графике тригонометријских функција; – реши проблем који се свodi на тригонометријске једначине и неједначине користећи својства одговарајућих функција; – примени синусну и косинусну теорему; – анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења; – користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења; – доказује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака; – проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту.	СТЕПЕНОВАЊЕ И КОРЕНОВАЊЕ Степен чији је изложилац цео број. Функција $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$). Степен чији је изложилац рационалан број. Комплексни бројеви. КВАДРАТНА ЈЕДНАЧИНА И КВАДРАТНА ФУНКЦИЈА Квадратне једначине. Вијетове формуле. Одређивање корена квадратне једначине, дискриминанта и природа корена. Једначине које се свode на квадратне. Квадратна функција. Квадратне неједначине. Системи једначина са две непознате који садрже квадратну једначину. Ирационалне једначине и неједначине. ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНА И ЛОГАРИТАМСКА ФУНКЦИЈА Експоненцијална функција. Експоненцијалне једначине и неједначине. Логаритам, његова својства и примене. Логаритамска функција. Логаритамске једначине и неједначине. ТРИГОНОМЕТРИЈСКЕ ФУНКЦИЈЕ Угао. Радијан. Тригонометријски круг. Тригонометријске функције. Тригонометријске трансформације. Тригонометријске једначине и неједначине. Синусна и косинусна теорема.

УПУТСТВО ЗА ДИДАКТИЧКО-МЕТОДИЧКО ОСТВАРИВАЊЕ ПРОГРАМА

Основа за писање исхода и избор садржаја били су програми Математике за основну школу, стандарди постигнућа ученика за крај обавезног основног и општег средњег образовања, међупредметне компетенције, циљ учења Математике као и чињеница да се учењем математике ученици оспособљавају за: решавање разноврсних практичних и теоријских проблема, комуникацију математичких језиком, математичко резонување и доношење закључака и одлука. Сам процес учења математике има своје посебности које се огледају у броју година изучавања и недељног броја часова предмета и неопходности континуираног стицања и повезивања знања.

Наставници у својој свакодневној наставној пракси, треба да се ослањају на исходе, јер они указују шта је оно за шта ученици треба да буду оспособљени током учења предмета у једној школској години. Исходи представљају очекиване и дефинисане резултате учења и наставе. Остваривањем исхода, ученици усвајају основне математичке концепте, овладавају основним математичким процесима и вештинама, оспособљавају се за примену математичких знања и вештина и комуникацију математичким језиком. Кроз исходе се омогућава остваривање и међупредметних компетенција као што су комуникација, рад са подацима и информацијама, дигитална компетенција, решавање проблема, сарадња и компетенција за целоживотно учење.

Предлог за реализацију програма

Утврђена су три модела програма наставе и учења за предмет Математика у гимназијама:

- M1 – за општи тип гимназије;
- M2 – за друштвено-језички смер гимназије;
- M3 – за природно-математички смер гимназије.

Ради лакшег планирања наставе даје се оријентациони предлог броја часова по темама. Приликом израде оперативних планова наставник распоређује укупан број часова предвиђен за поједине теме по типовима часова (обрада новог градива, утврђивање и увежбавање, понављање, проверавање и систематизација знања), водећи рачуна о циљу предмета и исходима.

Степеновање и кореновање: програм M1 – 28 часова, програм M2 – 21 час и програм M3 – 37 часова.

Квадратна једначина и квадратна функција: програм M1 – 40 часова, програм M2 – 25 часова и програм M3 – 48 часова.

Експоненцијална и логаритамска функција: програм M1 – 26 часова, програм M2 – 20 часова и програм M3 – 32 часа.

Тригонометријске функције: програм M1 – 42 часа, програм M2 – 33 часа и програм M3 – 56 часова.

Напомена: За реализацију 4 писмена задатка (у трајању од по два часа), са исправкама, планирано је 12 часова.

I. ПЛАНИРАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Програм усмерава наставника да наставни процес конципира у складу са дефинисаним исходима, односно да планира како да ученици остваре исходе, и да изабере одговарајуће методе, активности и технике за рад са ученицима. Дефинисани исходи показују наставнику и која су то специфична знања и вештине која су ученику потребна за даље учење и свакодневни живот. Приликом планирања часа, исходе предвиђене програмом треба разложити на мање и на основу њих планирати активности за конкретан час. Треба имати у виду да се исходи у програму разликују, да се неки могу лакше и брже остварити, док је за одређене исходе потребно више времена, активности и рада на различитим садржајима. Исходе треба посматрати као циљеве којима се тежи током једне школске године. Наставу у том смислу треба усмерити на развијање компетенција, и не треба је усмерити само на остваривање појединачних исхода.

При обради нових садржаја треба се ослањати на постојеће искуство и знање ученика, и настојати, где год је то могуће, да ученици самостално откривају математичке правилности и изводе закључке. Основна улога наставника је да буде организатор настав-

ног процеса, да подстиче и усмерава активност ученика. Ученике треба упућивати да користе уџбеник и друге изворе знања, како би усвојена знања била трајнија и шира, а ученици оспособљени за примену у решавању разноврсних задатака.

На часовима треба комбиновати различите методе и облике рада, што доприноси већој рационализацији наставног процеса, подстиче интелектуалну активност ученика и наставу чини интересантнијом и ефикаснијом. Препоручује се коришћење интерактивних метода, пројектне, проблемске и истраживачке методе, рад на референтном тексту, (истраживање по кључним речима, појмовима, питањима), дискусију, дебату и др. Заједничка особина свих наведених метода је да оне активно ангажују ученика током наставе, а процес учења смештају у различите и разнолике контексте. Избор метода и облика рада, као и планирање активности ученика зависи од наставних садржаја које треба реализовати на часу и предвиђених исхода, али и од специфичности одређеног одељења и индивидуалних карактеристика ученика.

II. ОСТВАРИВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Степеновање и кореновање

На почетним часовима требало би обновити појам степена са природним изложником и квадратног корена које су ученици изучавали у основној школи. Проширити стечена знања о степенима увођењем рационалних изложилаца као и операција са степенима. Од посебног је значаја релација $\sqrt{a^2} = |a|$, а такође и децимални запис броја у тзв. стандардном облику $a \cdot 10^n$, где је $1 \leq a < 10$ и $(n \in \mathbb{Z})$. Ученике треба оспособити да рационалишу именице облика $\sqrt{a}, \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$, (сви програми) и $\sqrt[3]{a}, \sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}$, (програми M1 и M3). Функцију $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$) скицирати у неколико случајева, са посебним освртом на особину парности функције (за M2 само функције $y = x^2$ и $y = x^3$). У теми комплексни бројеви обрадити основне појмове и чињенице које ће бити неопходне при изучавању садржаја о квадратној једначини – приказати комплексан број у равни, одредити његов модуло и кроз примере обрадити основне операције са комплексним бројевима. Сложеније проблеме обрађивати у програмима M1 и M3.

Квадратна једначина и квадратна функција

Обраду ове теме започети са основним знањима о квадратној једначини. Вредност квадратног тринома. Нуле. Делење квадратног тринома са полиномом првог степена. Вијетове формуле. Налажење нула квадратне једначине. Дискриминанта и дискусија нула квадратне једначине.

Решавати и једначине са непознатом у имениоцу, које се свде на квадратне при чему треба истаћи важност услова дефинисаности. У програмима M1 и M3 обрадити биквадратне, симетричне и косиметричне једначине, као и једноставније једначине са параметрима.

Пажњу посветити различитим начинима решавања квадратне једначине, као и разноврсним проблемима из свакодневног живота или из неке друге области.

Пре него што се формално уведе квадратна функција на часу приказати неколико једноставних примера из живота, нпр. коси хитац и увести појам параболе. Неопходно је да ученици добро науче да скицирају и „читају“ график квадратне функције. При испитивању квадратне функције прво скицирати њен график, а потом тумачити њене особине. Квадратне неједначине треба решавати користећи знања о графику квадратне функције.

Решавати системе квадратних једначина и проблеме који се свде на њих, као и ирационалне једначине (програми M1 и M3) и ирационалне неједначине (програм M3). У неким од ових ситуација користити и графичку интерпретацију.

Задаци, који се раде са ученицима у програму M2, треба да буду једноставнији. У овом програму предвиђени су само системи од једне квадратне и једне линеарне једначине, а ирационалне једначине и неједначине нису предвиђене.

Експоненцијална и логаритамска функција

При увођењу појма експоненцијалне функције скренути пажњу ученицима да се на овом нивоу не може дати прецизна дефиниција, па самим тим се и не могу строго доказати њене особине, већ се о тим особинама закључује по аналогiji са особинама степена са рационалним изложоцем. Посебно, чињеница да је таква функција увек бијекција (између одговарајућих скупова) не може се строго доказати, али се илуструје на графику, што оправдава увођење појма логаритма. Ученике треба оспособити да одреде вредност експоненцијалне и логаритамске функције у датој тачки (при чему треба оспособити ученике да користе калкулатор када је то неопходно) и да скицирају и користе графике основних функција ових типова (сви програми), као и графике који се из основних добијају трансформацијом (програми М1 и М3).

Својства логаритама треба да упознају и примењују сви ученици, при чему је за програме М1 и М3 предвиђена примена у сложенијим ситуацијама. Експоненцијалне и логаритамске једначине и неједначине треба обрађивати у мери у којој је то наведено у исходима за одређени програм.

Тригонометријске функције

Тригонометрија је област математике која има велику примену. Имајући ово у виду ученици треба да решавају проблеме у реалном контексту коришћењем тригонометрије. На почетним часовима требало би обновити тригонометријске функције оштрог угла (тригонометрију правоуглог троугла) које су ученици упознали у првом разреду. Успоставити везу између уопштеног угла и основног угла и увести појам радијана.

На тригонометријском кругу најпре одређивати вредности тригонометријских функција у првом квадранту, а затим и за остале вредности углова. Осим помоћу тригонометријског круга потребно је да ученици у потпуности савладају одређивање вредности тригонометријских функција помоћу калкулатора, као и вредности њихових инверзних функција. Скицирати и тумачити графике основних тригонометријских функција, као и функција облика $y = \sin x + c$ и $y = \cos x + c$ (програм М2), односно $y = A \sin(ax + b) + c$ и $y = A \cos(ax + b) + c$ (програми М1 и М3). Ученици могу да користе апликативне софтвере за цртање графика функције и одређивања домена, кодомена, нула, знака, периодичности, монотоности и екстремних вредности функције. Приликом трансформација тригонометријских израза и у доказима тригонометријских идентитета користити основне идентитете и адиционе формуле (за програм М2 ограничити се на директну примену адиционих формула). Тригонометријске трансформације не заснивати само на алгебарским трансформацијама, већ при избору израза и идентитета са тригонометријским функцијама водити рачуна о сврхисходности израза и његове повезаности са предметом изучавања. Ученици решавају једноставније (програми М1 и М2) и сложеније (програм М3) проблеме у реалном контексту који се свode на тригонометријске једначине уз помоћ тригонометријског круга, користећи калкулатор или одговарајући софтвер (за програм М2 само једначине облика $\sin(ax) = b$ и $\cos(ax) = b$ на интервалу $[0, 2\pi]$). Ученици решавају тригонометријске неједначине уз помоћ тригонометријског круга или графика (за програм М1 само неједначине облика $\sin(ax) \leq b$, $\sin(ax) \geq b$, $\cos(ax) \leq b$, $\cos(ax) \geq b$, а за М2 неједначине облика $\sin(x) \leq a$, $\sin(x) \geq a$, $\cos(x) \leq a$, $\cos(x) \geq a$ на интервалу $[0, 2\pi]$). Синусну и косинусну теорему примењивати на решавање проблема из реалног контекста (за програм М2 једноставних проблема).

III. ПРАЋЕЊЕ И ВРЕДНОВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Саставни део процеса развоја математичких знања у свим фазама наставе је и праћење и процењивање степена остварености исхода, које треба да обезбеди што поузданије сагледавање развоја и напредовања ученика. Тај процес започети иницијалном проценом нивоа на коме се ученик налази. Прикупљање информација из различитих извора (свакодневна посматрања, активност на часу,

учествовање у разговору и дискусији, самосталан рад, рад у групи, тестови) помаже наставнику да сагледа постигнућа (развој и напредовање) ученика и степен остварености исхода. Свака активност је добра прилика за процену напредовања и давање повратне информације, а важно је ученике оспособљавати и охрабрити да процењују сопствени напредак у учењу.

У процесу праћења и вредновања значајну улогу имају домаћи задаци. Редовно задавање домаћих задатака (уз обавезну повремену проверу од стране наставника), анализа задатака које ученици нису умели да реше, педагошка мотивација ученика који редовно раде домаће задатке... помаже наставнику да стекне бољи увид у степен остварености исхода.

на исти начин. На крају је потребно да ученици израчунају индивидуални (лични) еколошки отисак уз помоћ калкулатора на адреси <https://www footprintcalculator.org/> и дискутују добијене резултате („Колико ми је планета потребно за живот кад би сви живели као ја?”, „Како могу да смањим свој еколошки отисак?” „Да ли хоћу да будем активна/активан у смањењу свог личног отиска?”).

Исходи: *осмисли и спроведе истраживање користећи једноставне процедуре, технике, инструменте и литературу, односећи се одговорно према преузетим обавезама, сопственом здрављу, сарадницима, животној средини и културном наслеђу; формулише истраживачко питање и задатак; прикупи, одабере и обради информације релевантне за истраживање, користећи ИКТ и поуздане изворе информација, поштујући правила чувања приватности података; прикаже, наводећи изворе података, и образложи резултате истраживања, користећи језик и стил комуникације специфичан за биологију; изнесе и вреднује аргументе на основу доказа; сарађује у тиму, поштујући разлике у мишљењу и интересима, дајући лични допринос постизању договора и афирмишући толеранцију и равноправност у дијалогу; критички и аргументовано процени сопствени рад и рад сарадника у групи, тако да унапреди рад групе* су развојни, предметни и међупредметни и треба их планирати и радити на њиховом достизању уз остале исходе.

III. ПРАЋЕЊЕ И ВРЕДНОВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

У настави оријентисаној ка достизању исхода прате се и вреднују процес наставе и учења, постигнућа ученика (продукти учења) и сопствени рад. Наставник треба континуирано да прати напредак ученика, који се огледа у начину на који ученици партиципирају, како прикупљају податке, како аргументују, евалуирају, документују итд.

Да би вредновање било објективно и у функцији учења, потребно је ускладити нивое исхода и начине оцењивања,

Ниво исхода	Одговарајући начин оцењивања
Памћење (навести, препознати, идентификовати...)	Објективни тестови са допуњавањем кратких одговора, задаци са означавањем, задаци вишеструког избора, спаривање појмова
Разумевање (навести пример, упоредити, објаснити, препричати...)	Дискусија на часу, мапе појмова, проблемски задаци, есеји
Примена (употребити, спровести, демонстрирати...)	Лабораторијске вежбе, проблемски задаци, симулације
Анализирање (систематизовати, приписати, разликовати...)	Дебате, истраживачки радови, есеји, студије случаја, решавање проблема
Евалуирање (проценити, критиковати, проверити...)	Дневници рада ученика, студије случаја, критички прикази, проблемски задаци
Креирање (поставити хипотезу, конструисати, планирати...)	Експерименти, истраживачки пројекти

као и оцењивање са његовом сврхом:

Сврха оцењивања	Могућа средства оцењивања
Оцењивање наученог (сумативно)	Тестови, писмене вежбе, извештаји, усмено испитивање, есеји
Оцењивање за учење (формативно)	Посматрање, контролне вежбе, дијагностички тестови, дневници рада ученика, самоевалуација, вршњачко оцењивање, практичне вежбе

За сумативно оцењивање разумевања и вештина научног истраживања ученици би требало да решавају задатке који садрже неке аспекте истраживачког рада, да садрже новине тако да ученици могу да примене стечена знања и вештине, а не само да се прикључе информација и процедура које су запамтили, да садрже захтеве за предвиђањем, планирањем, реализацијом неког истраживања и интерпретацијом задатих података. У вредновању наученог, поред усменог испитивања, најчешће се користе тестови знања. На интернету, коришћењем кључних речи *outcome assessment (testing, forms, descriptiv/numerical)*, могу се наћи различити инструменти за оцењивање и праћење.

У формативном вредновању наставник би требало да промовише групни дијалог, користи питања да би генерисао податке из јачких идеја, али и да помогне развој јачких идеја, даје ученицима повратне информације, а повратне информације добијене од ученика користи да прилагоди подучавање, охрабрује ученике да оцењују квалитет свог рада. Избор инструмента за формативно вредновање зависи од врсте активности која се вреднује. Када је у питању нпр. практичан рад (тимски рад, пројектна настава, теренска настава и слично) може се применити чек листа у којој су приказани нивои постигнућа ученика са показатељима испуњености, а наставник треба да означи показатељ који одговара понашању ученика.

У процесу оцењивања добро је користити портфолио (збирка докумената и евиденција о процесу и продукцима рада ученика, уз коментаре и препоруке) као извор података и показатеља о напредовању ученика. Предности коришћења портфолија су вишеструке: омогућава континуирано и систематско праћење напредовања, подстиче развој ученика, представља увид у праћење различитих аспеката учења и развоја, представља подршку у оспособљавању ученика за самопроцену, пружа прецизнији и поузданији увид у различите области постигнућа (јаке и слабе стране) ученика.

Приликом сваког вредновања постигнућа потребно је ученику дати повратну информацију која помаже да разуме грешке и побољша свој резултат и учење. Ако наставник са ученицима договори показатеље на основу којих сви могу да прате напредак у учењу, а који су у складу са *Правилником о оцењивању ученика у средњем образовању и васпитању*, ученици се уче да размишљају о квалитету свог рада и о томе шта треба да предузму да би свој рад унапредили. Оцењивање тако постаје инструмент за напредовање у учењу. На основу резултата праћења и вредновања, заједно са ученицима треба планирати процес учења и бирати погодне стратегије учења.

Важно је да наставник континуирано прати и вреднује, осим постигнућа ученика, процес наставе и учења, себе и сопствени рад. Све што се покаже добрим и ефикасним треба и даље користити у наставној пракси, а све што се покаже као недовољно ефикасно требало би унапредити.

МАТЕМАТИКА

Циљ учења Математике је да ученик, усвајајући математичке концепте, знања, вештине и основе дедуктивног закључивања, развије апстрактно и критичко мишљење, способност комуникације математичким језиком и примени стечена знања и вештине у даљем школовању и решавању проблема из свакодневног живота, као и да формира основ за даљи развој математичких појмова.

ОПШТА ПРЕДМЕТНА КОМПЕТЕНЦИЈА

Учењем математике ученик је оспособљен да мисли математички, овладао је математичким знањима и концептима и критички анализира мисаоне процесе, унапређује их и разуме како они доводе до решења проблема. Развио је истраживачки дух, способност критичког, формалног и апстрактног мишљења, као и дедуктивно и индуктивно мишљење и размишљање по аналогији. Развио је способност математичке комуникације и позитивне ставове према математици и науци уопште. Ученик примењује математичка знања и вештине за решавање проблема из природних и друштвених наука и свакодневног живота, као и у професионалној сфери. Оспособљен је да стечена знања и вештине користи у даљем школовању.

Основни ниво

Ученик решава једноставне математичке проблеме и описује основне природне и друштвене појаве. На основу непосредних информација ученик уочава очигледне законитости, доноси закључке и директно примењује одговарајуће математичке методе за решавање проблема. Израчунава и процењује метричке карактеристике објеката у окружењу. Процењује могућности и ризике у једноставним свакодневним ситуацијама. Ученик користи основне математичке записе и симболе за саопштавање решења проблема и тумачи их у реалном контексту.

Средњи ниво

Ученик решава сложеније математичке проблеме и описује природне и друштвене појаве. Оспособљен је да формулише питања и претпоставке на основу доступних информација, решава проблеме и бира одговарајуће математичке методе. Користи информације из различитих извора, бира критеријуме за селекцију података и преводи их из једног облика у други. Анализира податке, дискутује и тумачи добијене резултате и користи их у процесу доношења одлука. Ученик просторно резонује (представља податке о просторном распореду објеката сликом или на менталном плану).

Напредни ниво

Ученик решава сложене математичке проблеме и описује комплексне природне и друштвене појаве. Разуме математички језик и користи га за јасно и прецизно аргументовање својих ставова. Комплексне проблеме из свакодневног живота преводи на математички језик и решава их. Користи индукцију, аналогију, дедукцију и правила математичке логике у решавању математичких проблема и извођењу закључака. Користи методе и технике решавања проблема, учења и откривања која су базирана на знању и искуству за постављање хипотеза и извођење закључака.

СПЕЦИФИЧНА ПРЕДМЕТНА КОМПЕТЕНЦИЈА

Специфична предметна компетенција разврстана је у три домена: Математичко знање и резонување, Примена математичких знања и вештина на решавање проблема и Математичка комуникација.

Основни ниво**Домен 1. Математичко знање и резонување**

Уочава правилности у низу података и догађаја. Уочава и тумачи међусобне односе (повезаност, зависност, узрочност) података, појава и догађаја. Разуме основне статистичке појмове и препознаје их у свакодневном животу.

Домен 2. Примена математичких знања и вештина на решавање проблема

Примењује једноставне математичке процедуре када су сви подаци непосредно дати. Израчунава и процењује растојања, обиме, површине и запремине објеката у равни и простору. Израчунава вероватноћу одигравања догађаја у једноставним ситуацијама. Доноси финансијске одлуке на основу израчунавања прихода, расхода и добити.

Домен 3. Математичка комуникација

Комуницира математичким језиком који се састоји од појмова, ознака, фигура и графичких репрезентација и разуме захтеве једноставнијих математичких задатака. Саопштава решења проблема користећи математички језик на разне начине (у усменом,

писаном или другом облику) и разуме изјаве изражене на исти начин. Тумачи изјаве саопштене математичким језиком у реалном контексту.

Средњи ниво**Домен 1. Математичко знање и резонување**

Формулише математичка питања и претпоставке на основу доступних информација. Бира критеријуме за селекцију и трансформацију података у односу на модел који се примењује. Бира математичке концепте за описивање природних и друштвених појава. Представља сликом геометријске објекте, упоређује карактеристике и уочава њихове међусобне односе.

Домен 2. Примена математичких знања и вештина на решавање проблема

Уме да примени математичка знања у анализи природних и друштвених појава. Бира оптималне опције у животним и професионалним ситуацијама користећи алгебарске, геометријске и аналитичке методе. Уме да примени математичка знања у финансијским проблемима. Анализира податке користећи статистичке методе.

Домен 3. Математичка комуникација

Разуме захтеве сложенијих математичких задатака. Бира информације из различитих извора и одговарајуће математичке појмове и симболе како би саопштио своје ставове. Дискутује о резултатима добијеним применом математичких модела. Преводи математичке формулације на свакодневни језик и обратно.

Напредни ниво**Домен 1. Математичко знање и резонување**

Користи индукцију, аналогију и дедукцију у доказивању математичких твђења и у анализирању математичких проблема. Користи законе математичке логике и одговарајуће математичке теорије за доказивање и вредновање ставова и тврдњи формулисаних математичким језиком. На основу података добијених личним истраживањем или на други начин формулише питања и хипотезе.

Домен 2. Примена математичких знања и вештина на решавање проблема

Уме да примени математичка знања у анализи комплексних природних и друштвених појава. Бира и развија оптималне стратегије за решавање проблема

Домен 3. Математичка комуникација

Користи математички језик при изношењу и аргументацији својих ставова и разуме захтеве сложених математичких проблема. Може да дискутује о озбиљним математичким проблемима.

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ СМЕР И ОПШТИ ТИП

Разред	Трећи
Недељни фонд часова	5 часова
Годишњи фонд часова	185 часова

СТАНДАРДИ	ИСХОДИ По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:	ТЕМА и кључни појмови садржаја програма
2.МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други. 2.МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. 2.МА.1.1.3. Примењује правила заокруживања бројева и процењује вредност израза у једноставним реалним ситуацијама. 2.МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне и квадратне једначине. 2.МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине. 2.МА.1.1.7. Решава једноставне проблеме који се свode на систем две линеарне једначине са две непознате. 2.МА.1.2.1. Разуме концепте подударности и сличности геометријских објеката, симетрије, translације и ротације у равни. 2.МА.1.2.2. Израчунава и процењује растојања, обиме и површине геометријских фигура у равни користећи формуле. 2.МА.1.2.3. Израчунава и процењује површине и запремине геометријских тела у простору, користећи формуле. 2.МА.1.2.4. Користи координатни систем за представљање једноставних геометријских објеката у равни. 2.МА.1.2.5. Препознаје криве другог реда. 2.МА.1.2.6. Разуме појам вектора, зна основне операције са векторима и примењује их. 2.МА.1.2.7. Примењује тригонометрију правоуглог троугла у једноставним реалним ситуацијама. 2.МА.1.3.1. Препознаје правилност у низу података (аритметички и геометријски низ...), израчунава чланове који недостају, као и суму коначног броја чланова низа. 2.МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне, степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса. 2.МА.1.4.6. Примењује основна математичка знања за доношење финансијских закључака и одлука. 2.МА.2.1.2. Разуме појам комплексног броја, представља га у равни и зна основне операције са комплексним бројевима. 2.МА.2.1.3. Израчунава вредност израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. 2.МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине. 2.МА.2.1.8. Решава проблеме који се свode на системе линеарних једначина са највише три непознате. 2.МА.2.2.1. Решава проблеме и доноси закључке користећи основна геометријска твђења, метричка својства и распоред геометријских објеката. 2.МА.2.2.2. Уочава равне пресеке геометријских фигура у простору и рачуна њихову површину. 2.МА.2.2.3. Решава једноставне проблеме користећи једначину праве и криве другог реда. 2.МА.2.2.4. Примењује својства вектора при решавању проблема. 2.МА.2.2.5. Примењује тригонометријске функције у једноставним реалним ситуацијама. 2.МА.2.3.1. Решава проблеме користећи својства аритметичког и геометријског низа, примењује математичку индукцију и израз за суму бесконачног геометријског низа у једноставним случајевима. 2.МА.2.4.6. Примењује математичка знања за доношење финансијских закључака и одлука. 2.МА.3.1.1. Комплексне бројеве представља у тригонометријском и експоненцијалном облику и рачуна вредност израза са комплексним бројевима. 2.МА.3.1.2. Израчунава вредност израза користећи својства операција и функција. 2.МА.3.1.4. Решава једначине са параметрима. 2.МА.3.1.6. Решава системе линеарних једначина са и без параметара и једноставне системе нелинеарних једначина. 2.МА.3.2.1. Примењује основне теореме планиметрије и њихове последице у решавању проблема и у доказивању геометријских твђења. 2.МА.3.2.2. Решава геометријске проблеме и доноси закључке користећи изометријске трансформације у равни и простору. 2.МА.3.2.3. Решава проблеме користећи једначине кривих другог реда и њихових тангенти у координатном систему. 2.МА.3.2.4. Примењује рачун са векторима (скаларни и векторски производ...). 2.МА.3.2.5. Примењује тригонометријске функције у проблемима. 2.МА.3.3.1. Примењује математичку индукцију, аритметички и геометријски низ и израз за суму бесконачног геометријског низа у проблемским ситуацијама.	– разликује узајамне положаје тачака, правих и равни у простору; – разликује врсте правилних полиедара на основу њихових особина; – реши геометријски проблем користећи изометријске трансформације у простору; – израчуна површину и запремину призме, пирамиде и зарубљене пирамиде и примени их у различитим ситуацијама; – израчуна површину и запремину ваљка, купе, зарубљене праве купе и лопте, и примени их у различитим ситуацијама; – уочава равне пресеке тела и израчуна њихову површину; – примени Гаусов поступак за решавање система линеарних једначина са параметрима и без њих; – израчуна вредност и примени детерминанте трећег реда; – реши проблем који се свodi на систем линеарних једначина; – примени својства скаларног, векторског и мешовитог производа при решавању проблема; – реши проблеме међусобних односа тачака и правих у координатној равни; – реши проблеме користећи једначине праве и кривих другог реда; – реши проблеме примењујући услов додира и једначину тангенте криве другог реда; – користи математичку индукцију као метод доказивања; – примени конгруенције у проблемима са целим бројевима; – представи комплексан број у тригонометријском облику и израчуна степен и корен комплексног броја; – одреди нуле и растави на чиниоце полинома у једноставним случајевима и користи Вијетове формуле; – примени аритметички и геометријски низ у различитим проблемима; – анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења; – користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења; – доказује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака; – проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту.	ПОЛИЕДРИ Међусобни односи тачака, правих и равни. Угао праве према равни, теорема о три нормале. Диедар, триедар, рогаљ. Полиедар, правилан полиедар, Ојлерова теорема. Транслација, ротација и симетрија у простору. Површина и запремина полиедра (посебно призме, пирамиде и зарубљене пирамиде). Равни пресеци призме и пирамиде. Кавалијеријев принцип. ОБРТНА ТЕЛА Цилиндрична и конусна површ, обртна површ. Ваљак, купа, зарубљена права купа и њихове површине и запремине. Сфера и лопта. Површина сфере, сферне калоте и појаса. Запремина лопте и њених делова. Уписана и описана сфера полиедра, правог ваљка и купе. СИСТЕМИ ЛИНЕАРНИХ ЈЕДНАЧИНА Системи линеарних једначина. Гаусов поступак. Детерминанте другог и трећег реда. Крамерово правило. ВЕКТОРИ Правоугли координатни систем у простору, пројекције и координате вектора. Скаларни, векторски и мешовити производ вектора. Примене вектора. АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА У РАВНИ Растојање двеју тачака, површина троугла. Разни облици једначине праве, угао између две праве, растојање тачке од праве. Линеарне неједначине с две непознате и геометријска интерпретација. Криве линије другог реда (кружница, елипса, хипербола и парабола). Однос праве и криве другог реда. МАТЕМАТИЧКА ИНДУКЦИЈА Принцип математичке индукције и његове примене. Конгруенције у скупу целих бројева и њихове примене. КОМПЛЕКСНИ БРОЈЕВИ И ПОЛИНОМИ Поље комплексних бројева. Тригонометријски облик комплексног броја, Моаврова формула. Полиноми над пољем реалних и комплексних бројева. Вијетове формуле. Системи алгебарских једначина вишег степена. НИЗОВИ Основни појмови о низовима. Аритметички и геометријски низ.

ДРУШТВЕНО-ЈЕЗИЧКИ СМЕР

Разред	Трећи
Недељни фонд часова	3 часа
Годишњи фонд часова	111 часова

СТАНДАРДИ	ИСХОДИ По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:	ТЕМА и кључни појмови садржаја програма
2.МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други. 2.МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. 2.МА.1.1.3. Примењује правила заокруљивања бројева и процењује вредност израза у једноставним реалним ситуацијама. 2.МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне и квадратне једначине. 2.МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине. 2.МА.1.1.7. Решава једноставне проблеме који се свode на систем две линеарне једначине са две непознате. 2.МА.1.2.1. Разуме концепте подударности и сличности геометријских објеката, симетрије, транслације и ротације у равни. 2.МА.1.2.2. Израчунава и процењује растојања, обиме и површине геометријских фигура у равни користећи формуле. 2.МА.1.2.3. Израчунава и процењује површине и запремине геометријских тела у простору, користећи формуле. 2.МА.1.2.4. Користи координатни систем за представљање једноставних геометријских објеката у равни. 2.МА.1.2.5. Препознаје криве другог реда. 2.МА.1.2.6. Разуме појам вектора, зна основне операције са векторима и примењује их. 2.МА.1.2.7. Примењује тригонометрију правоуглог троугла у једноставним реалним ситуацијама. 2.МА.1.3.1. Препознаје правилност у низу података (аритметички и геометријски низ...), израчунава чланове који недостају, као и суму коначног броја чланова низа. 2.МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне, степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса. 2.МА.1.4.6. Примењује основна математичка знања за доношење финансијских закључака и одлука. 2.МА.2.1.8. Решава проблеме који се свode на системе линеарних једначина са највише три непознате. 2.МА.2.2.1. Решава проблеме и доноси закључке користећи основна геометријска твђења, метричка својства и распоред геометријских објеката. 2.МА.2.2.2. Уочава равне пресеке геометријских фигура у простору и рачуна њихову површину. 2.МА.2.2.3. Решава једноставне проблеме користећи једначину праве и криве другог реда. 2.МА.2.2.4. Примењује својства вектора при решавању проблема. 2.МА.2.3.1. Решава проблеме користећи својства аритметичког и геометријског низа, примењује математичку индукцију и израз за суму бесконачног геометријског низа у једноставним случајевима. 2.МА.2.4.6. Примењује математичка знања за доношење финансијских закључака и одлука. 2.МА.3.1.6. Решава системе линеарних једначина са и без параметара и једноставне системе нелинеарних једначина. 2.МА.3.2.4. Примењује рачун са векторима (скаларни и векторски производ...).	– разликује узајамне положаје тачака, правих и равни у простору; – израчуна површину и запремину праве призме, пирамиде и зарубљене пирамиде и примени их у једноставним ситуацијама; – израчуна површину и запремину правога ваљка, праве купе, зарубљене праве купе и лопте, и примени их у једноставним ситуацијама; – уочава равне пресеке тела и израчуна њихову површину; – примени Гаусов поступак за решавање система линеарних једначина; – израчуна вредност и примени детерминанте трећег реда; – реши једноставан проблем који се свodi на систем линеарних једначина; – примени својства скаларног и векторског производа при решавању једноставних проблема; – реши једноставне проблеме међусобних односа тачака и правих у координатној равни; – реши једноставне проблеме користећи једначине праве и кривих другог реда; – примени услов додира и одреди једначину тангенте криве другог реда; – примени математичку индукцију, аритметички и геометријски низ у једноставним ситуацијама; – анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења; – користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења.	ПОЛИЕДРИ Међусобни односи тачака, правих и равни. Угао праве према равни. Диедар. Полиедар, правилан полиедар. Површина и запремина полиедра (посебно праве призме, пирамиде и зарубљене пирамиде). Равни пресеци призме и пирамиде. ОБРТНА ТЕЛА Цилиндрична и конусна површ. Прав ваљак, права купа, зарубљена права купа и њихове површине и запремине. Сфера и лопта. Површина сфере и запремина лопте. СИСТЕМИ ЛИНЕАРНИХ ЈЕДНАЧИНА Системи линеарних једначина са две и три непознате. Гаусов поступак. Детерминанте другог и трећег реда. Крамерово правило. ВЕКТОРИ Правоугли координатни систем у простору, координате вектора. Скаларни и векторски производ вектора. Примене вектора. АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА У РАВНИ Растојање двеју тачака, површина троугла. Разни облици једначине праве, угао између две праве, растојање тачке од праве. Криве линије другог реда (кружница, елипса, хипербола и парабола). Однос праве и криве другог реда. МАТЕМАТИЧКА ИНДУКЦИЈА. НИЗОВИ Принцип математичке индукције и његове примене. Основни појмови о низовима. Аритметички и геометријски низ.

УПУТСТВО ЗА ДИДАКТИЧКО-МЕТОДИЧКО
ОСТВАРИВАЊЕ ПРОГРАМА

Основа за писање исхода и избор садржаја били су програми математике за основну школу, стандарди постигнућа ученика за крај обавезног основног и општег средњег образовања, међупредметне компетенције, циљ учења математике као и чињеница да се учењем математике ученици оспособљавају за: решавање разноврсних практичних и теоријских проблема, комуникацију математичких језиком, математичко резонување и доношење закључака и одлука. Сам процес учења математике има своје посебности које се огледају у броју година изучавања и недељног броја часова предмета и неопходности континуираног стицања и повезивања знања.

Наставници у својој свакодневной наставној пракси, треба да се ослањају на исходе, јер они указују шта је оно за шта ученици треба да буду оспособљени током учења предмета у једној школској години. Исходи представљају очекиване и дефинисане

резултате учења и наставе. Остваривањем исхода, ученици усвајају основне математичке концепте, овладавају основним математичким процесима и вештинама, оспособљавају се за примену математичких знања и вештина и комуникацију математичким језиком. Кроз исходе се омогућава остваривање и међупредметних компетенција као што су комуникација, рад са подацима и информацијама, дигитална компетенција, решавање проблема, сарадња и компетенција за целоживотно учење.

Предлог за реализацију програма

Утврђена су три модела програма наставе и учења за предмет Математика у гимназијама:

- M1 – за општи тип гимназије;
- M2 – за друштвено-језички смер гимназије;
- M3 – за природно-математички смер гимназије.

Ради лакшег планирања наставе даје се оријентациони предлог броја часова по темама. Приликом израде оперативних пла-

нова наставник распоређује укупан број часова предвиђен за поједине теме по типовима часова (обрада новог градива, утврђивање и увежбавање, понављање, проверавање и систематизација знања), водећи рачуна о циљу предмета и исходима.

Полиедри: програми М1 и М3 – 30 часова и програм М2 – 20 часова.

Обртна тела: програми М1 и М3 – 20 часова и програм М2 – 16 часова.

Системи линеарних једначина: програми М1 и М3 – 10 часова и програм М2 – 8 часова.

Вектори: програми М1 и М3 – 13 часова и програм М2 – 8 часова.

Аналитичка геометрија: програми М1 и М3 – 42 часа и програм М2 – 31 час.

Математичка индукција: програми М1 и М3 – 25 часова.

Математичка индукција. Низови: програм М2 – 16 часова.

Комплексни бројеви и полиноми: програми М1 и М3 – 20 часова.

Низови: програми М1 и М3 – 13 часова.

Напомена: За реализацију 4 писмена задатка (у трајању од по два часа), са исправкама, планирано је 12 часова.

I. ПЛАНИРАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Програм усмерава наставника да наставни процес конципира у складу са дефинисаним исходима, односно да планира како да ученици остваре исходе, и да изабере одговарајуће методе, активности и технике за рад са ученицима. Дефинисани исходи показују наставнику у којој су то специфична знања и вештине која су ученику потребна за даље учење и свакодневни живот. Приликом планирања часа, исходе предвиђене програмом треба разложити на мање и на основу њих планирати активности за конкретан час. Треба имати у виду да се исходи у програму разликују, да се неки могу лакше и брже остварити, док је за одређене исходе потребно више времена, активности и рада на различитим садржајима. Исходе треба посматрати као циљеве којима се тежи током једне школске године. Наставу у том смислу треба усмерити на развијање компетенција, и не треба је усмерити само на остваривање појединачних исхода.

При обради нових садржаја треба се ослањати на постојеће искуство и знање ученика, и настојати, где год је то могуће, да ученици самостално откривају математичке правилности и изводе закључке. Основна улога наставника је да буде организатор наставног процеса, да подстиче и усмерава активност ученика. Ученике треба упућивати да користе уџбеник и друге изворе знања, како би усвојена знања била трајнија и шира, а ученици оспособљени за примену у решавању разноврсних задатака.

На часовима треба комбиновати различите методе и облике рада, што доприноси већој рационализацији наставног процеса, подстиче интелектуалну активност ученика и наставу чини интересантнијом и ефикаснијом. Препоручује се коришћење интерактивних метода, пројектне, проблемске и истраживачке методе, рад на референтном тексту, (истраживање по кључним речима, појмовима, питањима), дискусију, дебату и др. Заједничка особина свих наведених метода је да оне активно ангажују ученика током наставе, а процес учења смештају у различите и разнолике контексте. Избор метода и облика рада, као и планирање активности ученика зависи од наставних садржаја које треба реализовати на часу и предвиђених исхода, али и од специфичности одређеног одељења и индивидуалних карактеристика ученика.

II. ОСТВАРИВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Полиедри

Ученици већ поседују знања о основним појмовима просторне геометрије, те би их на почетку области требало подсетити на аксиоматско заснивање геометрије (основни и изведени појмови и тврђења) и планиметријске последице аксиома. Затим обрадити стереометријске последице аксиома и већ познатих теорема.

Обрадити угао праве према равни и посебно услов нормалности праве на раван (сви програми), као и теорему о три нормале и њену примену у задацима (програми М1 и М3). Дефинисати диједар, триједар, рогаљ и илустровати их задацима. Увести појам полиедра и правилног полиедра (сви програми) и навести Ојлерову формулу (програми М1 и М3). Извести формуле за површину и запремину одређених полиедара у складу са исходима за одређени програм. У програмима М1 и М3 користити Кавалијеријев принцип. Обрадити равне пресеке призме и пирамиде.

Обртна тела

Описати настанак цилиндричних и конусних површи. Обрадити обртна тела: ваљак, купу, зарубљену праву купу и извести формуле за њихове површине и запремине у складу са исходима за одређени програм.

Увести појам сфере и лопте и навести формуле за површину сфере и запремину лопте.

Обрадити задатке у вези са међусобним положајима сфере и равни (сви програми), уписаном и описаном сфером полиедра, правог ваљка и купе, као и задатке о равним пресецима сфере, односно лопте (програми М1 и М3).

Ученицима би требало предпочити да се својства полиедара и обртних тела користе у пракси, астрономији, географији, физици, хемији итд. Посебну пажњу треба посветити развијању апстрактног мишљења и просторних представа, чему у извесној мери може допринети позивање на очигледност, коришћење динамичких софтвера и правилно скицање просторних фигура.

Системи линеарних једначина

Водити рачуна о природном појављивању система линеарних једначина код разноврсних текстуалних задатака са линеарним зависностима за више објеката (количина, цена и укупна вредност неколико артикала; брзина, време и пређени пут неколико тела и слично).

Код решавања система подсетити се прво система 2×2 , методе замене и методе елиминације. Исте методе размотрити код система 3×3 и надовезати на то Гаусов алгоритам. Нагласити алгоритамску природу поступка, али обратити и пажњу на случајеве одступања од алгоритма које убрзавају решавање (на пример, за елиминацију бирамо ону променљиву код које је коефицијент 1, или делимо једначину заједничким делитељем свих коефицијената). Размотрити уз примере све могуће исходе алгоритма: случајеве несагласног, неодређеног и одређеног система. Приказати и системе других формата – 2×3 и 3×2 и на њима такође илустровати све три могућности (програми М1 и М3).

Увођење детерминанте мотивисати решавањем система линеарних једначина елиминацијом појединих непознатих. Израчунавати детерминанте 3×3 развојем по врстама и колонама као и Сарусовим правилом. Навести, проверити и примерима илустровати елементарна својства детерминанте (адитивност и хомогеност по врстама и колонама, антисиметричност) и користити их приликом израчунавања развојем по врстама/колонама.

Изложити и примењивати Крамерово правило, уз указивање на ограничења његове примене.

Решавати задатке са једним и више параметара различитим методама, нарочито као илустрацију различитих могућности за скуп решења (програми М1 и М3).

Вектори

Подсетити ученике на векторе у равни. Увести координатни систем у простору. Векторе увести као уређене парове тачака, са идентификацијом помоћу паралелног преноса (транслације). Осврнути се на идентификацију тачака у простору, уређених тројки координата и радијус-вектора. Разлагати вектор у збир три компоненте – пројекције на координатне осе и координате посматрати као коефицијенте у разлагању. Геометријски извести формулу за интензитет вектора и растојање између тачака.

Скаларни, векторски (сви програми) и мешовити производ (програми М1 и М3) увести геометријски и преко координата, повезати са детерминантама реда 2 и 3. Навести својства ових производа (адитивност, хомогеност, (анти)симетричност) и формуле које их повезују.

Примењивати векторе у геометријским (одређивање угла између два вектора, израчунавање површине и запремине фигура и др.) и физичким проблемима (сабирање и разлагање брзина и сила, момент силе и др.).

Аналитичка геометрија

Основни циљ увођења аналитичке геометрије је дубље повезивање алгебарских и геометријских садржаја. Ученици првенствено треба добро да упознају Декартов правоугли координатни систем и приступ геометрији помоћу координата. При извођењу формула за одређивање растојања тачака, поделу дужи у датом односу и израчунавање површине троугла чија су темена задата, искористити одговарајуће већ познате чињенице и својства вектора. Неопходно је да ученици повежу линеарну једначину са две непознате са једначином праве у координатном систему и да упознају општи (имплицитни), експлицитни, сегментни (сви програми) и нормални облик (програми М1 и М3) једначине праве. Кроз задатке ученици треба да увежбају и формуле за једначину праве кроз две тачке (сви програми), прамен правих и симетралу угла (програми М1 и М3). При извођењу формула за одређивање величине угла између две праве, специјално услова за паралелност, односно нормалност правих, искористити знања из вектора и тригонометрије. Формулу за одстојање тачке од праве и растојање паралелних правих ученици треба да повежу са нормалним обликом једначине праве (програми М1 и М3). Значајна је геометријска интерпретација скупа решења линеарне неједначине са две непознате као полуравни у координатном систему, а система оваквих неједначина као пресека полуравни (програми М1 и М3).

Криве другог реда треба довести у везу са равним пресецима конусне површи а дефинисати их као геометријска места тачака у равни са одређеним својствима. Код одређивања међусобног односа праве и криве другог реда, користити знања из теорије квадратних једначина. Посебно обратити пажњу на случај када права додирује криву (услов додира), као и једначине тангенти. У свим ситуацијама инсистирати на геометријској интерпретацији (на пример код решавања система квадратних једначина).

Математичка индукција

Ова наставна тема има велики значај за развијање математичке културе ученика, јер је математичка индукција веома чест, практичан и ефикасан метод доказивања математичких твђења. Увод у математичку индукцију треба направити коришћењем емпиријске индукције (као метода наслуђивања твђења) и указивањем на грешке које су могуће ако се користи непотпуна индукција (навести неколико примера и неке грешке из историје математике). Код обраде математичке индукције посебну пажњу обратити на њену суштину, а нарочито на међусобну повезаност и обавезну комплементарност два доказна корака: базе индукције и индукцијског корака. Математичку индукцију треба увежбати на разноврсним и једноставним примерима једнакости, неједнакости, деливости. У програмима М1 и М3 могу се обрадити и сложенији примери (суме и производи са природним бројевима, Бернулијева неједнакост, примери примене математичке индукције у геометрији...).

У програмима М1 и М3 увести појам конгруенције по модулу у скупу целих бројева, доказати еквивалентност разних дефиниција и приказати њене особине (рефлексивност, симетричност и транзитивност). Доказати сагласност конгруенције са операцијама сабирања, одузимања, множења и степеновања (природним изложником). Примену конгруенције приказати на разноврсним примерима из елементарне теорије бројева, везаним за деливост и просте бројеве (укључујући и критеријуме деливости, канонски облик природног броја...).

Комплексни бројеви и полиноми

Ученике најпре подсетити на својства операција с комплексним бројевима задатим у алгебарском облику која су обрађена у другом разреду (специјално, да скуп комплексних бројева у односу на операције сабирања и множења чини поље). Затим увести тригонометријски запис комплексног броја, при чему ученици треба добро да увежбају претварање једног записа у други. Известити правила за множење и дељење комплексних бројева у тригонометријском запису и, као специјалан случај, Моаврову формулу. Истаћи предност таквог степеновања комплексних бројева у односу на алгебарско, али и показати како се комбинацијом та два приступа могу извести неке тригонометријске идентичности. Увести појам n -тог корена комплексног броја као решења одговарајуће једначине, без коришћења ознаке за корен. Користећи Моавров образак показати да за сваки комплексан број различит од нуле постоји тачно n таквих бројева и одредити њихов тригонометријски запис, као и одговарајућу геометријску интерпретацију.

Подсетити ученике на својства полинома с реалним коефицијентима и реалном променљивом обрађена у првом разреду, а затим показати која се од тих својстава преносе на полиноме с комплексним коефицијентима и комплексном променљивом (посебно деливост и дељење полинома, Безуова теорема, НЗС и НЗД полинома). Навести затим основни став алгебре и, као његову последицу, теорему о факторизацији полинома у пољу комплексних бројева. Истаћи да ефективно налажење нула произвољног полинома (па тако и његова факторизација) нису могући у општем случају, али илустровати неке једноставније ситуације када је то могуће. Посебно обрадити случај полинома с реалним, односно целобројним коефицијентима. По аналогiji с квадратном једначином извести Вијетове везе за полиноме трећег и четвртог степена и увежбати њихово коришћење. На неким једноставнијим примерима илустровати решавање система једначина вишег степена.

Низови

Појам низа увести као пресликавање скупа природних бројева у скуп реалних бројева уз одговарајуће графичке интерпретације. Показати да се низови могу дефинисати и рекурентним релацијама. Посебно увести аритметички низ и геометријски низ указујући на специфичности разлике, односно количника. Применом метода математичке индукције извести формуле за везу n -тог члана низа и збира првих n чланова низа са улазним подацима (први члан и разлика, односно количник). Сврху увођења аритметичког и геометријског низа приказати једноставнијим примерима примене (сва три програма) и нешто сложенијим (програми М1 и М3). Обновити прост и обрадити сложен каматни рачун.

III. ПРАЋЕЊЕ И ВРЕДНОВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Саставни део процеса развоја математичких знања у свим фазама наставе је и праћење и процењивање степена остварености исхода, које треба да обезбеди што поузданије сагледавање развоја и напредовања ученика. Тај процес започети иницијалном проценом нивоа на коме се ученик налази. Прикупљање информација из различитих извора (свакодневна посматрања, активност на часу, учествовање у разговору и дискусији, самосталан рад, рад у групи, тестови) помаже наставнику да сагледа постигнућа (развој и напредовање) ученика и степен остварености исхода. Свака активност је добра прилика за процену напредовања и давање повратне информације, а важно је ученике оспособљавати и охрабровати да процењују сопствени напредак у учењу.

У процесу праћења и вредновања значајну улогу имају домаћи задаци. Редовно задавање домаћих задатака (уз обавезну повремену проверу од стране наставника), анализа задатака које ученици нису умели да реше, педагошка мотивација ученика који редовно раде домаће задатке... помаже наставнику да стекне бољи увид у степен остварености исхода.

МАТЕМАТИКА

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ СМЕР

Разред	Четврти
Недељни фонд часова	5 часова
Годишњи фонд часова	165 часова

СТАНДАРДИ	ИСХОДИ По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:	ТЕМА и кључни појмови садржаја програма
2МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други. 2МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. 2МА.1.1.3. Примењује правила заокруљивања бројева и процењује вредност израза у једноставним реалним ситуацијама. 2МА.1.1.4. Трансформише једноставне алгебарске изразе. 2МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свде на линеарне и квадратне једначине. 2МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свде на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине. 2МА.1.1.7. Решава једноставне проблеме који се свде на систем две линеарне једначине са две непознате. 2МА.1.1.8. Зна и разуме основне логичке и скуповне операције и користи их. 2МА.1.2.4. Користи координатни систем за представљање једноставних геометријских објеката у равни. 2МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне, степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса. 2МА.1.3.3. Анализира графички представљене функције (одређује нуле, знак, интервале монотоности, екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту). 2МА.1.3.4. У функцијама које су представљене графички или табеларно, анализира, примењује и приближно израчунава брзину промене помоћу прираштаја. 2МА.1.4.1. Пребројава и процењује број могућности (различитих избора или начина) у једноставним реалним ситуацијама. 2МА.1.4.3. Разуме концепт вероватноће, израчунава и процењује вероватноће догађаја у једноставним ситуацијама. 2МА.1.4.4. Графички представља податке у облику дијаграма и табела, анализира податке и њихову расподелу. 2МА.1.4.5. Разуме појмове популације и узорка, израчунава и тумачи узорачку средину, медијану и мод. 2МА.2.1.3. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. 2МА.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе. 2МА.2.1.6. Решава проблеме који се свде на једначине у којима се појављују елементарне функције. 2МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине. 2МА.2.1.8. Решава проблеме који се свде на системе линеарних једначина са највише три непознате. 2МА.2.1.9. Зна и користи логичке и скуповне операције, исказни рачун и појам релације (посебно поретка и еквиваленције). 2МА.2.2.3. Решава проблеме користећи једначину праве и криве другог реда. 2МА.2.3.2. Разуме концепт конвергенције низа и израчунава граничну вредност низа у једноставним случајевима. 2МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координатних оса. 2МА.2.3.4. Решава проблеме користећи основна својства функција (област дефинисаности, периодичност, парност, монотоност...). 2МА.2.3.5. Разуме концепт непрекидности и израчунава једноставне граничне вредности функција. 2МА.2.3.6. Разуме концепт извода функције и примењује га у проблемским ситуацијама. 2МА.2.3.7. Решава проблеме минимума и максимума користећи извод функције. 2МА.2.3.8. Разуме концепт одређеног интеграла и његову примену у једноставнијим ситуацијама. 2МА.2.4.1. Примењује правила комбинаторике за пребројавање могућности (различитих избора или начина). 2МА.2.4.3. Разуме концепт дискретне случајне величине и израчунава очекивану вредност, стандардно одступање и дисперзију (варијансу). 2МА.2.4.4. Разуме значај вероватноће у тумачењу статистичких података. 2МА.2.4.5. Израчунава мере варијабилности и одступања од познатих расподела. 2МА.3.1.2. Израчунава вредност бројевног израза користећи својства операција и функција. 2МА.3.1.3. Трансформише алгебарске изразе, доказује једнакости и неједнакости. 2МА.3.1.5. Решава неједначине користећи основна својства елементарних функција.	– израчуна граничну вредност низа, анализира и интерпретира понашање низа; – израчуна граничне вредности функција и решава проблеме користећи својства непрекидности функција; – одреди сложену и инверзну функцију; – користи основна својства функција (домен, периодичност, парност, монотоност, нуле и знак...); – израчуна извод функције по дефиницији, као и применом правила диференцирања; – примени диференцијални рачун на решавање различитих проблема, укључујући екстремалне и друге проблеме оптимизације у природним и друштвеним наукама и свакодневном животу; – испита ток и скицира график функције; – изабере одговарајући метод и одреди неодређени интеграл; – примени одређени интеграл на решавање различитих проблема; – примени елементе комбинаторике у реалним ситуацијама; – примени биномни образац на решавање различитих проблема; – одреди вероватноћу случајног догађаја; – одреди вероватноћу неког будућег догађаја на основу вероватноће претходно реализованог догађаја и на основу тога доноси одлуке; – одреди очекивану вредност и дисперзију случајне величине; – изврши мање статистичко истраживање, обради резултате, прикаже их и интерпретира; – анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења; – користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења; – доказује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака; – проблеме из свакодневног живота преведе на математички језик и добијени математички модел реши водећи рачуна о реалном контексту.	ГРАНИЧНА ВРЕДНОСТ НИЗА Гранична вредност низа. Збир бесконачног геометријског низа. Број e ФУНКЦИЈЕ Важнији појмови и својства реалних функција реалне променљиве. Сложена функција. Инверзна функција. Преглед елементарних функција. Гранична вредност функције. Непрекидност функције (геометријски смисао). Асимптоте. ИЗВОД ФУНКЦИЈЕ Прираштај функције. Извод функције (проблем тангенте и брзине). Основне теореме о изводу, изводи елементарних функција. Диференцијал и његова примена код апроксимације функција. Испитивање функције и њен график. Примена извода на екстремалне проблеме. ИНТЕГРАЛ Неодређени интеграл. Таблица интеграла и основна правила. Метод смене променљиве, метод парцијалне интеграције. Одређени интеграл, Њутн-Лајбница формула. Примене одређеног интеграла. КОМБИНАТОРИКА Основна правила. Варијације. Пермутације. Комбинације (без понављања). Биномни образац. ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Случајни догађаји. Вероватноћа. Условна вероватноћа и независност. Биномна вероватноћа. Случајне величине. Формирање квадратне матрице вероватноћа неког коначног физичког система. Степеновање матрице реда 2, односно реда 3. Одређивање вероватноће неког будућег догађаја на основу вероватноће претходно реализованог догађаја. Популација, обележје и узорак. Очекивана вредност и дисперзија. Прикупљање, сређивање, графичко приказивање и нумеричка обрада података. Оцене вероватноће, средње вредности и дисперзије. Биномна, Пуасонова и нормална расподела.

2МА.3.1.6. Решава системе линеарних једначина са и без параметара и једноставне системе нелинеарних једначина. 2МА.3.3.1. Примењује математичку индукцију, аритметички и геометријски низ и израз за суму бесконачног геометријског низа у проблемским ситуацијама. 2МА.3.3.2. Израчунава граничну вредност низа, анализира и интерпретира понашање низа података, изводи и интерпретира закључке. 2МА.3.3.3. Користи елементарне функције за решавање проблема. 2МА.3.3.4. Израчунава граничне вредности функција и решава проблеме користећи својства непрекидности функција. 2МА.3.3.5. Решава проблеме и доноси закључке анализирајући функције користећи диференцијални рачун. 2МА.3.3.6. Решава проблеме применом интегралног рачуна (површине равних фигура, запремине тела, дужине кривих, функција расподеле и својства случајних променљивих). 2МА.3.4.1. Решава сложеније комбинаторне проблеме. 2МА.3.4.2. Решава проблеме и доноси закључке и одлуке у ситуацијама неизвесности користећи методе вероватноће и статистике. 2МА.3.4.3. Зна појам функције расподеле, појам непрекидне случајне величине и нормалне расподеле. 2МА.3.4.4. Користи методе вероватноће и статистике у финансијама.		
---	--	--

ОПШТИ ТИП

Разред	Четврти
Недељни фонд часова	4 часа
Годишњи фонд часова	132 часа

СТАНДАРДИ	ИСХОДИ По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:	ТЕМА и кључни појмови садржаја програма
2МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други. 2МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног изрази у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. 2МА.1.1.3. Примењује правила заокруживања бројева и процењује вредност изрази у једноставним реалним ситуацијама. 2МА.1.1.4. Трансформише једноставне алгебарске изразе. 2МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне и квадратне једначине. 2МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине. 2МА.1.1.7. Решава једноставне проблеме који се свode на систем две линеарне једначине са две непознате. 2МА.1.1.8. Зна и разуме основне логичке и скуповне операције и користи их. 2МА.1.2.4. Користи координатни систем за представљање једноставних геометријских објеката у равни. 2МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне, степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса. 2МА.1.3.3. Анализира графички представљене функције (одређује нуле, знак, интервале монотоности, екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту). 2МА.1.3.4. У функцијама које су представљене графички или табеларно, анализира, примењује и приближно израчунава брзину промене помоћу прираштаја. 2МА.1.4.1. Пребројава и процењује број могућности (различитих избора или начина) у једноставним реалним ситуацијама. 2МА.1.4.3. Разуме концепт вероватноће, израчунава и процењује вероватноће догађаја у једноставним ситуацијама. 2МА.1.4.4. Графички представља податке у облику дијаграма и табела, анализира податке и њихову расподелу. 2МА.1.4.5. Разуме појмове популације и узорка, израчунава и тумачи узорачку средину, медијану и мод. 2МА.2.1.3. Израчунава вредност бројевног изрази у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. 2МА.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе. 2МА.2.1.6. Решава проблеме који се свode на једначине у којима се појављују елементарне функције. 2МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине. 2МА.2.1.8. Решава проблеме који се свode на системе линеарних једначина са највише три непознате. 2МА.2.1.9. Зна и користи логичке и скуповне операције, исказни рачун и појам релације (посебно поретка и еквиваленције). 2МА.2.2.3. Решава проблеме користећи једначину праве и криве другог реда. 2МА.2.3.2. Разуме концепт конвергенције низа и израчунава граничну вредност низа у једноставним случајевима. 2МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координатних оса. 2МА.2.3.4. Решава проблеме користећи основна својства функција (област дефинисаности, периодичност, парност, монотоност...).	– израчуна граничну вредност низа, анализира и интерпретира понашање низа; – израчуна граничне вредности функција; – одреди сложену и инверзну функцију; – користи основна својства функција (домен, периодичност, парност, монотоност, нуле и знак...); – израчуна извод функције по дефиницији, као и применом правила диференцирања; – примени диференцијални рачун на решавање различитих проблема, укључујући екстремалне и друге проблеме оптимизације у природним и друштвеним наукама и свакодневном животу; – испита ток и скицира график функције; – изабере одговарајући метод и одреди неодређени интеграл; – примени одређени интеграл на решавање различитих проблема; – примени елементе комбинаторике у реалним ситуацијама; – примени биномни образац на решавање различитих проблема; – одреди вероватноћу случајног догађаја; – одреди очекивану вредност и дисперзију случајне величине; – изврши мање статистичко истраживање, обради резултате, прикаже их и интерпретира; – анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења; – користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења; – докажује једноставније математичке теореме и аргументује решења задатака.	ГРАНИЧНА ВРЕДНОСТ НИЗА Гранична вредност низа. Збир бесконачног геометријског низа. Број e . ФУНКЦИЈЕ Важнији појмови и својства реалних функција реалне променљиве. Сложена функција. Инверзна функција. Преглед елементарних функција. Гранична вредност функције. Непрекидност функције (геометријски смисао). Асимптоте. ИЗВОД ФУНКЦИЈЕ Прираштај функције. Извод функције (проблем тангенте и брзине). Основне теореме о изводу, изводи елементарних функција. Диференцијал и његова примена код апроксимације функција. Испитивање функције и њен график. Примена извода на екстремалне проблеме. ИНТЕГРАЛ Неодређени интеграл. Таблица интеграла и основна правила. Метод смене променљиве, метод парцијалне интеграције. Одређени интеграл, Њутн-Лајбница формула. Примене одређеног интеграла. КОМБИНАТОРИКА Основна правила. Варијације. Пермутације. Комбинације (без понављања). Биномни образац. ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Случајни догађаји. Вероватноћа. Условна вероватноћа и независност. Биномна вероватноћа. Случајне величине. Популација, обележје и узорак. Очекивана вредност и дисперзија. Прикупљање, сређивање, графичко приказивање и нумеричка обрада података. Оцене вероватноће, средње вредности и дисперзије. Биномна, Пуасонова и нормална расподела.

2МА.2.3.5. Разуме концепт непрекидности и израчунава једноставне граничне вредности функција. 2МА.2.3.6. Разуме концепт извода функције и примењује га у проблемским ситуацијама. 2МА.2.3.7. Решава проблеме минимума и максимума користећи извод функције. 2МА.2.3.8. Разуме концепт одређеног интеграла и његову примену у једноставнијим ситуацијама. 2МА.2.4.1. Примењује правила комбинаторике за пребројавање могућности (различитих избора или начина). 2МА.2.4.3. Разуме концепт дискретне случајне величине и израчунава очекивану вредност, стандардно одступање и дисперзију (варијансу). 2МА.2.4.4. Разуме значај вероватноће у тумачењу статистичких података. 2МА.2.4.5. Израчунава мере варијабилности и одступања од познатих расподела. 2МА.3.1.2. Израчунава вредност бројевног израза користећи својства операција и функција. 2МА.3.1.3. Трансформише алгебарске изразе, доказује једнакости и неједнакости. 2МА.3.1.5. Решава неједначине користећи основна својства елементарних функција. 2МА.3.1.6. Решава системе линеарних једначина са и без параметара и једноставне системе нелинеарних једначина. 2МА.3.3.1. Примењује математичку индукцију, аритметички и геометријски низ и израз за суму бесконачног геометријског низа у проблемским ситуацијама. 2МА.3.3.2. Израчунава граничну вредност низа, анализира и интерпретира понашање низа података, изводи и интерпретира закључке. 2МА.3.3.3. Користи елементарне функције за решавање проблема. 2МА.3.3.4. Израчунава граничне вредности функција и решава проблеме користећи својства непрекидности функција. 2МА.3.3.5. Решава проблеме и доноси закључке анализирајући функције користећи диференцијални рачун. 2МА.3.3.6. Решава проблеме применом интегралног рачуна (површине равних фигура, запремине тела, дужине кривих, функција расподеле и својства случајних променљивих). 2МА.3.4.1. Решава сложеније комбинаторне проблеме. 2МА.3.4.2. Решава проблеме и доноси закључке и одлуке у ситуацијама неизвесности користећи методе вероватноће и статистике. 2МА.3.4.3. Зна појам функције расподеле, појам непрекидне случајне величине и нормалне расподеле.		
---	--	--

ДРУШТВЕНО-ЈЕЗИЧКИ СМЕР

Разред	Четврти
Недељни фонд часова	3 часа
Годишњи фонд часова	99 часова

СТАНДАРДИ	ИСХОДИ По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:	ТЕМА и кључни појмови садржаја програма
2МА.1.1.1. Користи природне, целе, рационалне и реалне бројеве, различите записе тих бројева и преводи их из једног записа у други. 2МА.1.1.2. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање и кореновање и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. 2МА.1.1.3. Примењује правила заокруљивања бројева и процењује вредност израза у једноставним реалним ситуацијама. 2МА.1.1.4. Трансформише једноставне алгебарске изразе. 2МА.1.1.5. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне и квадратне једначине. 2МА.1.1.6. Решава једноставне проблеме који се свode на линеарне неједначине и једноставне квадратне неједначине. 2МА.1.1.7. Решава једноставне проблеме који се свode на систем две линеарне једначине са две непознате. 2МА.1.1.8. Зна и разуме основне логичке и скуповне операције и користи их. 2МА.1.2.4. Користи координатни систем за представљање једноставних геометријских објеката у равни. 2МА.1.3.2. Разуме појам, израчунава вредност, користи и скицира график линеарне, квадратне, степене, експоненцијалне, логаритамске и тригонометријских функција синуса и косинуса. 2МА.1.3.3. Анализира графички представљене функције (одређује нуле, знак, интервале монотоности, екстремне вредности и тумачи их у реалном контексту). 2МА.1.3.4. У функцијама које су представљене графички или табеларно, анализира, примењује и приближно израчунава брзину промене помоћу прираштаја. 2МА.1.4.1. Пребројава и процењује број могућности (различитих избора или начина) у једноставним реалним ситуацијама. 2МА.1.4.3. Разуме концепт вероватноће, израчунава и процењује вероватноће догађаја у једноставним ситуацијама. 2МА.1.4.4. Графички представља податке у облику дијаграма и табела, анализира податке и њихову расподелу.	– израчуна једноставније граничне вредности низа; – израчуна једноставне граничне вредности функција; – користи основна својства функција (домени, периодичност, парност, монотоност, нуле и знак...); – израчуна извод једноставних функција применом правила диференцирања; – примени диференцијални рачун на решавање једноставних проблема; – испита ток и скицира график једноставне функције; – одреди једноставније неодређени интеграл; – израчуна површину равних лика применом одређеног интеграла; – примени елементе комбинаторике у једноставним реалним ситуацијама; – примени биномни образац на решавање једноставнијих проблема; – одреди вероватноћу једноставнијег случајног догађаја; – одреди очекивану вредност и дисперзију случајне величине; – изврши мање статистичко истраживање, обради резултате, прикаже их и интерпретира; – анализира и образложи поступак решавања задатка и дискутује број решења; – користи математички језик за систематично и прецизно представљање идеја и решења.	ГРАНИЧНА ВРЕДНОСТ НИЗА Гранична вредност низа. Збир бесконачног геометријског низа. Број e. ФУНКЦИЈЕ Важнији појмови и својства реалних функција реалне променљиве. Преглед елементарних функција. Гранична вредност функције. Непрекидност функције (геометријски смисао). Асимптоте. ИЗВОД ФУНКЦИЈЕ Прираштај функције. Извод функције (проблем тангенте и брзине). Основне теореме о изводу, изводи елементарних функција. Испитивање функције и њен график. Примена извода на једноставније екстремалне проблеме. ИНТЕГРАЛ Неодређени интеграл. Таблица интеграла и основна правила. Метод смене променљиве. Одређени интеграл, Њутн-Лајбницава формула. Израчунавање површине равних лика.

2МА.1.4.5. Разуме појмове популације и узорка, израчунава и тумачи узорачку средину, медијану и мод. 2МА.2.1.3. Израчунава вредност бројевног израза у коме се појављују и елементарне функције и при томе по потреби користи калкулатор или одговарајући софтвер. 2МА.2.1.5. Трансформише алгебарске изразе. 2МА.2.1.6. Решава проблеме који се своде на једначине у којима се појављују елементарне функције. 2МА.2.1.7. Решава квадратне и једноставне рационалне неједначине. 2МА.2.1.8. Решава проблеме који се своде на системе линеарних једначина са највише три непознате. 2МА.2.1.9. Зна и користи логичке и скуповне операције, исказни рачун и појам релације (посебно поретка и еквиваленције). 2МА.2.2.3. Решава проблеме користећи једначину праве и криве другог реда. 2МА.2.3.2. Разуме концепт конвергенције низа и израчунава граничну вредност низа у једноставним случајевима. 2МА.2.3.3. Уме да скицира графике елементарних функција и да их трансформише користећи транслације и дилатације дуж координатних оса. 2МА.2.3.4. Решава проблеме користећи основна својства функција (област дефинисаности, периодичност, парност, монотоност...). 2МА.2.3.5. Разуме концепт непрекидности и израчунава једноставне граничне вредности функција. 2МА.2.3.6. Разуме концепт извода функције и примењује га у проблемским ситуацијама. 2МА.2.3.7. Решава проблеме минимума и максимума користећи извод функције. 2МА.2.3.8. Разуме концепт одређеног интеграла и његову примену у једноставнијим ситуацијама. 2МА.2.4.1. Примењује правила комбинаторике за пребројавање могућности (различитих избора или начина). 2МА.2.4.3. Разуме концепт дискретне случајне величине и израчунава очекивану вредност, стандардно одступање и дисперзију (варијансу). 2МА.2.4.4. Разуме значај вероватноће у тумачењу статистичких података. 2МА.2.4.5. Израчунава мере варијабилности и одступања од познатих расподела.		КОМБИНАТОРИКА Основна правила. Варијације. Пермутације. Комбинације (без понављања). Биноми образац. ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА Случајни догађаји. Вероватноћа. Условна вероватноћа и независност. Биномна вероватноћа. Случајне величине. Популација, обележје и узорак. Очекивана вредност и дисперзија. Прикупљање, сређивање, графичко приказивање и нумеричка обрада података.
--	--	---

УПУТСТВО ЗА ДИДАКТИЧКО-МЕТОДИЧКО ОСТВАРИВАЊЕ ПРОГРАМА

Основа за писање исхода и избор садржаја били су програми математике за основну школу, стандарди постигнућа ученика за крај обавезног основног и општег средњег образовања, међупредметне компетенције, циљ учења математике као и чињеница да се учењем математике ученици оспособљавају за: решавање разноврсних практичних и теоријских проблема, комуникацију математичких језиком, математичко резонување и доношење закључака и одлука. Сам процес учења математике има своје посебности које се огледају у броју година изучавања и недељног броја часова предмета и неопходности континуираног стицања и повезивања знања.

Наставници у својој свакодневной наставној пракси, треба да се ослањају на исходе, јер они указују шта је оно за шта ученици треба да буду оспособљени током учења предмета у једној школској години. Исходи представљају очекиване и дефинисане резултате учења и наставе. Остваривањем исхода, ученици усвајају основне математичке концепте, овладавају основним математичким процесима и вештинама, оспособљавају се за примену математичких знања и вештина и комуникацију математичким језиком. Кроз исходе се омогућава остваривање и међупредметних компетенција као што су комуникација, рад са подацима и информацијама, дигитална компетенција, решавање проблема, сарадња и компетенција за целоживотно учење.

Предлог за реализацију програма

Утврђена су три модела програма наставе и учења за предмет Математика у гимназијама:

M1 – за општи тип гимназије;

M2 – за друштвено-језички смер гимназије;

M3 – за природно-математички смер гимназије.

Ради лакшег планирања наставе даје се оријентациони предлог броја часова по темама. Приликом израде оперативних планова наставник распоређује укупан број часова предвиђен за поје-

дине теме по типовима часова (обрада новог градива, утврђивање и увежбавање, понављање, проверавање и систематизација знања), водећи рачуна о циљу предмета и исходима.

Гранична вредност низа: програм M1 – 10 часова, програм M2 – 8 часова и програм M3 – 15 часова.

Функције: програм M1 – 28 часова, програм M2 – 19 часова и програм M3 – 35 часова.

Извод функције: програм M1 – 26 часова, програм M2 – 19 часова и програм M3 – 35 часова.

Интеграл: програм M1 – 22 часа, програм M2 – 16 часова и програм M3 – 30 часова.

Комбинаторика: програм M1 – 12 часова, програм M2 – 10 часова и програм M3 – 16 часова.

Вероватноћа и статистика: програми M1 и M3 – 22 часа и програм M2 – 15 часова.

Напомена: За реализацију 4 писмена задатка (у трајању од по два часа), са исправкама, планирано је 12 часова.

I. ПЛАНИРАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Програм усмерава наставника да наставни процес конципира у складу са дефинисаним исходима, односно да планира како да ученици остваре исходе, и да изабере одговарајуће методе, активности и технике за рад са ученицима. Дефинисани исходи показују наставнику и која су то специфична знања и вештине која су ученику потребна за даље учење и свакодневни живот. Приликом планирања часа, исходе предвиђене програмом треба разложити на мање и на основу њих планирати активности за конкретан час. Треба имати у виду да се исходи у програму разликују, да се неки могу лакше и брже остварити, док је за одређене исходе потребно више времена, активности и рада на различитим садржајима. Исходе треба посматрати као циљеве којима се тежи током једне школске године. Наставу у том смислу треба усмерити на развијање компетенција, и не треба је усмерити само на остваривање појединачних исхода.

При обради нових садржаја треба се ослањати на постојеће искуство и знање ученика, и настојати, где год је то могуће, да уче-

ници самостално откривају математичке правилности и изводе закључке. Основна улога наставника је да буде организатор наставног процеса, да подстиче и усмерава активност ученика. Ученике треба упућивати да користе уџбеник и друге изворе знања, како би усвојена знања била трајнија и шира, а ученици оспособљени за примену у решавању разноврсних задатака.

На часовима треба комбиновати различите методе и облике рада, што доприноси већој рационализацији наставног процеса, подстиче интелектуалну активност ученика и наставу чини интересантнијом и ефикаснијом. Препоручује се коришћење интерактивних метода, пројектне, проблемске и истраживачке методе, рад на референтном тексту, (истраживање по кључним речима, појмовима, питањима), дискусију, дебату и др. Заједничка особина свих наведених метода је да оне активно ангажују ученика током наставе, а процес учења смештају у различите и разнолике контексте. Избор метода и облика рада, као и планирање активности ученика зависи од наставних садржаја које треба реализовати на часу и предвиђених исхода, али и од специфичности одређеног одељења и индивидуалних карактеристика ученика.

II. ОСТВАРИВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Гранична вредност низа

Пре свега треба обновити основна знања о низовима из претходног разреда (дефиниција, начин задавања, монотонија, ограниченост, аритметички и геометријски низ...). Појам граничне вредности низа објаснити на што једноставнијим примерима, а тек након тога дати дефиницију. Обавезно треба урадити неколико примера доказа када је задати низ конвергентан, по дефиницији (програми М1 и М3). Теореме о сагласности граничне вредности са операцијама (гранична вредност збира, производа, количника конвергентних низова) могу се и доказати (програми М1 и М3). Теорему „о два полицајца“ кроз примере обрадити у програму М3. Ученици треба да савладају формулу за збир свих чланова бесконачног геометријског низа и неке примере њене примене (периодични децимални разломци, једноставни примери из геометрије...). Дефинисати број e , а у програмима М1 и М3 образложити дефиницију теоремом о монотонном и ограниченем низу.

Функције

На почетку ове теме подсетити ученике на основне опште појмове у вези с функцијама (домен, кодомен, 1-1, НА). Затим размотрити својства карактеристична за реалне функције једне реалне променљиве (ограниченост, парност и непарност, периодичност, нуле и знак, монотоност, график) и илустровати их на примерима функција које су ученицима познате. Подсетити ученике на појмове сложене и инверзне функције и илустровати их на познатим примерима (квадратна функција, експоненцијална функција, основне тригонометријске функције) (програми М1 и М3). Детаљно навести својства основних елементарних функција (константе, степене функције (како са целобројним, тако и са рационалним изложоцем), експоненцијалне и логаритамске функције, основне тригонометријске и инверзне тригонометријске функције (ове последње само у програмима М1 и М3)). Инсистирати на томе да ученици познају графике наведених функција и користе их за илустрацију њихових својстава. На једноставнијим примерима илустровати конструкцију графика елементарних функција који се из графика основних могу добити трансформацијом и/или хомотетијом дуж оса (програми М1 и М3).

Граничну вредност (лимес) функције најпре илустровати примерима. Затим дати дефиниције у различитим случајевима и упоредити са познатом дефиницијом граничне вредности низа. Илустровати графички примере који доводе до асимптота (у програму М2 користити примере са косим асимптотима само у случају рационалних функција). Извести аритметичка својства лимеса (у програму М2 навести их без доказа) и увежбати њихово коришћење. Размотрити неке карактеристичне случајеве тзв. неодређених израза и увежбати њихово решавање, с тим да тежина

примера зависи од програма и расположивог броја часова. Најважнији лимеси ($\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} = e$) могу се у програму М2 навести без доказа, али и ту урадити неколико примера лимеса који се на њих свде. У програмима М1 и М3 известити и лимесе $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ и $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^a - 1}{x} = a$.

Непрекидност функције увести интуитивно, геометријски, и повезати са својствима њеног графика. Без доказа навести да је непрекидност функције f у тачки a њеног домена еквивалентна услову $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$, као и да то својство имају све елементарне функције у свакој тачки у којој су дефинисане. У програму М3 илустровати примену непрекидности у задацима где се нула функције не може експлицитно одредити.

Извод функције

На самом почетку теме, користећи историјске изворе као мотивацију, осврнути се на чињеницу да је појам извода настао из потребе да се одреди општа метода за одређивање тангенте неке криве, као и брзине кретања. Кроз одговарајуће примере, а у складу са могућностима у школи, прираштај функције се може приказати и путем динамичког софтвера, како би ученици визуализовали како се кретањем сече долази до праве која је тангента графика функције у датој тачки. Такође, на сличан начин се може показати да је тренутна брзина гранична вредност односа промене пута и времена, када промена времена тежи нули. Након формалног извођења формуле, урадити примере одређивања неких табличних извода по дефиницији (програми М1 и М3).

Обрадити правила за диференцирање збира, разлике, производа и количника, сложене функције (у програму М2 обновити појам сложене функције), основне теореме о изводу. Упознати ученике са појмом извода вишег реда.

Уз појам диференцијала и његово геометријско значење треба указати и на његову примену код апроксимације функција (програми М1 и М3).

Посебну пажњу посветити испитивању функција и цртању њихових графика, користећи изводе, при чему се у програму М2 треба ограничити на рационалне функције. У свим програмима, обратити пажњу на појам максимума и минимума, конвексности и конкавности функције, трудећи се да се сва стечена знања о функцијама повежу у логичку целину (домен, парност, нуле, знак, монотоност, локални максимум и минимум, конкавност, конвексност, превојне тачке, асимптоте).

Урадити разноврсне примере који се тичу примене извода функције у екстремалним проблемима из геометрије, проблемима оптимизације при одређивању максималног профита, минимума утрошеног материјала и слично. У програму М2 обрадити једноставније примере.

Интеграл

Неодређени интеграл описати као операцију обратну налажењу извода и дати појам примитивне функције. Увести и на основу дефиниције (рачунањем извода) образложити таблицу основних неодређених интеграла, тј. примитивних функција за елементарне функције. Обратити пажњу на основне особине интеграла (извод неодређеног интеграла, неодређени интеграл изведене функције, адитивност и хомогеност неодређеног интеграла). Приказати основне методе интеграловања као што су метода смене променљиве (сви програми) и метода парцијалне интеграције (програми М1 и М3). Сменом променљиве израчунавати поједине класе интеграла ($\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx$, свођење одређених интеграла тригонометријских функција на интеграле рационалних функција и друго). Описаним методама интегралити одређене класе елементарних функција (полиноми, неке рационалне функције, неке ирационалне функције, неке тригонометријске функције, експоненцијалне и логаритамске функције). Навести уз одговарајуће примере да, за разлику од ди-

ференцирања елементарних функција, интегралне елементарних функција не мора бити изводиво у елементарним функцијама. У програмима М1 и М3 обрадити сложеније примере, у програму М2 само елементарне.

Полазећи од проблема површине као геометријског проблема са једне стране, и пређеног пута и рада силе као физичког проблема са друге стране, доћи до појма одређеног интеграла као граничне вредности интегралних сума – збира „многo малих” величина. Описати основна својства одређеног интеграла (адитивност и хомогеност), као и везу са неодређеним интегралом (Њутн-Лајбница формула, без доказа). Обрадити геометријске примене одређеног интеграла као што су површина криволинијског трапеца и примене на површине геометријских фигура (сви програми), запремина ротационих тела и примене у стереометрији, дужина лука криве (програми М1 и М3), а такође примене у физици као што су израчунавање пређеног пута код задате функције брзине, израчунавање рада код кретања под дејством силе.

Важно је да се у излагању ове теме на адекватан начин користе историјски подаци о настанку појма одређеног интеграла.

Комбинаторика

Са ученицима обновити основне елементе комбинаторике (правило збира и правило производа) на једноставнијим примерима и задацима, као примену основних принципа пребројавања коначних скупова. Увести појам факторијела и користити га у различитим примерима. Поштовањем принципа поступности увести пермутације, варијације, као и комбинације без понављања. При решавању проблема у којима ученици користе пермутације, варијације и комбинације користити реалне примере, у којима постоје различита ограничења, односно понављања. Увести Паскалов троугао и биномни образац (са доказом у програму М3) и приказати примере њихове примене. У овој области бирати примере проблемских ситуација из различитих области математике као и свакодневног живота.

Вероватноћа и статистика

Увод у елементарну теорију вероватноћа подразумева дефинисање појма случајног догађаја и припадајућих појмова (елементарни догађај, простор елементарних догађаја, сигуран догађај, немогући догађај, супротни догађај...) и њихову илустрацију на примерима разних експеримената (бацање новчића и коцкица, извлачење куглица и други примери). У оквиру увода треба приказати и на примерима илустровати припадајућу алгебру случајних догађаја (унија, пресек, комплемент случајних догађаја). Садржаји који следе су везани за дефиницију класичне вероватноће и израчунавање вероватноће случајних догађаја, са кратким историјским освртом. У току увежбавања, брзим експериментом у коме учествују сви ученици (на пример, окретањем једног новчића по 10 пута од стране сваког ученика) и акумулацијом добијених резултата (фреквенција) указати на суштински однос класичне и статистичке дефиниције вероватноће. Увежбавање искористити и да се, кроз једноставне конкретне примере, прикаже геометријска вероватноћа (програми М1 и М3). Значајну пажњу посветити појмовима и примерима условне вероватноће и независности догађаја. У програмима М1 и М3 на најједноставнијим примерима указати на формулу тоталне вероватноће и примену Бајесове формуле. Посматрајући вероватноће догађаја и њему супротног догађаја при узастопним понављањима експеримента, показати да се вероватноће случајних догађаја често одвијају по биномним законима. За овај део теме издвојити око половине расположивих часова, водећи рачуна о занимљивости, применљивости и сложености примера (поготову код програма М2, где се треба оријентисати на једноставније примере). У програму М3 предвиђено је и формирање квадратне матрице вероватноћа неког коначног физичког система (нпр. финансијског, метеоролошког, вештачке интелигенције...) и одређивање вероватноће неког будућег догађаја на основу вероватноће претходно реализованог догађаја и на основу тога доноси одлуке.

Обраду теме наставити увођењем појма случајне величине и указивањем на појмове и примере случајних променљивих дискретног типа (сви програми) и случајних променљивих непрекидног типа (програми М1 и М3). Указати на појмове популације, обележја и узорка и потребу дескриптивне обраде података посматрањем одређеног обележја. На конкретним примерима (сопствених истраживања или база података које је могуће наћи на интернету) показати поступке прикупљања, уређивања података, табличног и графичког приказивања изабраног обележја, дефинисати и демонстрирати израчунавање апсолутних и релативних фреквенција, мода, медијане, математичког очекивања, средњег апсолутног одступања, средњег квадратног одступања и стандардне девијације. Дати тумачење шта сваки од набројаних параметара суштински значи. Указати на разлике при дескриптивној анализи обележја дискретног и непрекидног типа. На посебном часу (који ће се одржати у школској рачунарској лабораторији) приказати да се енергија и време за дескриптивну статистичку анализу може значајно уштедети и демонстрирати најједноставније готове софтвере који све то аутоматски рачунају. Завршни део теме посветити упознавању ученика са неким од могућих расподела случајних променљивих (биномна, Пуасонова и нормална расподела) и демонстрацији какве врсте проблема се могу решити коришћењем својстава тих расподела, без захтева да ученици те проблеме самостално решавају (програми М1 и М3).

НАПОМЕНА: Како су исходи и садржаји у програмима М1 и М3 скоро идентични, разлику направити избором одговарајућих примера и задатака.

III. ПРАЋЕЊЕ И ВРЕДНОВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Саставни део процеса развоја математичких знања у свим фазама наставе је и праћење и процењивање степена остварености исхода, које треба да обезбеди што поузданије сагледавање развоја и напредовања ученика. Тај процес започети иницијалном проценом нивоа на коме се ученик налази. Прикупљање информација из различитих извора (свакодневна посматрања, активност на часу, учествовање у разговору и дискусији, самосталан рад, рад у групи, тестови) помаже наставнику да сагледа постигнућа (развој и напредовање) ученика и степен остварености исхода. Свака активност је добра прилика за процену напредовања и давање повратне информације, а важно је ученике оспособљавати и охрабривати да процењују сопствени напредак у учењу.

У процесу праћења и вредновања значајну улогу имају домаћи задаци. Редовно задавање домаћих задатака (уз обавезну повремену проверу од стране наставника), анализа задатака које ученици нису умели да реше, педагошка мотивација ученика који редовно раде домаће задатке... помаже наставнику да стекне бољи увид у степен остварености исхода.