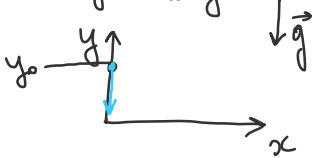


II Нјутонов закон: $m \cdot \vec{a} = \vec{F}$

$$a = \dot{v} = \ddot{x} \quad \text{ydrasabe}$$

① Сводогаи ваг:



$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= 0 \\ \ddot{y} &= -g \end{aligned} \right\}$$

времени y-овоки

$$\left[\begin{aligned} x(0) &= 0 \\ y(0) &= y_0 \end{aligned} \right. \quad \left[\begin{aligned} x'(0) &= 0 \\ y'(0) &= 0 \end{aligned} \right]$$

$$\left. \begin{aligned} x(t) &\rightarrow \text{wposnax} \\ v(t) = \dot{x}(t) &\rightarrow \text{dpsuna} \\ a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{x}(t) &\rightarrow \text{ydrasabe} \end{aligned} \right\}$$

$$x(t) = c_1 t + c_2$$

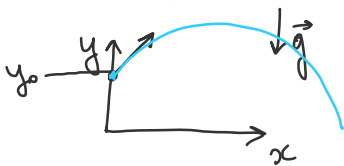
$$c_i \in \mathbb{R}$$

$$\dot{y}(t) = -gt + c_3 \rightarrow y(t) = -\frac{g}{2}t^2 + c_3 t + c_4$$

$$\left. \begin{aligned} x(0) = 0 &\Rightarrow c_2 = 0 \\ \dot{x}(0) = 0 &\Rightarrow c_1 = 0 \end{aligned} \right\} x(t) = 0$$

$$\left. \begin{aligned} y(0) = y_0 &\Rightarrow c_4 = y_0 \\ \dot{y}(0) = 0 &\Rightarrow c_3 = 0 \end{aligned} \right\} y(t) = -\frac{g}{2}t^2 + y_0$$

② Коси скитанг:



$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= 0 \\ \ddot{y} &= -g \end{aligned} \right\}$$

времени y-овоки

$$\left[\begin{aligned} x(0) &= 0 \\ y(0) &= y_0 \end{aligned} \right. \quad \left[\begin{aligned} x'(0) &= v_x \\ y'(0) &= v_y \end{aligned} \right]$$

$$x(t) = c_1 t + c_2$$

$$\dot{y}(t) = -gt + c_3 \rightarrow y(t) = -\frac{g}{2}t^2 + c_3 t + c_4$$

$$c_i \in \mathbb{R}$$

$$\left. \begin{aligned} x(0) = 0 &\Rightarrow c_2 = 0 \\ \dot{x}(0) = v_x &\Rightarrow c_1 = v_x \end{aligned} \right\} x(t) = v_x t$$

$$\left. \begin{aligned} y(0) = y_0 &\Rightarrow c_4 = y_0 \\ \dot{y}(0) = v_y &\Rightarrow c_3 = v_y \end{aligned} \right\} y(t) = -\frac{g}{2}t^2 + v_y t + y_0$$

$$t = \frac{x}{v_x}$$

$$y = -\frac{g}{2v_x^2} x^2 + \frac{v_y}{v_x} x + y_0$$

③ (закон одржана енергије)

Ако је $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $F = \nabla f$ (хемипермо или F је конзервативно)

Доказаи га за F важи закон одржана енергије.

Доказати га за F бави закон одржаности

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{електрично поље} \quad E_e = k \cdot \frac{q}{r^2} \\ \text{електрични потенцијал} \quad \varphi_e = -k \cdot \frac{q}{r} \end{array} \right. \quad E_e = \nabla_r \varphi_e$$

$$E(x, v) = K(x, v) + P(x, v), \quad E, K, P: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

$\downarrow$
 укупна
енерија

$\downarrow$
 кинетичка
енерија

$\downarrow$
 потенцијална
енерија

$$K(x, v) = \frac{m \cdot \|v\|^2}{2}, \quad P(x, v) = -f(x)$$

x -координате
 v -брзина

Ако је $x(t)$ трајекторија система $m\ddot{x} = \nabla f$, показујемо да је $\tilde{E}(t) = E(x(t), \dot{x}(t)) = \text{const}$.

$$\frac{d}{dt} \tilde{E}(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{m \cdot \|\dot{x}(t)\|^2}{2} - f(x(t)) \right) =$$

$$= \frac{m}{2} \cdot \frac{d}{dt} \langle \dot{x}(t), \dot{x}(t) \rangle - \langle \nabla f(x(t)), \dot{x}(t) \rangle =$$

$$= \frac{m}{2} \cdot 2 \cdot \langle \ddot{x}(t), \dot{x}(t) \rangle - \langle m \cdot \ddot{x}(t), \dot{x}(t) \rangle = 0$$

$$\Rightarrow \tilde{E}(t) \equiv \text{const}$$