

① Дато је $X = x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} = (-y, x, 0)$ у $\mathbb{R}^3$ и $P = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$

а) P је подмногообразије од $\mathbb{R}^3$

б) X је тангентно на P

в) Рекурент од $(y, \mathbb{R}^3)$ $\gamma' = X(\gamma)$, $\gamma(0) = (0, 0, 1)$ и показати $\gamma(t) \in P$, $\forall t$

г) Рекурент од $(y, \mathbb{R}^3)$ $\gamma' = X(\gamma)$, $\gamma(0) = (\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 0)$ и показати $\gamma(t) \in P$, $\forall t$

2)



$$\forall p \in P \exists U \subseteq \mathbb{R}^3$$

$$U \cap P \approx \mathbb{R}^2$$

↳ гомеоморфно

I - ако је $f: U \rightarrow \mathbb{R}^k$ $\subseteq \mathbb{R}^n$ тј. је f уједначујућа тј. $f^{-1}(0) = U \cap P \Rightarrow P$ је подмногообразије од $\mathbb{R}^n$ димензије k

$$\begin{aligned} n &= 3 \\ k &= 2 \end{aligned}$$

$$f: U \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2 - 1, 0) \quad \text{Окупирамо је} \quad f^{-1}(0) = U \cap P$$

f је уједначујућа? $(df)_p$ је уједначујућа (као линеарно пресликавање)
↳ извод

то знам да је линеарно пресликавање $(df)_p$ максималног ранга

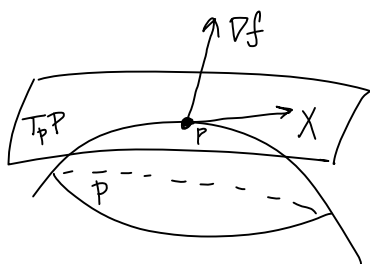
када је кофичиен $\mathbb{R}^1$ -то се своди на то да је $df \neq \vec{0}$ на P

$$df = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial z} \end{bmatrix} = \nabla f$$

$$(df)_p = (\nabla f)_p = (2x, 2y, 2z)_p = \vec{0} \Rightarrow x = y = z = 0, \text{ али } (0, 0, 0) \notin P$$

$$\nabla f(x, y, z) = (2x, 2y, 2z)$$

б)



$$P = f^{-1}(0) \Rightarrow df \perp T_p P$$

$$\text{имамо } \langle X, df \rangle = 0$$

$$\langle (-y, x, 0), (2x, 2y, 2z) \rangle = -2xy + 2xy + 0 = 0 \quad \checkmark$$

$\Rightarrow X$ је векторско поље на P

$$в) \gamma' = X(\gamma)$$

$$\gamma(t) = (u(t), v(t), w(t)) \quad \left. \begin{array}{l} u'(t) = -v(t) \\ v'(t) = u(t) \\ w'(t) = 0 \end{array} \right\} \text{OP} \cdot \begin{array}{l} u(t) = c_1 \cos t + c_2 \sin t \\ v(t) = c_2 \cos t - c_1 \sin t \\ w(t) = c_3 \end{array}$$

$$\gamma(0) = (0, 0, 1) \Rightarrow c_1 = c_2 = 0 \text{ и } c_3 = 1$$

$$\gamma(t) = (0, 0, 1) \in P, \forall t \quad (\text{ФТ гурн исцелена})$$

$$\Gamma) \gamma(0) = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 0\right)$$

$$c_3 = 0, c_1 = \frac{3}{5}, c_2 = \frac{4}{5} \Rightarrow \gamma(t) = \left(\frac{3}{5} \cos t + \frac{4}{5} \sin t, \frac{4}{5} \cos t - \frac{3}{5} \sin t, 0\right) \left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow \gamma(t) \in P, \forall t \\ \left(\frac{3}{5} \cos t + \frac{4}{5} \sin t\right)^2 + \left(\frac{4}{5} \cos t - \frac{3}{5} \sin t\right)^2 + 0^2 = \dots = 1 \end{array} \right.$$

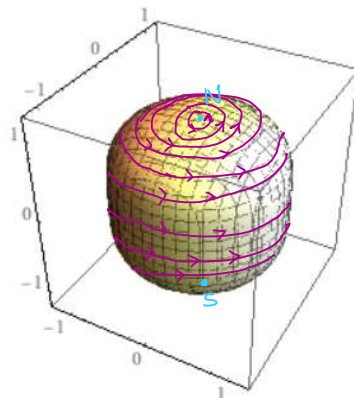
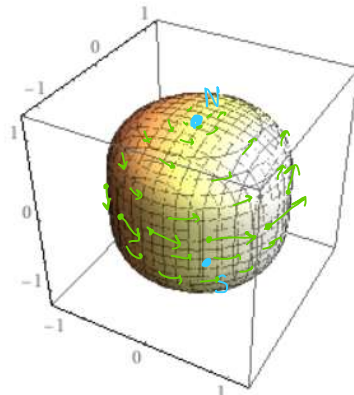
2) 1) гадарху 1.

2) Мунд су еквилибрийн?

б) Визуализацй динамичу (ФП).

в) Коре стабильности су еквилибрийн?

б)



$$a) N = (0, 0, 1)$$

$$S = (0, 0, -1)$$

$$X = \vec{0} \text{ на } P$$

$$X = (-y, x, 0)$$

$$x = y = 0: z^4 = 1 \Rightarrow z = \pm 1 \Rightarrow N \cup S$$

в)



"центр"

$N \cup S$ су стабилн, ам не асимптотички