

2 Problem dva tela i ograničeni problem tri tela

2.1 Problem dva tela

Problem dva tela i njegovo rešenje predstavlja temelj istraživanja u mnogim oblastima astronomije i šire. Prisjetimo se ovde izvođenja jednačine trajektorije (elipse) i napisati relacije između energije, odnosno ugaonog momenta sistema, i velike poluose elipse i njenog ekscentriciteta, koje će nam kasnije biti potrebne.

Pođimo od jednačina kretanja

$$M_1 \frac{d^2 \mathbf{r}_1}{dt^2} = \mathbf{F}_1 = \frac{GM_1 M_2}{r^3} \mathbf{r}, \quad (2)$$

$$M_2 \frac{d^2 \mathbf{r}_2}{dt^2} = \mathbf{F}_2 = -\frac{GM_1 M_2}{r^3} \mathbf{r}, \quad (3)$$

odnosno

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_1}{dt^2} = \frac{GM_2}{r^3} \mathbf{r}, \quad (4)$$

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_2}{dt^2} = -\frac{GM_1}{r^3} \mathbf{r}, \quad (5)$$

gde je G gravitaciona konstanta, M_1 i M_2 mase, $\mathbf{r}_1$ i $\mathbf{r}_2$ predstavljaju vektore položaja tela u datom koordinatnom sistemu, i

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \quad (6)$$

je relativno rastojanje između tela. Vidimo da je $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$ u skladu sa trećim Njutnovim zakonom. Sabiranjem jednačina (2) i (3), i oduzimanjem jednačine (4) od jednačine (5) dobijamo

$$\frac{d}{dt} (M_1 \mathbf{v}_1 + M_2 \mathbf{v}_2) = \frac{d}{dt} (M \mathbf{v}_{\text{CM}}) = \frac{d\mathbf{P}}{dt} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{GM}{r^3} \mathbf{r}. \quad (8)$$

Centar mase sistema dat je izrazom

$$\mathbf{r}_{\text{CM}} = \frac{M_1 \mathbf{r}_1 + M_2 \mathbf{r}_2}{M}, \quad (9)$$

dok su brzina centra mase i relativna brzina, redom,

$$\mathbf{v}_{\text{CM}} = \frac{M_1 \mathbf{v}_1 + M_2 \mathbf{v}_2}{M}, \quad (10)$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1. \quad (11)$$

Ukupna masa sistema je $M = M_1 + M_2$, dok je impuls sistema $\mathbf{P}$. Kako je impuls očuvan (jednačina (7)) možemo izabrati da radimo u inercijalnom sistemu u kome je $\mathbf{P} = M\mathbf{v}_{\text{CM}} \equiv 0$, odnosno $M_1 \mathbf{v}_1 = -M_2 \mathbf{v}_2 = -\mu \mathbf{v}$, gde je

$$\mu = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \quad (12)$$

tzv. redukovana masa.

Problem dva tela se tako svodi na translatorno kretanje centra mase konstantnom brzinom $\mathbf{v}_{\text{CM}}$ i kretanje „relativne čestice” mase μ opisano jednačinom (8), odnosno

$$\mu \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mu \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{G\mu M}{r^3} \mathbf{r} = -\nabla U, \quad (13)$$

gde je $U = -\frac{G\mu M}{r}$ gravitaciona potencijalna energija. Umesto rešavanja poslednje jednačine, problem možemo jednostavnije rešiti pomoću zakona očuvanja energije i momenta impulsa, $\frac{dE}{dt} = 0$, $\frac{d\mathbf{J}}{dt} = 0$, gde je

$$E = \frac{1}{2} M_1 v_1^2 + \frac{1}{2} M_2 v_2^2 - \frac{G M_1 M_2}{r} = \frac{1}{2} \mu v^2 - \frac{G\mu M}{r}, \quad (14)$$

$$\mathbf{J} = M_1 \mathbf{r}_1 \times \mathbf{v}_1 + M_2 \mathbf{r}_2 \times \mathbf{v}_2 = \mu \mathbf{r} \times \mathbf{v}, \quad (15)$$

koji slede direktno iz jednačine (13), u slučaju ugaonog momenta, odnosno iz jednačine dobijene skalarnim množenjem jednačine (13) vektorom $\mathbf{v}$, uz $\nabla U \cdot d\mathbf{r} = dU$, u slučaju energije.

U ravni kretanja određenoj vektorom $\mathbf{J}$, jednačine (14) i (15) u polarnim koordinatama r i φ glase:

$$\frac{1}{2} \mu (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2) - \frac{G\mu M}{r} = E, \quad (16)$$

$$J = \mu r^2 \dot{\varphi}. \quad (17)$$

Kombinovanjem poslednje dve jednačine dobijamo

$$\frac{J^2}{2\mu r^4} \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 + \frac{J^2}{2\mu r^2} - \frac{G\mu M}{r} = E, \quad (18)$$

odakle nakon razdvajanja promenljivih i rešavanja integrala imamo

$$\frac{J^2}{2\mu r^4} \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 + \frac{J^2}{2\mu r^2} - \frac{G\mu M}{r} = E, \quad (19)$$

$$d\varphi = \pm \frac{J}{r^2} \frac{dr}{\sqrt{2\mu(E + \frac{G\mu M}{r}) - \frac{J^2}{r^2}}}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \varphi + \text{const} &= \pm \int \frac{\frac{J}{r^2} dr}{\sqrt{2\mu(E + \frac{G\mu M}{r}) - \frac{J^2}{r^2}}} \\ &= \pm \arccos \frac{J/r - G\mu^2 M/J}{\sqrt{2\mu E + (G\mu^2 M)^2/J^2}}, \end{aligned} \quad (21)$$

odnosno

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi}, \quad (22)$$

gde smo iskoristili činjenicu da je kosinus parna funkcija i izabrali pravac i smer polarne ose takav da konstanta integracije bude jednaka nuli. U slučaju zatvorene trajektorije ($E < 0$), jednačina (22) predstavlja elipsu, $p = \frac{b^2}{a}$ je parametar elipse, $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$ je ekscentricitet, a i b , redom, velika i mala poluosa (videti sliku 2). Lako nalazimo

$$p = \frac{J^2}{G\mu^2 M}, \quad (23)$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{2EJ^2}{G^2\mu^3 M^2}}, \quad (24)$$

$$a = -\frac{G\mu M}{2E}, \quad (25)$$

$$b = \sqrt{-\frac{J^2}{2\mu E}}, \quad (26)$$

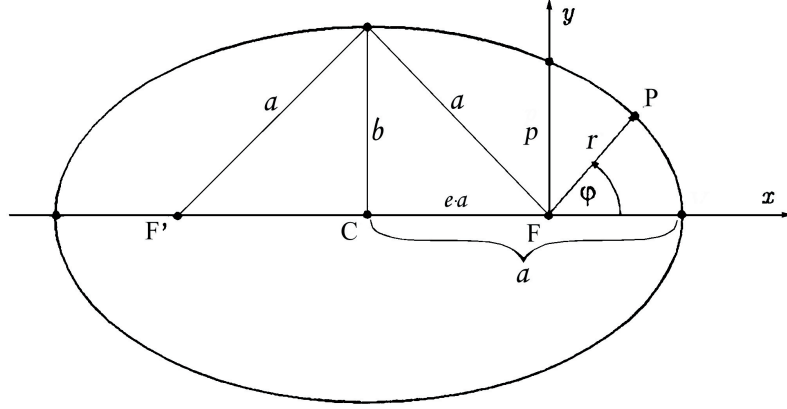
odnosno

$$E = -\frac{G\mu M}{2a}, \quad (27)$$

$$J^2 = GM\mu^2 a(1 - e^2). \quad (28)$$

Korišćenjem jednačina (17) i (22) možemo izvesti i treći Keplerov zakon:

$$JP = \int_0^P J dt = \int_0^{2\pi} \mu r^2 d\varphi = 2\mu ab\pi, \quad (29)$$



Slika 2: Prikaz elipse: a i b redom su velika i mala poluosa, e je ekscentricitet, p – parametar elipse.

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{const.}, \quad (30)$$

odnosno

$$\Omega^2 = \frac{GM}{a^3}, \quad (31)$$

gde je P period i $\Omega = 2\pi/P$ ugaona brzina. Moment impulsa, odnosno ugaoni momenat orbitalnog kretanja (jednačina (28)) se tada može alternativno zapisati kao

$$J = \mu a^2 \Omega \sqrt{1 - e^2}. \quad (32)$$

2.2 Ograničeni problem tri tela

Problem tri tela, u opštem slučaju, se pokazao kao nerešiv. Ograničeni problem tri tela predstavlja uprošćenje koje podrazumeva da se jedno može smatrati probnom česticom čija je masa m , a samim tim i gravitacioni uticaj na prva dva tela zanemarljiv. Ova dva tela će se onda kretati oko svog zajedničkog težišta po elipsama, kako je pokazano u prethodnom poglavlju, odnosno, u specijalnom slučaju koji ovde razmatramo, po kružnim putanjama ($e = 0$), na međusobnom rastojanju a . Kako je ugaona brzina na osnovu trećeg Keplerovog zakona $\Omega^2 = \frac{GM}{a^3}$ konstantna, pogodno je preći u neinercijalni sistem u kome ova dva tela miruju.

Jednačina kretanja tela mase m tada je

$$\frac{d^2 \mathbf{r}'}{dt^2} = \frac{d\mathbf{v}'}{dt} = -\frac{GM_1}{r_1^3} \mathbf{r}_1 - \frac{GM_2}{r_2^3} \mathbf{r}_2 - \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}') - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}'. \quad (33)$$

Poslednja dva člana predstavljaju, redom, centrifugalnu i Koriolisovu silu. Gravitacioni članovi i centrifugalni član u jednačini (33) mogu se dobiti kao gradijent skalarnog polja Φ_{eff} koje predstavlja efektivni gravitacioni potencijal:

$$\Phi_{\text{eff}} = -\frac{GM_1}{r_1} - \frac{GM_2}{r_2} - \frac{1}{2}\Omega^2 \varrho^2, \quad (34)$$

gde su r_1 i r_2 udaljenosti tela mase m u tački P od prvog odnosno drugog tela, dok je ϱ udaljenost od ose rotacije koja prolazi kroz težište tj. centar mase C (videti sliku 3). Jednačinu (33) tada možemo zapisati u obliku

$$\frac{d\mathbf{v}'}{dt} = -\nabla \Phi_{\text{eff}} - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}'. \quad (35)$$

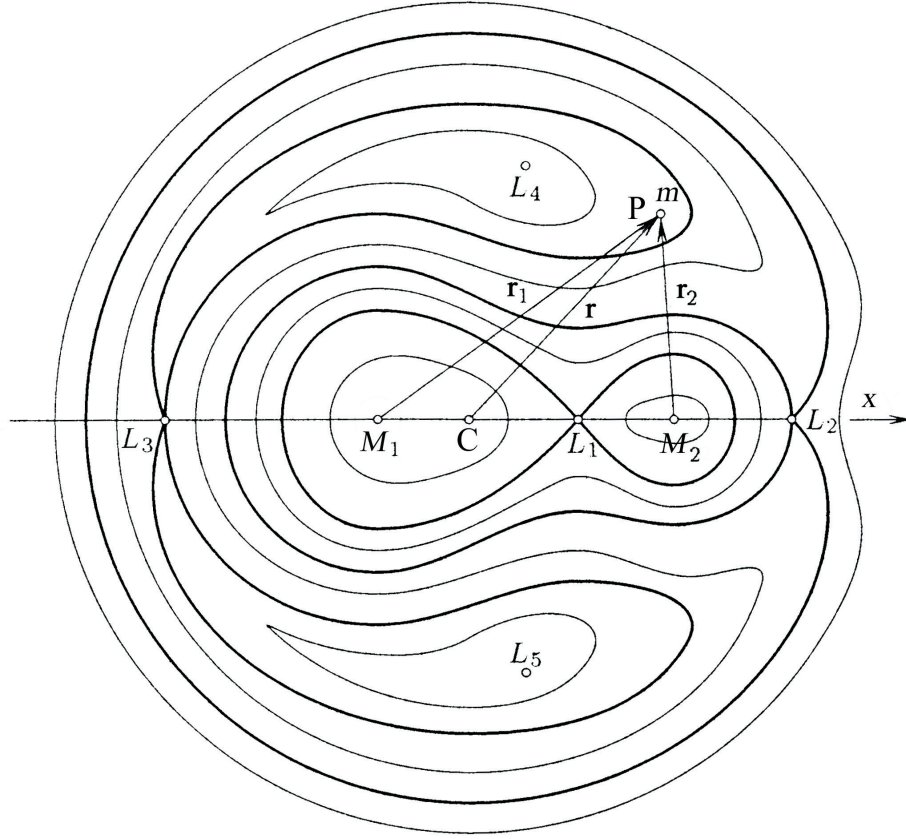
2.2.1 Lagranžove tačke

Ekvipotencijalne površi $\Phi_{\text{eff}} = \text{const.}$ za proizvoljno izabrane mase M_1 i M_2 , odnosno njihov presek sa ravni $z = 0$, prikazane su na slici 3. Telo će biti u stanju mirovanja $\mathbf{v}' = 0$ u tačkama u kojima je gradijent skalara Φ_{eff} jednak nuli, odnosno u kojima skalarna funkcija Φ_{eff} ima ekstremne vrednosti (videti jednačinu (35)). Ove tačke se nazivaju Lagranžovim tačkama, ima ih pet i obeležavaju se sa $L_1, L_2, \dots, L_5$. Lagranžove tačke nalazimo tako što potražimo parcijalne izvode skalarnog funkcija $\Phi_{\text{eff}} = \Phi_{\text{eff}}(\varrho, \phi, z)$, u cilindričnim koordinatama, na primer, i izjednačimo ih sa nulom:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_{\text{eff}}}{\partial \varrho} &= \frac{GM_1}{r_1^3} \left(\varrho + \frac{qa \cos \phi}{1+q} \right) + \frac{GM_2}{r_2^3} \left(\varrho - \frac{a \cos \phi}{1+q} \right) - \Omega^2 \varrho = 0, \\ \frac{\partial \Phi_{\text{eff}}}{\partial \phi} &= -\frac{GM_1}{r_1^3} \frac{qa \varrho \sin \phi}{1+q} + \frac{GM_2}{r_2^3} \frac{a \varrho \sin \phi}{1+q} = 0, \\ \frac{\partial \Phi_{\text{eff}}}{\partial z} &= \frac{GM_1}{r_1^3} z + \frac{GM_2}{r_2^3} z = 0. \end{aligned} \quad (36)$$

Rastojanja r_1 i r_2 su data izrazima

$$r_1 = \sqrt{\left(x + \frac{qa}{1+q}\right)^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{\varrho^2 + \frac{2qa\varrho \cos \phi}{1+q} + z^2 + \frac{q^2 a^2}{(1+q)^2}}, \quad (37)$$



Slika 3: Rošov model (preuzeto iz Milanković, 1997, i prilagođeno tekstu).

$$r_2 = \sqrt{\left(x - \frac{a}{1+q}\right)^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{\varrho^2 - \frac{2a\varrho \cos \phi}{1+q} + z^2 + \frac{a^2}{(1+q)^2}}, \quad (38)$$

gde je $q = M_2/M_1$ i a – rastojanje između tela.

Na osnovu jednačine (36) vidimo da mora biti $z = 0$. Ako $\sin \phi \neq 0$, $r_1 = r_2 = a$ – na taj način dobijamo tačke L_4 i L_5 koje se nalaze na 60° u odnosu na liniju koja spaja tela M_1 i M_2 . Ako je $\sin \phi = 0$, tačke se nalaze na x -osi (L_1 , L_2 , L_3) i dobijaju se numeričkim rešavanjem jednačine

$$\frac{x + \frac{qa}{1+q}}{\left|x + \frac{qa}{1+q}\right|^3} + \frac{q\left(x - \frac{a}{1+q}\right)}{\left|x - \frac{a}{1+q}\right|^3} - \frac{(1+q)|x|}{a^3} = 0. \quad (39)$$

U Lagranžovim tačkama rezultanta svih sila koje deluju na telo jednaka je nuli. Može se pokazati da tačke L_1 , L_2 i L_3 predstavljaju lokalne maksi-

mume funkcije Φ_{eff} , tj. tačke nestabilne ravnoteže. S druge strane tačke L_4 i L_5 predstavljaju lokalne minimume, drugim rečima, ako telo mase m malo pomerimo iz neke od ove dve tačke, ono će težiti da se u nju vrati (tačke stabilne ravnoteže).

2.2.2 Rošov model

Ako umesto tela mase m razmotrimo element idealnog (neviskoznog) fluida gustine ρ i pritiska P u gravitacionom polju, jednačina kontinuiteta (očuvanja mase), jednačina kretanja i jednačina očuvanja energije biće

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (40)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla P - \rho \nabla \Phi - \rho \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) - 2\rho \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}, \quad (41)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} + P \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) = 0, \quad (42)$$

dok je Poasonova jednačina

$$\Delta \Phi = 4\pi G \rho. \quad (43)$$

Unutrašnja energija po jedinici mase je $\varepsilon = \frac{u}{\rho}$, dok je gustina unutrašnje energije $u = \frac{1}{\gamma-1} P$. Lagranžov izvod dat je izrazom $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)$. Ako fluid miruje u izabranom neinercijalnom sistemu, $\mathbf{v} = 0$, jednačina (41) svodi se na jednačinu hidrostaticke ravnoteže

$$\nabla P = -\rho \nabla \Phi_{\text{eff}}, \quad (44)$$

gde je $\Phi_{\text{eff}} = \Phi - \frac{1}{2} \Omega^2 \varrho$. Ako je $P = P(\rho)$, tada na osnovu jednačine (44) možemo pisati $P = P(\Phi_{\text{eff}})$, $\rho = \rho(\Phi_{\text{eff}})$; drugim rečima izobarne i izopikne (izogustinske) površi, a samim tim i površina zvezde, određene su ekvipotencijalnim površima $\Phi_{\text{eff}} = \text{const}$!

Rošov model pretpostavlja da je centralna koncentracija zvezde mase M tako visoka da se najveći deo zvezdane mase nalazi zbijen u centru, te da se gravitacioni potencijal zvezde može vrlo dobro predstaviti potencijalom tačkaste mase M . Efektivni potencijal je tada ponovo dat izrazom (34), koji opisuje izgled površina zvezda u TDS (slika 3),

$$\Phi_{\text{eff}} = -\frac{GM_1}{r_1} - \frac{GM_2}{r_2} - \frac{1}{2} \Omega^2 \varrho^2. \quad (45)$$

Dve kritične površi koje prolaze redom kroz tačke L_1 i L_2 , nazivaju se unutrašnja i spoljašnja Rošova površ ili Rošov oval. Za razliku od usamljenih zvezda, zvezde u TDS imaju tako ograničenu zapreminu do koje mogu da se rašire. Zvezde koje se nalaze duboko unutar svog Rošovog ovala su gotovo idealno sfernosimetrične i evoluiraju nezavisno, poput usamljenih zvezda. U tom slučaju govorimo o razdvojenim TDS. Ukoliko tokom evolucije jedna od zvezda (obično masivnija) ispuni svoj Rošov oval, preko tačke L_1 će početi da „pretače” materiju na svog pratioca. Prenos mase može dovesti i do potpunog obrtanja odnosa masa, tako da manje masivna zvezda ispunjava Rošov oval (tzv. „paradoks” Algola). Dvojni sistemi kod kojih jedna komponenta ispunjava svoj Rošov oval nazivaju se polukontaktni. Ako pak obe zvezde ispune unutrašnji Rošov oval govorimo o kontaktnim sistemima. U slučaju da se zvezde toliko rašire, ili prosto približe, tako da ispune i spoljašnji Rošov oval, sistem će preko tačke L_2 početi da gubi masu.

Vidimo da se podela TDS na razdvojene, polukontakne i kontaktne sisteme zasniva upravo na Rošovom modelu, ali to nikako nije sve. Zbog svoje jednostavnosti Rošov model je naišao na široku primenu u oblasti izučavanja dvojnih zvezda, od analize krivih sjaja do teorije evolucije zvezda.

2.3 Gravitaciono polje sfernosimetričnog tela

Kao što je poznato, gravitaciono polje u vakuumu, u njutnovskoj aproksimaciji, predstavljeno je potencijalom Φ koji zadovoljava jednačinu

$$\Delta\Phi = 0. \quad (46)$$

Može se pokazati da je ovaj, spoljašnji (eksterni) gravitacioni potencijal izolovanog tela mase M dat integralom

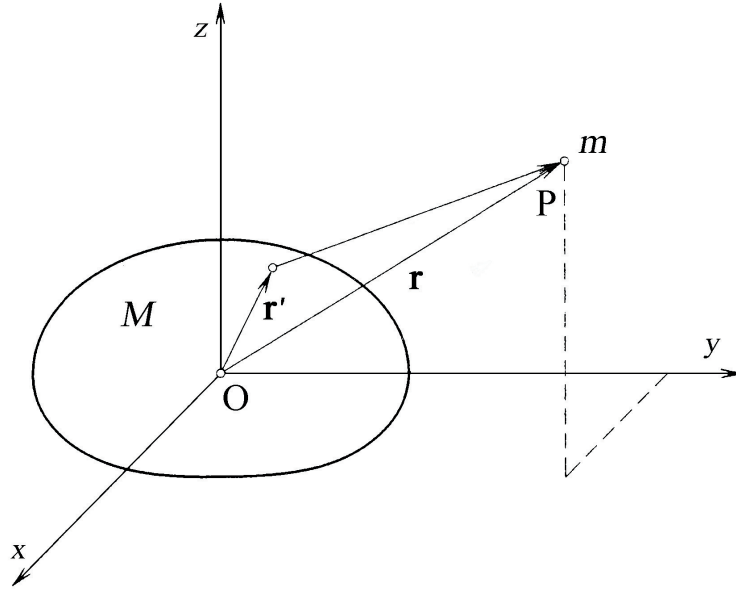
$$\Phi = - \int_M \frac{Gdm'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (47)$$

Vektori $\mathbf{r}$ i $\mathbf{r}'$ prikazani su na slici 4. Kako je

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{r^2 - 2\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}' + r'^2}, \quad (48)$$

razvijemo li $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{-1}$ u red po r'/r do drugog stepena, imaćemo

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{-1} \approx \frac{1}{r} \left(1 + \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'}{r^2} - \frac{1}{2} \frac{r'^2}{r^2} + \frac{3}{2} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}')^2}{r^4} \right). \quad (49)$$



Slika 4: Gravitaciono polje daleko od tela (preuzeto iz Milanković, 1997, i prilagođeno tekstu).

Gravitacioni potencijal daleko od tela je onda

$$\begin{aligned}\Phi &\approx - \int_M \frac{G dm'}{r} \left(1 + \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'}{r^2} - \frac{1}{2} \frac{r'^2}{r^2} + \frac{3}{2} \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}')^2}{r^4} \right) \\ &= - \frac{GM}{r} + \frac{1}{2} \frac{G}{r^3} \int_M r'^2 dm' - \frac{3}{2} \frac{G}{r^5} \int_M (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}')^2 dm',\end{aligned}\quad (50)$$

gde smo iskoristili činjenicu da integral $\int_M dm' = M$ predstavlja ukupnu masu tela i da je, ako se centar koordinatnog sistema poklapa sa centrom mase, $\int_M \mathbf{r}' dm' = 0$. Kako je

$$(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}')^2 = x^2 x'^2 + y^2 y'^2 + z^2 z'^2 + 2xyx'y' + 2yzy'z' + 2zxz'x', \quad (51)$$

i momenti $\int_M x'y'dm' = \int_M y'z'dm' = \int_M z'x'dm' = 0$, ako su koordinatne ose u isti mah i glavne ose inercije, za potencijal konačno dobijamo (videti npr. Milanković, 1997)

$$\Phi = - \frac{GM}{r} - \frac{G((B+C-2A)x^2 + (C+A-2B)y^2 + (A+B-2C)z^2)}{2r^5} \quad (52)$$

gde su $A = \int_M (y'^2 + z'^2) dm'$, $B = \int_M (x'^2 + z'^2) dm'$ i $C = \int_M (x'^2 + y'^2) dm'$ glavni momenti inercije. Ako je $A = B = C$ tada, očekivano,

$$\Phi = - \frac{GM}{r}, \quad (53)$$

odnosno, spoljašnje gravitaciono polje sferosimetričnog tela identično je polju koje bi imalo tačkasto telo mase M smešteno u koordinatnom početku. Značaj ovoga za Rošov model ogleda se u činjenici da nije potrebno da su zvezde zaista „tačkaste” da bi model bio primenljiv (one to i nisu, posebno u slučaju kontaktnih sistema), dovoljno je da je raspodela mase u unutrašnjosti zvezde u dovoljnoj meri sferosimetrična.

2.3.1 Opravdanje Rošovog modela za rasprostranjene, netačkaste objekte.

Postavimo koordinatni početak pokretnog (rotirajućeg) referentnog sistema tako da se poklapa sa centrom primarne komponente M_1 i napišimo izraz za efektivni potencijal:

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{eff}} &= \Phi - \frac{GM_2}{r_2} - \frac{1}{2}\Omega^2 \varrho^2, \\ &= \Phi - \frac{GM_2}{\sqrt{r^2 - 2ra \cos \theta' + a^2}} - \frac{GM}{2a^3} \left(r^2 \sin^2 \theta - \frac{2qar \cos \theta'}{1+q} + \frac{q^2 a^2}{(1+q)^2} \right), \quad (54)\end{aligned}$$

gde je $\cos \theta' = \sin \theta \cos \phi$. Ako izraz $(r^2 - 2ra \cos \theta' + a^2)^{-1/2} = \frac{1}{a}(1 - 2(\frac{r}{a}) \cos \theta' + (\frac{r}{a})^2)^{-1/2}$ razvijemo u red po r/a zaključno sa članovima drugog reda imaćemo:

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{eff}} &= \Phi - \frac{GM_2}{a} \left[1 + \cos \theta' \left(\frac{r}{a} \right) + \frac{1}{2}(3 \cos^2 \theta' - 1) \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] \\ &\quad - \frac{GM}{2a} \left[\left(\frac{r}{a} \right)^2 \sin^2 \theta - \frac{2q}{1+q} \cos \theta' \left(\frac{r}{a} \right) + \frac{q^2}{(1+q)^2} \right] \quad (55) \\ &= \Phi - \frac{GM_2}{2a^2} (3 \cos^2 \theta' - 1) r^2 - \frac{GM}{2a^3} r^2 \sin^2 \theta - \frac{GM}{2a} \frac{q(2+3q)}{(1+q)^2}.\end{aligned}$$

Vidimo da se članovi linearni po r/a koji potiču od centrifugalnog člana i plimskog dejstva pratioca potiru, što znači da je odstupanje ekvipotencijalnih površi od sfera, izazvano članovima drugog reda po r/a , u unutrašnjosti primarne komponente relativno malo. Ovo je još jedan prilog u korist Rošovog modela ako je zvezda dovoljno koncentrisana i $\Phi = -\frac{GM_1}{r}$. Sličan zaključak može se izvesti i za sekundarnu komponentu – potrebno je samo zameniti $M_1 \rightarrow M_2$ i $q \rightarrow \frac{1}{q}$.