Универзитет у Београду
Математички факултет

АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА

(ГЕОМЕТРИЈА 1)

– колоквијуми –

		/

Геометрија 1 - 2017. - Тест (11.04.2017.)

Обавезно прочитати!
Пре почетка рада на тесту, студент је дужан да попуни заглавље, тако што ће у прво поље уписати име и презиме, у друго поље ток и групу, док се у последње поље уписује број индекса. У току теста није дозвољено коришћење литературе, окретање, нити постављање питања дежурном, а све врсте покушаја варања биће ригорозно санкционисане. Решења задатака су реална бројеви које треба уписати у за то предвиђене кућице. Време предвиђено за рад је 75 минута.

1

Дат је троугао чија су темена $A(1,1)$, $B(9,7)$, $C(-5,9)$.

1п Тежиште троугла је тачка $T\left(\boxed{\frac{5}{3}}, \boxed{\frac{17}{3}}\right)$.

1п Површина троугла ABC је $\boxed{50}$.

1п Угао код темена A је $\boxed{\frac{\pi}{2}}$.

2п Једначина описаног круга је: $\left(x - \boxed{2}\right)^2 + \left(y - \boxed{8}\right)^2 = \boxed{50}$.

2

2п Нека су тачке P и Q, редом на страницама BC и CA троугла ABC, такве да важи $BC : PC = 6 : 1$, $CQ : AC = 3 : 13$. Нека је E пресечна тачка правих AP и BQ, а R пресечна тачка правих CE и AB. Тада је

$$AR : RB = \boxed{\frac{2}{3}} \qquad AE : EP = \boxed{4}$$

3

2п Врх тетраедра је теме коцке ивице 6, а темена основе су средишта страна (пљосни) коцке које не садрже врх. Запремина тетрадра је

$$\boxed{18}$$

4

2п Једначине тангенти из тачке $A(-6,8)$ на круг $k : (x+8)^2 + (y-4)^2 = 4$, уколико постоје, су

$$\frac{x-2}{\boxed{4}} = \frac{y - \boxed{14}}{3}, \qquad \frac{x - \boxed{-6}}{\boxed{0}} = \frac{y-2}{5}$$

5

4п Квадар $ABCDA_1B_1C_1D_1$, има дужине ивица $AB = 2$, $AD = 1$, $AA_1 = 1$, а тачка E је средиште ивице C_1D_1. У координатном систему $Axyz$ базни вектори су јединични вектори $\overrightarrow{e_1}$, $\overrightarrow{e_2}$, $\overrightarrow{e_3}$ истог правца и смера редом као вектори $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AA_1}$. У координатном систему $B_1x'y'z'$, базни вектори су $\overrightarrow{f_1} = \overrightarrow{B_1C}$, $\overrightarrow{f_2} = \overrightarrow{B_1C_1}$, $\overrightarrow{f_3} = \overrightarrow{B_1E}$. Формуле трансформације координата су

$$x = \boxed{0}x' + \boxed{0}y' + \boxed{-1}z' + \boxed{2}$$

$$y = \boxed{1}x' + \boxed{1}y' + \boxed{1}z' + \boxed{0}$$

$$z = \boxed{-1}x' + \boxed{0}y' + \boxed{0}z' + \boxed{1}$$

Координате темена квадра у координатном систему $B_1x'y'z'$ су:

$A\left(\boxed{1}, \boxed{-3}, \boxed{2}\right)$ $A_1\left(\boxed{0}, \boxed{-2}, \boxed{2}\right)$

$B\left(\boxed{1}, \boxed{-1}, \boxed{0}\right)$ $B_1\left(\boxed{0}, \boxed{0}, \boxed{0}\right)$

$C\left(\boxed{1}, \boxed{0}, \boxed{0}\right)$ $C_1\left(\boxed{0}, \boxed{1}, \boxed{0}\right)$

$D\left(\boxed{1}, \boxed{-2}, \boxed{2}\right)$ $D_1\left(\boxed{0}, \boxed{-1}, \boxed{2}\right)$

/

Геометрија 1 - Тест - 05.04.2016

Обавезно прочитати!
Пре почетка рада на тесту, студент је дужан да попуни заглавље, тако што ће у прво поље уписати име и презиме, у друго поље ток и групу, док се у последње поље уписује број индекса. У току теста није дозвољено коришћење литературе, окретање, нити постављање питања дежурном, а све врсте покушаја варања биће ригорозно санкционисане. Тест се састоји од 6 задатака. Решења задатака су реални бројеви које треба уписати у за то предвиђене кућице. Поени предвиђени за задатак (2,5 по задатку) освајају се уколико су све кућице у оквиру тог задатка исправно попуњене. Време предвиђено за рад је 60 минута! Срећан рад!

1	Ако је P тежиште троугла ABC, а Q тежиште троугла ABD, тада мора бити $\overrightarrow{QP} = \boxed{-\frac{1}{3}}\overrightarrow{CD}$
2	Ако важи $\overrightarrow{x} \times \overrightarrow{y} = \overrightarrow{x} \times \overrightarrow{z} = \overrightarrow{z} \times \overrightarrow{y} \neq \overrightarrow{0}$, тада мора бити $\overrightarrow{z} = \boxed{1}\overrightarrow{x} + \boxed{1}\overrightarrow{y} + \boxed{0}\overrightarrow{x} \times \overrightarrow{y}$
3	Нека је $ABCD$ квадрат. У реперу са координатним почетком B и координатним векторима $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BD}$ тачка C има координате $C\left(\boxed{-1}, \boxed{1}\right)$
4	Растојање тачке $(1, 2, 3)$ од равни дате једначином $2x - 2y + z - 7$ износи $\boxed{2}$
5	Раван која садржи праву $x = y = z + 3$ и нормална је на раван $x + 2y + 3z + 4 = 0$ има једначину $x + \boxed{-2}y + \boxed{1}z + \boxed{3} = 0$
6	Ако се праве $x - 1 = 2y - 2 = 3z - 3$ и $x - \lambda = y + 1 = 2z - 1$ секу онда је $\lambda = \boxed{2}$

/

Геометрија 1 - Тест - 05.04.2016

Обавезно прочитати!
Пре почетка рада на тесту, студент је дужан да попуни заглавље, тако што ће у прво поље уписати име и презиме, у друго поље ток и групу, док се у последње поље уписује број индекса. У току теста није дозвољено коришћење литературе, окретање, нити постављање питања дежурном, а све врсте покушаја варања биће ригорозно санкционисане. Тест се састоји од 6 задатака. Решења задатака су реални бројеви које треба уписати у за то предвиђене кућице. Поени предвиђени за задатак (2,5 по задатку) освајају се уколико су све кућице у оквиру тог задатка исправно попуњене. Време предвиђено за рад је 60 минута! Срећан рад!

1	Ако је P тежиште тетраедра $ABCD$, а Q тежиште троугла CBA, тада мора бити $\overrightarrow{PQ} = \boxed{\frac{1}{12}}\overrightarrow{AB} + \boxed{\frac{1}{12}}\overrightarrow{AC} + \boxed{-\frac{1}{4}}\overrightarrow{AD}$
2	Ако је $[\overrightarrow{x}+\overrightarrow{y}, \overrightarrow{x}+\overrightarrow{z}, \overrightarrow{y}+\overrightarrow{z}] = 42$, онда је $[\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z}] = \boxed{-21}$
3	Нека је $ABCD$ квадрат са центром O. У реперу са координатним почетком O и координатним векторима $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$ тачка која је средиште дужи BC има координате $\left(\boxed{-\frac{1}{2}}, \boxed{\frac{1}{2}}\right)$
4	Дате су тачке $A(1,2,0)$, $B(2,3,0)$ и $C(0,0,1)$. Површина троугла ABC једнака је $\boxed{\frac{1}{2}\sqrt{3}}$
5	Раван која садржи тачку $(-1,-1,-1)$ и нормална је на праву $2x-3 = y-1 = z+1$ има једначину $x + \boxed{2}y + \boxed{2}z + \boxed{5} = 0$
6	Ако се права $3\lambda x - 2 = 3y + 1 = \lambda z$ и раван $\lambda x - 3y + 2z - 3 = 0$ не секу онда је $\lambda = \boxed{3}$

/

Геометрија 1 - 2014/15 - Тест (03.06.2015)

Обавезно прочитати!
Пре почетка рада на тесту, студент је дужан да попуни заглавље, тако што ће у прво поље уписати име и презиме, у друго поље ток и групу, док се у последње поље уписује број индекса. У току теста није дозвољено коришћење литературе, окретање, нити постављање питања дежурном, а све врсте покушаја варања биће ригорозно санкционисане. Тест се састоји од 7 задатака и 9 да-не питалица. Решења задатака су реални бројеви које треба уписати у за то предвиђене кућице. Поени предвиђени за задатак (3 по задатку) освајају се уколико су све кућице у оквиру тог задатка исправно попуњене. Да-не питалице носе максимум од нуле и разлике тачних и нетачних одговора. Време предвиђено за рад је 90 минута! Срећан рад!

1	Нека је T тежиште тетраедра $ABCD$, а S средиште дужи AB. Тада је $\overrightarrow{ST} = \boxed{-\frac{1}{4}}\overrightarrow{AB} + \boxed{\frac{1}{4}}\overrightarrow{AC} + \boxed{\frac{1}{4}}\overrightarrow{AD}$
2	Ако су $A(4,2,2)$, $B(0,0,1)$, $C(0,1,0)$ и $D(1,0,0)$ темена тетраедра, онда је његова запремина једнака $\boxed{\frac{7}{6}}$
3	Ако важи $\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{u} = 2$, $\overrightarrow{x} \times \overrightarrow{u} = \overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{v} = \overrightarrow{w}$ и $\overrightarrow{w} \neq \overrightarrow{0}$, тада је $\overrightarrow{x} = \frac{1}{\|\overrightarrow{u}\|^2}\left(\boxed{2}\overrightarrow{u} + \boxed{0}\overrightarrow{v} + \boxed{1}\overrightarrow{w}\right)$
4	Раван која садржи праву $x = y = z$ и нормална је на раван $x + 2y + 3z + 4 = 0$ има једначину $x + \boxed{-2}y + \boxed{1}z + \boxed{0} = 0$
5	Центар хиперболе $x^2 + 6xy + 4y^2 + 2x - 4y + 5 = 0$ има координате $C\left(\boxed{2}, \boxed{-1}\right)$

6	Кружни цилиндар са осом $x = y = z$ који садржи тачку $(1, 2, 3)$ има једначину $$x^2 + \boxed{1}y^2 + \boxed{1}z^2 + \boxed{-1}xy + \boxed{-1}xz + \boxed{-1}yz + \boxed{0}x + \boxed{0}y + \boxed{0}z + \boxed{-3} = 0$$
7	Растојање између два места на Земљи (полупречника R) која су дата са A: 45^o северне ширине, 10^o источне дужине и B: 30^o јужне ширине, 40^o источне дужине је $$R \cdot \arccos\left(\frac{\boxed{\sqrt{2}}}{8}\right)$$

Заокружити редни број испред исказа који је тачан, а прецртати ако је нетачан.

1.	Ако коника има ексцентрицитет $\frac{1}{2}$ онда је то круг.
2.	Хиперболички параболоид се може написати као унија правих.
3.	Елиптички параболоид се може написати као унија правих.
4.	Крива $x^2 + 2xy + 3y^2 + 4x - 12 = 0$ је хипербола.
5.	Површ $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 1 = 0$ је елипсоид.
6.	Скаларни производ два вектора може да буде негативан.
7.	Мешовити производ три вектора може да буде негативан.
8.	Осе елипсе су међусобно конјуговани дијаметри.
9.	Ако је $\overrightarrow{x} \times \overrightarrow{x} = \overrightarrow{0}$ онда је обавезно $\overrightarrow{x} = \overrightarrow{0}$.

/

Геометрија 1 - 2014/15 - Тест (03.06.2015)

Обавезно прочитати!
Пре почетка рада на тесту, студент је дужан да попуни заглавље, тако што ће у прво поље уписати име и презиме, у друго поље ток и групу, док се у последње поље уписује број индекса. У току теста није дозвољено коришћење литературе, окретање, нити постављање питања дежурном, а све врсте покушаја варања биће ригорозно санкционисане. Тест се састоји од 7 задатака и 9 да-не питалица. Решења задатака су реални бројеви које треба уписати у за то предвиђене кућице. Поени предвиђени за задатак (3 по задатку) освајају се уколико су све кућице у оквиру тог задатка исправно попуњене. Да-не питалице носе максимум од нуле и разлике тачних и нетачних одговора. Време предвиђено за рад је 90 минута! Срећан рад!

1	Нека је T тежиште тетраедра $ABCD$, а S тежиште тетраедра $ABCT$. Тада је $\overrightarrow{AS} = \boxed{\frac{5}{16}}\overrightarrow{AB} + \boxed{\frac{5}{16}}\overrightarrow{AC} + \boxed{\frac{1}{16}}\overrightarrow{AD}$
2	Ако су $A(2,4,7)$, $B(1,1,1)$, $C(2,2,2)$ и $D(1,1,3)$ темена тетраедра, онда је његова запремина једнака $\boxed{\frac{2}{3}}$
3	Ако важи $\overrightarrow{x}\cdot\overrightarrow{v}=4$, $\overrightarrow{x}\times\overrightarrow{v}=\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{u}\times\overrightarrow{v}=\overrightarrow{w}$ и $\overrightarrow{w}\neq\overrightarrow{0}$, тада је $\overrightarrow{x} = \frac{1}{\|\overrightarrow{v}\|^2}\left(\boxed{0}\overrightarrow{u} + \boxed{4}\overrightarrow{v} + \boxed{-1}\overrightarrow{w}\right)$
4	Раван која садржи праве $x=y=z$ и $3x-3=2y-2=z-1$ има једначину $6x + \boxed{-8}y + \boxed{2}z + \boxed{0} = 0$
5	Центар хиперболе $x^2-6xy+4y^2+2x-4y+5=0$ има координате $C\left(\boxed{\frac{-2}{5}}, \boxed{\frac{-1}{5}}\right)$

6	Кружни цилиндар са осом $x = y = z$ који садржи тачку $(4, 2, 2)$ има једначину $$x^2 + \boxed{1}y^2 + \boxed{1}z^2 + \boxed{-1}xy + \boxed{-1}xz + \boxed{-1}yz + \boxed{0}x + \boxed{0}y + \boxed{0}z + \boxed{-4} = 0$$
7	Растојање између два места на Земљи (полупречника R) која су дата са A: 45^o северне ширине, 45^o источне дужине и B: 45^o јужне ширине, 15^o западне дужине је $$R \cdot \arccos\left(\frac{\boxed{\text{-2}}}{8}\right)$$

Заокружити редни број испред исказа који је тачан, а прецртати ако је нетачан.

1.	Ако коника има ексцентрицитет π онда је то хипербола.
2.	Једнолисни (једноделни) хиперболоид се може написати као унија правих.
3.	Дволисни (дводелни) хиперболоид се може написати као унија правих.
4.	Крива $x^2 + 2xy + 3y^2 + 4x + 5 = 0$ је хипербола.
5.	Површ $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy = 0$ је раван.
6.	Скаларни производ два вектора може да буде ирационалан број.
7.	Угао између два вектора може да буде $\frac{3\pi}{4}$.
8.	Директрисе елипсе су међусобно конјуговани дијаметри.
9.	Ако је $\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{x} = 0$ онда је обавезно $\overrightarrow{x} = \overrightarrow{0}$.

/

Геометрија 1 - 2014 - Тест (10.05.2014)

Обавезно прочитати!
Пре почетка рада на тесту, студент је дужан да попуни заглавље, тако што ће у прво поље уписати име и презиме, у друго поље ток и групу, док се у последње поље уписује број индекса. У току теста није дозвољено коришћење литературе, окретање, нити постављање питања дежурном, а све врсте покушаја варања биће ригорозно санкционисане. Тест се састоји од 10 задатака исписаних са обе стране овог папира. Решења задатака су реални бројеви које треба уписати у за то предвиђене кућице. Поени предвиђени за задатак освајају се уколико су све кућице у оквиру тог задатка исправно попуњене. Сви задаци су равноправни и носе 3 поена. Време предвиђено за рад је 90 минута! Срећан рад!

01

Нека је ABC троугао и тачке P и Q такве да је $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PB}$ и $\overrightarrow{BQ} = 4\overrightarrow{QC}$, а R је пресек правих AC и PQ. Тада је

$$\overrightarrow{CR} : \overrightarrow{RA} = 1 : \boxed{-2}.$$

02

Ако је тачка T тежиште тетраедра $ABCD$, а тачка E средиште дужи AB, онда је

$$\overrightarrow{TE} = \boxed{\frac{1}{4}}\overrightarrow{CA} + \boxed{\frac{1}{4}}\overrightarrow{CB} + \boxed{\frac{-1}{4}}\overrightarrow{CD}.$$

03

Ако су $\overrightarrow{x}$, $\overrightarrow{y}$, $\overrightarrow{z}$ линеарно независни вектори такви да је $\overrightarrow{x} \circ \overrightarrow{z} = 4$, $\overrightarrow{y} \circ \overrightarrow{z} = 2014$, онда је

$$(\overrightarrow{z} \times (\overrightarrow{y} \times \overrightarrow{x})) \times \overrightarrow{x} = \boxed{0}\overrightarrow{x} + \boxed{0}\overrightarrow{y} + \boxed{-4}\overrightarrow{x} \times \overrightarrow{y}.$$

04

Ако су $A(1,1,1)$, $B(2,3,0)$, $C(4,-1,4)$ и $D(1,0,1)$ темена тетраедра, онда је његова запремина једнака

$$\boxed{1}.$$

05	Нека је тачка O пресек дијагонала паралелограма $ABCD$. Координатни систем Axy има почетак у A и координатне векторе $\overrightarrow{e_1} = \overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{AD}$. Нови координатни систем $Ox'y'$ има почетак у O и координатне векторе $\overrightarrow{f_1} = \overrightarrow{OB}$ и $\overrightarrow{f_2} = \overrightarrow{OC}$. Веза између старих и нових координата је $x = \boxed{\frac{1}{2}}x' + \boxed{\frac{1}{2}}y' + \boxed{\frac{1}{2}}$, $y = \boxed{\frac{-1}{2}}x' + \boxed{\frac{1}{2}}y' + \boxed{\frac{1}{2}}$.
06	Права која садржи пресек правих $p : 2x = 3y = \frac{z+7}{2}$ и $q : \frac{x-5}{2} = y - 3 = \frac{z-10}{5}$ и нормална је на раван $\alpha : 2x - 18y + z + 46 = 0$ има једначину $\frac{x - \boxed{1}}{\boxed{2}} = \frac{y - \boxed{20}}{\boxed{-18}} = \frac{z-4}{1}$.
07	Слика тачке $A(3, -1, 0)$ при симетрији у односу на праву $p : \frac{x-1}{2} = y - 3 = \frac{z}{5}$ има координате $(\boxed{\text{-1}}, \boxed{7}, \boxed{0})$.
08	Ако крива другог реда има жиже $F_1(1, 1)$, $F_2(3, 3)$ и директрису $l : x + y = -5$, онда је једначина њене друге директрисе $x + \boxed{1}y + \boxed{-13} = 0$.
09	Крива $x^2 + 2xy - y^2 - 2x + 6y - 2014 = 0$ има дијаметар $d_1 : 3x - y + 5 = 0$. Центар криве и дијаметар конјугован дијаметру d_1 су редом тачка и права $C(\boxed{-1}, \boxed{2})$, $d_2 : \boxed{2}x - y + \boxed{4} = 0$.
10	Једначина параболе која има жижу $F(-1, 3)$ и директрису $d : y = 7$ је $\boxed{1}x^2 + \boxed{0}y^2 + \boxed{0}xy + \boxed{2}x + \boxed{8}y - 39 = 0$.

		/

Геометрија 1 - 2014 - Тест (10.05.2014)

Обавезно прочитати!
Пре почетка рада на тесту, студент је дужан да попуни заглавље, тако што ће у прво поље уписати име и презиме, у друго поље ток и групу, док се у последње поље уписује број индекса. У току теста није дозвољено коришћење литературе, окретање, нити постављање питања дежурном, а све врсте покушаја варања биће ригорозно санкционисане. Тест се састоји од 10 задатака исписаних са обе стране овог папира. Решења задатака су реални бројеви које треба уписати у за то предвиђене кућице. Поени предвиђени за задатак освајају се уколико су све кућице у оквиру тог задатка исправно попуњене. Сви задаци су равноправни и носе 3 поена. Време предвиђено за рад је 90 минута! Срећан рад!

01	Нека је ABC троугао и тачке P и Q такве да је $\overrightarrow{AP} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{PB}$ и $\overrightarrow{BQ} = 2\overrightarrow{QC}$. Ако је R тачка праве AC таква да су праве AQ, CP и BR паралелне. Тада је $\overrightarrow{CR} : \overrightarrow{RA} = 1 : \boxed{-\frac{2}{3}}$.
02	Ако је тачка T тежиште тетраедра $ABCD$, а тачка E тежиште троугла ABD, онда је $\overrightarrow{TE} = \boxed{\frac{1}{12}}\overrightarrow{CA} + \boxed{\frac{1}{12}}\overrightarrow{CB} + \boxed{\frac{1}{12}}\overrightarrow{CD}$.
03	Ако су $\overrightarrow{x}$ и $\overrightarrow{y}$ вектори такви да је $\|\overrightarrow{y}\| = 2$, $\measuredangle(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}) = \frac{\pi}{3}$, $\overrightarrow{x} \circ (2\overrightarrow{x} - \overrightarrow{y}) = 6$, онда је $\|\overrightarrow{x}\| = \boxed{2}$.
04	Ако су $A(12, -3)$, $B(1, -4)$, $C(-3, -2)$ темена троугла, онда је његова површина једнака $\boxed{13}$.

05	Нека је тачка O пресек дијагонала паралелограма $ABCD$, а E средиште странице AB. Координатни систем Axy има почетак у A и координатне векторе $\overrightarrow{e_1} = \overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{AD}$. Нови координатни систем $Ox'y'$ има почетак у O и координатне векторе $\overrightarrow{f_1} = \overrightarrow{OB}$ и $\overrightarrow{f_2} = \overrightarrow{OE}$. Веза између старих и нових координата је $x = \boxed{\frac{1}{2}}x' + \boxed{\frac{0}{1}}y' + \boxed{\frac{1}{2}}$, $y = \boxed{\frac{-1}{2}}x' + \boxed{\frac{-1}{2}}y' + \boxed{\frac{1}{2}}$.
06	Раван која садржи тачку $A(-1,-2,3)$ и паралелна је правама $p : \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+7}{2}$ и $q : \frac{x-5}{2} = y-3 = \frac{z-5}{5}$ има једначину $13x + \boxed{-6}y + \boxed{-4}z + \boxed{13} = 0.$
07	Слика тачке $A(1,3,-5)$ при симетрији у односу на раван $\alpha : z = 5$ и растојање тачке A од равни α су редом $A'(\boxed{1}, \boxed{3}, \boxed{15})$, $d = \boxed{10}$.
08	Тангента криве $\frac{x^2}{\frac{25}{2}} - \frac{y^2}{25} = 1$ у тачки $A(5,5)$ сече Ox и Oy осу редом у тачкама $(\boxed{\frac{5}{2}}, \boxed{\frac{0}{1}})$, $(\boxed{0}, \boxed{-5})$.
09	Крива $x^2 - 4xy + y^2 + 6x + 2014 = 0$ има дијаметар $d_1 : x + y - 3 = 0$. Центар криве и дијаметар конјугован дијаметру d_1 су редом тачка и права: $C(\boxed{1}, \boxed{2})$, $d_2 : \boxed{1}x - y + \boxed{1} = 0.$
10	Једначина елипсе која има жиже $F_1(-1,2)$ и $F_2(-1,-2)$ и директрису $l : y = 4$ је $\boxed{2}x^2 + y^2 + \boxed{0}xy + \boxed{4}x + \boxed{0}y + \boxed{-6} = 0.$

/

Геометрија 1 - 2012/13 - Тест (11.05.2013)

Обавезно прочитати!
Пре почетка рада на тесту, студент је дужан да попуни заглавље, тако што ће у прво поље уписати име и презиме, у друго поље ток и групу, док се у последње поље уписује број индекса. У току теста није дозвољено коришћење литературе, окретање, нити постављање питања дежурном, а све врсте покушаја варања биће ригорозно санкционисане. Тест се састоји од 10 задатака исписаних са обе стране овог папира. Решења задатака су реални бројеви које треба уписати у за то предвиђене кућице. Поени предвиђени за задатак освајају се уколико су све кућице у оквиру тог задатка исправно попуњене. Сви задаци су равноправни и носе 3 поена. Време предвиђено за рад је 90 минута! Срећан рад!

01

Нека је X тачка таква да је $\overrightarrow{AX} = 3\overrightarrow{BX}$. Тада за сваку тачку O важи

$$\overrightarrow{OX} = \boxed{-\frac{1}{2}}\overrightarrow{OA} + \boxed{\frac{3}{2}}\overrightarrow{OB}$$

02

Крива другог реда која има жижу $(1,1)$ спрегнуту директрисом $x+y+5=0$ и садржи тачку $(2,2)$ има ексцентрицитет једнак

$$e = \boxed{\frac{2}{9}}$$

03

Раван која садржи праве $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{2}$ и $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$ има једначину

$$x + \boxed{5}y + \boxed{-8}z + \boxed{-5} = 0$$

04

Ако су $A(4,2,2)$, $B(0,0,1)$, $C(0,1,0)$ и $D(1,0,0)$ темена тетраедра, онда је његова запремина једнака

$$\boxed{\frac{7}{6}}$$

05	Подножје нормале из тачке $(1,2,3)$ на раван $2x+y+2z+17=0$ је тачка $\left(\boxed{-5}, \boxed{-1}, \boxed{-3}\right)$
06	Нека су A, B и C три неколинеарне тачке у равни. Ако тачка M у координатном систему Axy који има почетак у A и координатне векторе $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ има координате $(1,7)$, онда су координате тачке M у координатном систему $Bx'y'$ који има почетак у B и координатне векторе $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BC}$ једнаке $\left(\boxed{-7}, \boxed{7}\right)$
07	Нека је T тежиште тетраедра $ABCD$, а S средиште дужи AB. Тада је $\overrightarrow{ST} = \boxed{-\frac{1}{4}}\overrightarrow{AB} + \boxed{\frac{1}{4}}\overrightarrow{AC} + \boxed{\frac{1}{4}}\overrightarrow{AD}$
08	Дијаметар конјугован дијаметру $x-y=0$ за хиперболу $x^2+6xy+4y^2-8x-14y+2013=0$ је права $x + \boxed{\frac{7}{4}}y + \boxed{-\frac{11}{4}} = 0$
09	Ако је $\overrightarrow{x}\cdot\overrightarrow{y}=4$, онда је $\overrightarrow{x}\times(\overrightarrow{y}\times(\overrightarrow{x}\times\overrightarrow{y})) = \boxed{0}\overrightarrow{y} + \boxed{-4}\overrightarrow{x}\times\overrightarrow{y}$
10	Права која садржи тачку $(1,0,1)$, паралелна је равни $x+y+3=0$ и сече праву $\frac{x}{-5}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ има једначину $\frac{x-1}{1} = \frac{y-\boxed{0}}{\boxed{-1}} = \frac{z-\boxed{1}}{\boxed{-3}}$

/

Геометрија 1 - 2011/12 - Тест (20.05.2012)

Обавезно прочитати!
Пре почетка рада на тесту, студент је дужан да попуни заглавље, тако што ће у прво поље уписати име и презиме, у друго поље ток и групу, док се у последње поље уписује број индекса. У току теста није дозвољено коришћење литературе, окретање, нити постављање питања дежурном, а све врсте покушаја варања биће ригорозно санкционисане. Тест се састоји од 10 задатака исписаних са обе стране овог папира. Решења задатака су реални бројеви које треба уписати у за то предвиђене кућице. Поени предвиђени за задатак освајају се уколико су све кућице у оквиру тог задатка исправно попуњене. Сви задаци су равноправни и носе 3 поена. Време предвиђено за рад је 90 минута! Срећан рад!

01

Нека је X тачка таква да је $3\overrightarrow{BX} = \overrightarrow{BA}$. Тада за сваку тачку O важи

$$\overrightarrow{OX} = \boxed{\tfrac{1}{3}}\overrightarrow{OA} + \boxed{\tfrac{2}{3}}\overrightarrow{OB}$$

02

Нека је X тежиште тетраедра $ABCD$, а Y тежиште тетраедра $BCDX$. Тада је

$$\overrightarrow{XY} = \boxed{\tfrac{1}{16}}\overrightarrow{AB} + \boxed{\tfrac{1}{16}}\overrightarrow{AC} + \boxed{\tfrac{1}{16}}\overrightarrow{AD}$$

03

Ако су $A(0,0,0)$, $B(1,2,3)$, $C(2,0,2)$ и $D(2,1,-9)$ темена тетраедра, онда је његова запремина једнака

$$\boxed{8}$$

04

Нека су $\overrightarrow{u}$ и $\overrightarrow{v}$ вектори такви да је $\|\overrightarrow{u}\| = \|\overrightarrow{v}\| = 1$ и $\measuredangle(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \frac{\pi}{3}$. Ако је $\overrightarrow{x}$ ортогоналан на $\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{v}$ и такав да је $\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{u} = 7$ и $\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{v} = 8$, тада је

$$\overrightarrow{x} = \boxed{4}\overrightarrow{u} + \boxed{6}\overrightarrow{v}$$

05	У равни је дат троугао ABC. Координатни систем Bxy има почетак у B и координатне векторе $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{BC}$. Нови координатни систем $Ax'y'$ има почетак у A и координатне векторе $\overrightarrow{a'} = \overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{b'} = \overrightarrow{AB}$. Веза између старих и нових координата је $x = \boxed{-1}x' + \boxed{-1}y' + \boxed{1}$, $y = \boxed{1}x' + \boxed{0}y' + \boxed{0}$
06	Нека су дате праве $p : x-1 = y-2 = z-2$ и $q : x-1 = 2-y = 2z$. Раван која садржи праву p и паралелна је са q има једначину $x + \boxed{-1}y + \boxed{4}z + \boxed{-7} = 0$
07	Подножје нормале из тачке $(1,-2,-5)$ на праву $x = y-1 = 2z$ је тачка $\left(\boxed{-2}, \boxed{-1}, \boxed{-1}\right)$
08	Праве $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-\lambda}{2}$ и $\frac{x-\lambda}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-6}{1}$ се за неку вредност параметра λ секу у тачки $\left(\boxed{2}, \boxed{3}, \boxed{5}\right)$
09	Дијаметар конјугован дијаметру $x = 2$ за хиперболу $x^2+6xy+4y^2+2x-4y+5 = 0$ је права $3x + \boxed{4}y + \boxed{-2} = 0$
10	Крива другог реда која има жижу $(1,1)$ којој одговара директриса $x+y+1 = 0$ и садржи тачку $(2,3)$ има ексцентрицитет једнак $\boxed{\frac{\sqrt{10}}{6}}$

/

Геометрија 1 - 2011/12 - Тест (20.05.2012)

Обавезно прочитати!
Пре почетка рада на тесту, студент је дужан да попуни заглавље, тако што ће у прво поље уписати име и презиме, у друго поље ток и групу, док се у последње поље уписује број индекса. У току теста није дозвољено коришћење литературе, окретање, нити постављање питања дежурном, а све врсте покушаја варања биће ригорозно санкционисане. Тест се састоји од 10 задатака исписаних са обе стране овог папира. Решења задатака су реални бројеви које треба уписати у за то предвиђене кућице. Поени предвиђени за задатак освајају се уколико су све кућице у оквиру тог задатка исправно попуњене. Сви задаци су равноправни и носе 3 поена. Време предвиђено за рад је 90 минута! Срећан рад!

01

Нека је C тачка таква да је $\overrightarrow{AC} = 6\overrightarrow{AB}$. Тада за сваку тачку O важи

$$\overrightarrow{OB} = \boxed{\tfrac{5}{6}}\overrightarrow{OA} + \boxed{\tfrac{1}{6}}\overrightarrow{OC}$$

02

Нека су A, B, C и D некомпланарне тачке, X тежиште троугла ABC, а Y тежиште троугла ABD. Тада је

$$\overrightarrow{YX} = \boxed{0}\overrightarrow{AB} + \boxed{\tfrac{1}{3}}\overrightarrow{AC} + \boxed{-\tfrac{1}{3}}\overrightarrow{AD}$$

03

Ако су $A(0,0)$, $B(5,4)$ и $C(1,2)$ темена троугла, онда је његова површина једнака

$$\boxed{3}$$

04

Нека је $\overrightarrow{u}$ и $\overrightarrow{v}$ вектори такви да је $\|\overrightarrow{u}\| = \|\overrightarrow{v}\| = 1$ и $\measuredangle(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \frac{\pi}{3}$. Ако је $\overrightarrow{x}$ ортогоналан на $\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{v}$ и такав да је $\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{u} = 4$ и $\overrightarrow{x} \cdot \overrightarrow{v} = 5$, тада је

$$\overrightarrow{x} = \boxed{2}\overrightarrow{u} + \boxed{4}\overrightarrow{v}$$

05	У равни је дат ромб $ABCD$. Координатни систем Axy има почетак у A и координатне векторе $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{AD}$. Нови координатни систем $Px'y'$ има почетак у P и координатне векторе $\overrightarrow{a'} = \overrightarrow{PC}$ и $\overrightarrow{b'} = \overrightarrow{PQ}$, где су P и Q средишта страница BC и CD. Веза између старих и нових координата је $x = \boxed{0}x' + \boxed{-\frac{1}{2}}y' + \boxed{1}$, $y = \boxed{\frac{1}{2}}x' + \boxed{\frac{1}{2}}y' + \boxed{\frac{1}{2}}$
06	Раван која ортогонална на раван Oxy и која садржи праву $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-10}{3}$ има једначину $-4x + \boxed{5}y + \boxed{0}z + \boxed{-1} = 0$
07	Тачка симетрична тачки $(2, 2, 6)$ у односу на раван $x + y - z - 1 = 0$ је тачка $\left(\boxed{4}, \boxed{4}, \boxed{4}\right)$
08	Права $x + 2y + 3 = 0$ је од праве $x + 2y - 7 = 0$ удаљена за $\boxed{2\sqrt{5}}$
09	Дијаметар ортогоналан на дијаметар $y = -1$ хиперболе $x^2+6xy+4y^2+2x-4y+5 = 0$ има једначину $x + \boxed{0}y + \boxed{-2} = 0$
10	Крива другог реда која има жижу $(0, 0)$ којој одговара директриса $3x + 4y + 1 = 0$ и садржи тачку $(4, 3)$ има ексцентрицитет једнак $\boxed{1}$