
АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА
(ГЕОМЕТРИЈА 1)

— рокови —

Рокови школске 2024/2025 године

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

ЈАНУАР 2 ПС - 06.03.2026. године

Време рада: 135мин. Срећно!



- Дате су две праве пирамиде са истом основом, квадратом $ABCD$ ивице a , и врховима E и F са супротних страна основе $ABCD$. Нека је A_{xyz} позитивно оријентисан ортонормирани репер са почетком у тачки A и координатним векторима $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$ који представљају позитивне правце оса x и y , редом. Уколико је висина пирамиде са врхом E једнака a , а висина пирамиде са врхом F једнака $2a$:
 - [6п] Израчунати координате свих темена у обе пирамиде.
 - [5п] Доказати да угао између правих AE и CF не зависи од дужине a .
 - [4п] Наћи координате тачке S која представља пресек праве EF и симетрале угла $\angle EAF$.
- Дате су права $d: 2x - y + 1 = 0$ и тачке $F_1(1, 0)$ и $F_2(-1, 1)$:
 - [11п] Одредити једначину криве другог реда чија је једна од директриса права d , а жиже су јој тачке F_1 и F_2 .
 - [3п] Одредити једначину геометријског места тачака које су подједнако удаљене од тачке F_1 и праве d . Која крива је у питању?
- [14п] Одредити бар једно афино пресликавање простора којим се круг $k: (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 4, z = 1$ пресликава на елипсу $\mathcal{E}: 4x^2 + 9y^2 = 36, z = 0$. Одредити слику равни $\alpha: x + y + z = 0$ при том пресликавању.
- [16п] Изометријском трансформацијом свести површ $\mathcal{P}: x^2 + y^2 - 2z^2 + 2xy + 3x - 4z + 5 = 0$ на канонски облик. Која површ је у питању?
- [12] Одредити растојање између градова Београд ($45^\circ N, 20^\circ E$) и Сантјаго ($30^\circ S, 70^\circ W$), ако се зна да је полупречник планете Земље приближно $R = 6371 km$.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

ЈАНУАР 1 ПС - 14. 2. 2026. године

Време рада: 135мин. Срећно!



- Нека су $A(-1, -2, 7)$, $B(5, 0, -4)$, $D(0, 1, 3)$ и $D_1(-3, -1, -2)$ четири темена паралелопипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.
 - [4п] Израчунати координате преосталих темена паралелопипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.
 - [6п] Израчунати запремину паралелопипеда и висину која одговара пљосни $ADD_1 A_1$.
 - [5п] Одредити угао између правих BC и DD_1 и дужину пројекције вектора $\overrightarrow{DD_1}$ на вектор $\overrightarrow{BC}$.
- Дате су тачка $M(-1, 1, 1)$ и права $p: y = 0, x - z + 1 = 0$.
 - [7п] Одредити једначину нормале n на праву p која садржи тачку M .
 - [7п] Одредити једначину равни која садржи нормалу n и нормална је на раван Oxy .
- [14п] Изометријском трансформацијом свести криву $\mathcal{K}: 3x^2 + 3y^2 + 2xy - 2x - 4y - 9 = 0$ на канонски облик и написати формуле те трансформације. Која крива је у питању и колики је њен ексцентрицитет?
- [14п] Нека је $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 + \frac{9}{4}z^2 - 3xz + 6x - y - 7z + 5 = 0\}$ и $\mathcal{C}$ цилиндар чије су изводнице паралелне правој $p: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2}$, а који садржи параболу $y = x^2, z = 2$. Доказати да је $S = \mathcal{C}$.
- [6п] Одредити формуле афиног пресликавања простора које представља централну симетрију S_T у односу на тачку $T(-2, 1, -3)$. Одредити слику σ површи $x^2 + 8x + y^2 - 4y + z^2 + 12z + 55 = 0$ при централној симетрији S_T и доказати да је σ јединична сфера.
 - [7п] Сферни троугао ABC на сфери σ (из дела а)) има два једнака угла $\alpha = \beta = \frac{\pi}{6}$ и трећи угао $\gamma = \frac{3\pi}{4}$. Израчунати површину и ивице тог троугла.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

ДЕЦЕМБАР ПС - 28.12.2025. године

Време рада: 135мин. Срећно!



- Нека су O и H центар описаног круга и ортоцентар оштроуглог троугла ABC , редом.
 - [6п] Ако постоје, одредити реалне бројеве α, β и γ такве да је $\overrightarrow{OA_1} = \alpha \overrightarrow{AH}$, $\overrightarrow{OB_1} = \beta \overrightarrow{BH}$ и $\overrightarrow{OC_1} = \gamma \overrightarrow{CH}$, при чему су тачке A_1, B_1 и C_1 средишта страница BC, AC и AB , редом.
 - [5п] Ако су T_1, T_2 и T_3 тежишта троуглова HBC, HCA и HAB , редом, доказати да важи $\overrightarrow{AT_1} + \overrightarrow{BT_2} + \overrightarrow{CT_3} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$.
 - [5п] Ако је P површина троугла ABH и тачке D и E такве да је $\overrightarrow{OD} = -7\overrightarrow{OB_1}$ и $\overrightarrow{OE} = 8\overrightarrow{A_1E}$, изразити површину троугла ODE у функцији од P .

2. Дате су тачка $T(0, 2, 3)$, права $p: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ и раван $\alpha: x - 3y + 4z + 2025 = 0$.
- а) [7п] Одредити једначину равни β која садржи праву p и нормална је на раван α .
- б) [7п] Одредити једначину праве l која садржи тачку T , паралелна је равни α и сече праву p .
3. [15п] Одредити геометријско место тачака из којих се хипербола $\mathcal{H}: 9x^2 - 16y^2 = 144$ види под правим углом.
4. [13п] Површ $x^2 + 2y^2 + z^2 - 2xy - 2yz = 1$ изометријском трансформацијом свести на канонски облик и написати формуле те трансформације. Која површ је у питању?
5. [12] Одредити растојање између градова Отава ($45^\circ N, 75^\circ W$) и Кејптаун ($45^\circ S, 15^\circ E$), ако се зна да је полупречник планете Земље приближно $R = 6371 km$.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)
СЕПТЕМБАР 3 - 06.11.2025. године
Време рада: 135мин. Срећно!



1. Нека је $ABCD$ ромб чија је дужина странице a и пресечна тачка дијагонала AC и BD је O . Нека је M тачка за коју важи $\overrightarrow{MA} \circ \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} \circ \overrightarrow{MD} = d^2$, где је d дати позитиван реалан број.
- а) [6п] Доказати да је тежиште скупа тачака $\{A, B, C, D\}$ тачка O , као и да је $2||\overrightarrow{MO}||^2 = a^2 + d^2$.
- б) [8п] Израчунати $||\overrightarrow{MA}||^2 + ||\overrightarrow{MB}||^2 + ||\overrightarrow{MC}||^2 + ||\overrightarrow{MD}||^2$ помоћу датих бројева a и d .
2. Дате су права $p: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ и тачка $C(0, 1, 4)$.
- а) [9п] Одредити координате тачака A и B које припадају правој p тако да $\triangle ABC$ буде једнакокраки троугао са основицом AB дужине 12.
- б) [4п] Одредити једначину висине $\triangle ABC$ из темена C као и дужину те висине.
- в) [2п] Одредити површину $\triangle ABC$ помоћу векторског израза за површину троугла, а затим коришћењем дужине основице AB и висине из темена C . Проверити да су резултати једнаки.
3. [15п] Изометријском трансформацијом свести криву $\mathcal{K}: 3x^2 + 8xy + 9y^2 + 2x - y + 1 = 0$ на канонски облик. Која крива је у питању?
4. [14п] Одредити једначину кружног конуса чија је оса права $o: \frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{0} = \frac{z+1}{3}$, чији врх припада равни $\alpha: x + 2y - z + 1 = 0$ и који садржи тачку $M(1, 1, 1)$.
5. На јединичној сфери дате су тачке $A(0, 0, 1)$ и $B(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$.
- а) [5п] Одредити тачку C тако да сферни троугао ABC буде једнакокрак, где је $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ и $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$.
- б) [7п] Одредити све странице и углове сферног троугла ABC , као и његову површину.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)
СЕПТЕМБАР 2 - 27.10.2025. године
Време рада: 135мин. Срећно!



1. Нека је $\triangle ABC$ троугао и тачке P и Q такве да је $\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{PB}$ и $\overrightarrow{BQ} = -3\overrightarrow{QC}$, а тачка R пресек правих AQ и PC .
- а) [8п] Израчунати однос у ком права AC дели дуж RB .
- б) [6п] Уколико је $A(1, 0)$, $B(5, 0)$ и $C(2, 3)$, израчунати површину троугла $\triangle APR$.
2. Дате су тачке $P(1, 1)$ и $D(1, -1)$, као и права $s: x + 2y - 1 = 0$.
- а) [7п] Одредити праву d која садржи тачку D и нормална је на праву s , а затим одредити једначине обе симетрале углова које граде праве d и s .
- б) [7п] Одредити једначину параболе која садржи тачку P и којој је права s оса симетрије, а права d директриса.
3. Дате су права $l: \frac{x}{6} = \frac{y+4}{2} = \frac{z}{5}$ и сфере $\mathcal{S}_1: (x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ и $\mathcal{S}_2: x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$.
- а) [5п] Одредити формуле свих хомотетија којима се сфера $\mathcal{S}_1$ пресликава на сферу $\mathcal{S}_2$.
- б) [9п] Одредити једначине равни које садрже праву l и додирују сферу $\mathcal{S}_2$.
4. [16п] Површ $\mathcal{P}: 2x^2 - y^2 + z^2 + 4xy + 4x - 8y + 4z + 6 = 0$ изометријском трансформацијом свести на канонски облик и написати формулу те трансформације. Која површ је у питању?
5. [12] Марсовци Пум и Пај су слетели на планету Земљу ($R = 6371 km$), редом у градове Монтевидео ($30^\circ S, 59^\circ W$) и Санкт Петербург ($60^\circ N, 31^\circ E$). Одредити приближно растојање између Марсоваца Пум и Пај.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)
СЕПТЕМБАР 1 - 14.10.2025. године
Време рада: 135мин. Срећно!



1. а) [2п] Доказати да за произвољне векторе $\vec{a}$ и $\vec{b}$ важи $2 \cdot \vec{a} \circ \vec{b} = \|\vec{a}\|^2 + \|\vec{b}\|^2 - \|\vec{a} - \vec{b}\|^2$.
 б) [10п] Нека је D тачка на страници BC троугла ABC . Доказати да је тада

$$\|\overrightarrow{AD}\|^2 = \frac{\overrightarrow{BD}}{\overrightarrow{BC}} \|\overrightarrow{AC}\|^2 + \frac{\overrightarrow{DC}}{\overrightarrow{BC}} \|\overrightarrow{AB}\|^2 + \overrightarrow{BD} \circ \overrightarrow{CD}.$$

2. [15п] Дат је квадрат $ABCD$ и тачке E и F тако да је $ABCDEF$ правилан октаедар. Афини репер $Axyz$ има базне векторе $\vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}$, $\vec{e}_2 = \overrightarrow{AD}$ и $\vec{e}_3 = \overrightarrow{AF}$, док афини репер $Tx'y'z'$ са почетком у тачки T , која је тежиште троугла ABF , има базне векторе $\vec{f}_1 = \overrightarrow{TA}$, $\vec{f}_2 = \overrightarrow{TE}$ и $\vec{f}_3 = \overrightarrow{TF}$. Изразити координате (x, y, z) произвољне тачке M у реперу $Axyz$ помоћу координата (x', y', z') исте тачке у реперу $Tx'y'z'$. Одредити координате темена октаедра у оба афина репера.
3. [15п] Дате су тачке

$$P_1(1, 1, 1), \quad U(2, 1, -1), \quad M(-1, 0, 2), \quad P_2(1, 1, -1), \quad A(-1, -1, 1), \quad J(-2, 4, 2).$$

- Ако је B тачка симетрична тачки J у односу на раван α одређену тачкама P_1 , U и M , а C тачка симетрична тачки J у односу на праву p која садржи тачке P_2 и A , одредити дужину дужи BC .
4. [14п] Одредити једначину криве другог реда чија једна директриса има једначину $d : y = x - 1$, а жиже су јој тачке $F_1(-1, 3)$ и $F_2(1, 1)$.
5. Дата је права $p : \frac{x-1}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$.
 а) [7п] Одредити једначину површи $\mathcal{P}$ настале ротацијом праве p око Oz -осе. Која површ је у питању?
 б) [7п] Круг добијен у пресеку $\mathcal{P}$ са Oxy -равни написати као пресек две сфере полупречника $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)
ЈУН 2 - 01. 10. 2025. године
Време рада: 135 минута. Срећно!



1. Нека је $ABCDEF$ правилан шестоугао у равни.
 а) [4п] Наћи $\alpha \in \mathbb{R}$ и $\beta \in \mathbb{R}$ такве да је $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} = \alpha \overrightarrow{AD} + \beta \overrightarrow{AF}$. Да ли је уређен пар (α, β) јединствен?
 б) [5п] Доказати да тежиште T скупа тачака B, C, D, E, F припада дужи AD . Да ли су тачке C , T и F колинеарне?
 в) [7п] Ако је дужина странице шестоугла $ABCDEF$ једнака 1, одредити дужину дијагонале HJ и површину паралелограма $AHIJ$ ако је $\overrightarrow{AH} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ и $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.
2. Нека је $ABCD$ правоугаоник у ортонормираном реперу Axy такав да је $B(8, 0)$ и $C(8, 6)$.
 а) [6п] Одредити бар једно афино пресликавање равни које описани круг око правоугаоника $ABCD$ пресликава на елипсу $\mathcal{E} : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.
 б) [7п] Ако је тачка S центар описаног круга око правоугаоника $ABCD$ и $Sx'y'$ ортонормирани репер који има позитиван део x' -осе у смеру вектора $\overrightarrow{SC}$ и исте је оријентације као репер Axy , одредити везу координата (x, y) и (x', y') , као и координате тачке E симетричне тачки A у односу на тачку C у оба репера.
3. [14п] Изометријском трансформацијом свести криву $\mathcal{K} : x^2 - 3x + 4xy + y^2 + 21y - 15 = 0$ на канонски облик и одредити њене жиже. Која крива је у питању?
4. а) [6п] Одредити међусобни положај правих $p : y = 0, z = 0$ и $q : x = 0, z = 2025$. Одредити једначину равни α која садржи праву p и паралелна је правој q , као и растојање тачке $T(3, 4, 5)$ од те равни.
 б) [7п] Одредити једначину геометријског места тачака које су једнако удаљене од правих p и q . Која површ је у питању?
5. [14п] Користећи сферне координате навести бар један пар тачака B и C јединичне сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ тако да сферни троугао ABC буде једнакостраничан са унутрашњим углом $\frac{3\pi}{4}$, при чему је тачка A северни пол. Одредити обим и површину тог троугла.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)
ЈУН 1 - 18.09.2025. године
Време рада: 135мин. Срећно!



1. Нека је дат трапез $ABCD$ и нека тачка O представља пресек његових дијагонала и нека их дели у односу $2 : 1$ тако да важи $\overrightarrow{AO} = 2\overrightarrow{OC}$. Нека је S средиште основице AB .

- а) [4п] Ако је M тачка на краку AD тако да су праве DS , AO и BM конкурентне и N тачка на краку BC тако да су праве CS , BO и AN конкурентне, у ком односу тачке M и N деле краке на којима се налазе?
- б) [12п] Доказати да су тачке M , O и N колинеарне, као и да су праве AN , BM и OS конкурентне.
2. [12п] Дата је тачка $S(-2, 2)$. Одредити формуле ротације $\mathcal{R}_{S, \frac{\pi}{3}}$ и хомотетије $\mathcal{H}_{S, 2}$. Показати да ова два пресликавања комутирају. Шта је слика круга $k: (x-4)^2 + (y+2)^2 = 4$ при композицији $\mathcal{R}_{S, \frac{\pi}{3}} \circ \mathcal{H}_{S, 2}$?
3. Дате су тачке $A(-1, 1)$ и $B(0, -2)$, као и праве $p: x + y - 3 = 0$ и $q: x - y - 1 = 0$.
- а) [4п] Одредити тачку A' која је симетрична тачки A у односу на праву p .
- б) [9п] Одредити једначину криве другог реда која садржи тачке A и B и којој су праве p и q осе симетрије. Која крива је у питању?
4. [16п] Површ $\mathcal{P}: 3x^2 + 3y^2 + 10xy - 16x - 12z - 12 = 0$ изометријском трансформацијом свести на канонски облик и написати формулу те трансформације. Која површ је у питању?
5. На јединичној сфери дате су тачке $A(0, 0, 1)$ и $B(0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.
- а) [5п] Одредити тачку C тако да сферни троугао ABC буде једнакокрак, где је $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ и $\angle BAC = \frac{2\pi}{3}$.
- б) [8п] Одредити све странице и углове сферног троугла ABC , као и његову површину.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

ЈАНУАР 2 - 29.08.2025. године

Време рада: 135мин. Срећно!



1. Дат је паралелограм $ABCD$ и нека су E , F и G тачке такве да важи $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{FD}$, $\overrightarrow{DE} = 3\overrightarrow{EC}$ и $\overrightarrow{BG} = 2\overrightarrow{BD}$. Означимо са X пресек правих GE и BC , а са Y пресек правих GF и AB .
- а) [8п] Одредити у ком односу тачке X и Y деле странице BC и AB паралелограма $ABCD$.
- б) [8п] Доказати да се праве AC , EF и XY секу у једној тачки.
2. Дате су праве $p: \frac{x-1}{0} = \frac{y-\lambda}{1} = \frac{z-1}{-2}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ и $q: \frac{x+4}{-1} = \frac{y+2}{0} = \frac{z+2}{3}$.
- а) [4п] Одредити вредност параметра λ тако да се праве p и q секу, као и координате пресечне тачке.
- б) [10п] За $\lambda = 3$ одредити једначину заједничке нормале, као и растојање мимоилазних правих p и q .
3. а) [6п] Одредити једначину параболе $\mathcal{P}$ чије је теме $T(2, 2)$ и жижа $F(3, 1)$. Скицирати слику.
- б) [10п] Изометријском трансформацијом координата свести параболу $\mathcal{P}$ на канонски облик.
4. [12п] Одредити једначину кружног цилиндра чија је оса права $o: x = -2, y + z = 1$ и који је описан око сфере $S: x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2z - 4 = 0$.
5. [12п] На планети Марс налазе се Марсовци Пум ($30^\circ S, 29^\circ E$) и Пај ($60^\circ N, 61^\circ W$). Под претпоставком да је Марс сфера полупречника $R = 3390 km$, одредити приближно растојање између Марсоваца Пум и Пај.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

ЈАНУАР 1 - 16.08.2025. године

Време рада: 135 минута. Срећно!



1. Нека је ABC троугао, а P , Q , R тачке на страницама BC , AC , AB , редом, такве да се дужи AP , BQ , CR секу у једној тачки и да је $A\hat{R}:A\hat{B} = 2:7$ и $A\hat{Q}:Q\hat{C} = 8:5$.
- а) [5п] Ако је дужина странице BC једнака 15, одредити дужине дужи BP и PC .
- б) [10п] Одредити координате тачке P у афиним реперу Axy са почетком у тачки A и координатним векторима $\vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}$ и $\vec{e}_2 = \overrightarrow{AC}$, као и у афиним реперу $Bx'y'$ са почетком у тачки B и координатним векторима $\vec{f}_1 = \overrightarrow{BQ}$ и $\vec{f}_2 = \overrightarrow{BA}$. Одредити везу координата (x, y) и (x', y') .
2. а) [6п] Одредити једначину равни α у простору која је паралелна y -оси и садржи тачке $A(2, 0, -3)$ и $B(4, 2, 7)$.
- б) [10п] Одредити формуле равanske рефлексije простора у односу на раван α . Испитати да ли ово пресликавање чува оријентацију простора.
3. [12п] Одредити једначине свих параболоа које имају директрису $x + y - 2 = 0$ и садрже тачке $A(0, 4)$ и $B(0, 12)$.
4. [16п] Свести једначину површи $x^2 - yz - y + 1 = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације. Која површ је у питању?
5. а) [4п] Одредити полупречник круга k на сфери $\sigma: x^2 + y^2 + z^2 = 1$ који садржи тачке $A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$ и $C(0, 0, 1)$.
- б) [7п] Израчунати најкраће растојање d између тачака A и B мерено по кругу k и доказати да је оно веће од најкраћег растојања по великом кругу сфере σ између тачака A и B .

Рокови школске 2023/2024 године

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

СЕПТЕМБАР 2 - 27.09.2024. године

Време рада: 135мин. Срећно!



- [8п] Дат је квадрат $ABCD$. Нека је тачка E таква да важи $\overrightarrow{DE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DB}$. Нека је тачка F пресек правих CB и AE , а тачка G пресек правих AB и CE . Израчунати површине троуглова AEC и BFG у односу на површину квадрата $ABCD$.
- [8п] Одредити једначину криве другог реда чија једна директриса има једначину $d: x + 2y + 2 = 0$, а жиже су јој тачке $F_1(2, 0)$ и $F_2(0, -4)$. Која крива је у питању?
- [8п] Дате су равни $\alpha: x - 2y + z - 3 = 0$ и $\beta: 2y + 4z = 0$, као и тачка $P(0, 2, -1)$.
 - [4п] Одредити једначину праве p која садржи тачку P , паралелна је равни α и садржана је у равни β .
 - [4п] Одредити формуле рефлексије у односу на раван α . Шта је слика праве p при тој рефлексији?
- [9п] Површ $\mathcal{P}: 3x^2 + 3z^2 + 4xy + 8xz + 4yz - 3z = 0$ изометријском трансформацијом свести на канонски облик и написати формулу те трансформације. Која површ је у питању?
- [7п] На јединичној сфери дате су тачке $A(0, 0, 1)$ и $B(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{1}{2})$. Одредити тачку C тако да сферни троугао ABC буде једнаокрак, где је $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ и $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$. Одредити потом све стране и углове сферног троугла ABC , као и његову површину.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

СЕПТЕМБАР 1 - 07.09.2024. године

Време рада: 135мин. Срећно!



- [7п] Дат је правоугаоник $ABCD$ и тачка E таква да је $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{8}\overrightarrow{AC}$. Ако је тачка F пресек правих DE и AB , одредити однос $AF:FB$.
- [9п] Дате су праве $p: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$ и $q: \frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{3}$ и раван $\alpha: x + y + z = 2024$. Одредити једначину праве r која је паралелна равни α и сече праве p и q у тачкама чије је растојање једнако $\sqrt{14}$.
- [9п] Изометријском трансформацијом свести криву $\mathcal{K}: 15x^2 + 8y^2 + 24xy + 44x + 32y + 20 = 0$ на канонски облик и одредити њене жиже у (x, y) -координатама. Која крива је у питању?
- [8п] Одредити једначину површи која је геометријско место тачака подједнако удаљених од равни $\alpha: 2x - 2y + z + 6 = 0$ и праве $p: \begin{cases} x - 2y + 10 = 0 \\ x + z + 2 = 0 \end{cases}$.
- [7п] Одредити (приближно) растојање између два места на планети Марс која су дата са $A: 45^\circ$ јужне географске ширине, 90° источне географске дужине и $B: 30^\circ$ северне географске ширине, 60° источне географске дужине. Претпоставити да је Марс сфера полупречника $R = 3390km$.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

ЈУН 2 - 05.07.2024. године

Време рада: 135мин. Срећно!



- [8п] Нека је CC_1 тежишна дуж троугла ABC и P тачка за коју важи $\overrightarrow{CP} = 3\overrightarrow{PC_1}$. Ако је тачка Q пресек правих AP и BC , одредити односе $BQ:BC$ и $AP:AQ$.
- Дате су праве $p: \frac{x-1}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$, $q: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{0}$ и сфера $\sigma: (x-7)^2 + (y-5)^2 + z^2 = 16$.
 - [5п] Одредити једначину заједничке нормале као и растојање мимоилазних правих p и q .
 - [3п] На правој p наћи тачку A која је најближа сфери σ .
- [8п] Одредити једначину параболе која садржи тачку $A(-1, 0)$, права $d: 2x - y + 2 + 2\sqrt{5} = 0$ је њена директриса и права $o: x + 2y - 3 = 0$ јој је оса симетрије.
- [8п] Одредити формуле афиног пресликавања простора које представља композицију ротације око праве $p: y = 0, z = 0$ за угао $\varphi = \frac{\pi}{3}$ и рефлексије у односу на раван $\alpha: x = 0$. Шта је слика сфере $\sigma: x^2 + y^2 - 2y + z^2 = 0$ при овом пресликавању?
- (а) [4п] Одредити једначину кружног цилиндра који додирује сфере $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ и $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 1$.

- (б) [4п] Круг који се добије ротацијом тачке $A(1, 1, 1)$ око осе цилиндра из дела (а) написати као пресек две сфере полупречника 3.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

ЈУН 1 - 13.06.2024. године

Време рада: 135мин. Срећно!



- [9п] Нека је ABC троугао у еуклидској равни и тачке D и E такве да је $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Одредити тачку F на правој AC такву да су тачке D , E и F колинеарне и изразити вектор $\overrightarrow{AF}$ као линеарну комбинацију вектора $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{BE}$. Ако је P површина троугла ABC , изразити површину троугла CDF и површину четвороугла $ACDE$ у функцији од P .
- [9п] Одредити координате тачака A , B и C у односу на афини репер Oxy у равни, ако је A централно симетрична тачка тачки $(0, -1)$ у односу на тачку $(1, 0)$, B је слика тачке $(\frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$ при ротацији око координатног почетка за 60° у позитивном математичком смеру и C је слика тачке $(4, 4)$ при хомотетији са коефицијентом -2 у односу на тачку $(3, 4)$. Ако у односу на нови афини репер $O'x'y'$ те исте тачке имају координате $A(1, 0)$, $B(0, 1)$ и $C(1, 1)$, изразити координате (x, y) произвољне тачке M у реперу Oxy помоћу координата (x', y') те исте тачке у новом реперу $O'x'y'$.
- [8п] Свести криву другог реда $4x^2 - 4xy + y^2 + 3x + 2y - 7 = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом координата и написати формуле те трансформације. Која је то крива?
- [8п] Одредити вредност параметра λ тако да се праве $p: \frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{5} = \frac{z-1}{-2}$ и $q: x = 2t - \lambda, y = t + 3, z = -5, t \in \mathbb{R}$ секу, као и координате пресечне тачке правих p и q . Затим одредити једначине сфера полупречника λ које су уписане у конус $x^2 + y^2 - z^2 = 0$.
- [6п] Сферни троугао ABC на јединичној сфери у сферној геометрији има углове $\alpha = \frac{\pi}{3}$, $\beta = \frac{2\pi}{3}$ и површину $P = \frac{\pi}{6}$. Израчунати ивице тог троугла.

Рокови школске 2022/2023 године

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

СЕПТЕМБАР 2 - 26.09.2023. године

Време рада: 135мин. Срећно!



- [8п] Дат је правоугаоник $ABCD$ са страницама $\|AB\| = 2$ и $\|AD\| = 1$. Нека је k описан круг око тог правоугаоника, права која садржи средишта страница AB и CD сече тај круг у тачкама K и L (тачка K је ближа страници AB). Нека је репер A_e задат тачком A и базом $e = (\vec{e}_1, \vec{e}_2) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$, а репер S_f тачком S , која је средиште странице BC , и базом $f = (\vec{f}_1, \vec{f}_2) = (\overrightarrow{SK}, \overrightarrow{SL})$. Изразити векторе базе f преко вектора базе e , а потом написати формуле трансформација координата.
- [8п] Одредити једначину криве другог реда чије су директрисе задате са $d_1: x + y - 2 = 0$ и $d_2: 3x + 3y - 4 = 0$, а једна жижа је $F(2, 1)$. Која крива је у питању?
- [6п] Одредити једначину праве p , ако се зна да она садржи тачку $P(-1, 2, 1)$, сече праву $q: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{3}$ и паралелна је равни $\alpha: 2x + 3y + z + 2023 = 0$.
- [10п] Површ $\mathcal{P}: 2x^2 + 2z^2 - 2xz + 2x + 3y + 2z + 2 = 0$ изометријском трансформацијом свести на канонски облик и написати формулу те трансформације. Која површ је у питању?
- [8п] На јединичној сфери дате су тачке $A(\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, B и $C(0, 0, 1)$ тако да је ABC правоугли сферни троуга са правим углом $\angle BCA = \frac{\pi}{2}$ и страницом $\overline{BC} = \frac{\pi}{3}$. Одредити површину тог сферног троугла.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)

СЕПТЕМБАР 1 - 08.09.2023. године

Време рада: 135мин. Срећно!



- [10п] Дат је паралелограм $ABCD$ и тачке E, F и G такве да $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{FD}$, $\overrightarrow{DE} = 3\overrightarrow{EC}$ и $\overrightarrow{BG} = 2\overrightarrow{BD}$. Ако је тачка X пресек CB и GE , а Y пресек AB и GF , доказати да су праве AC , EF и XY конкурентне.
- [7п] Дате су мимоилазне праве $p: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{2}$ и $q: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{2}$. Одредити једначину равни α која је подједнако удаљена од правих p и q .
- [8п] Одредити све параболе које имају директрису $x + y + 1 = 0$ и садрже тачке $A(3, 0)$ и $B(7, 0)$.

4. [8п] Одредити формулу афине трансформације простора која представља композицију симетрије у односу на праву $p: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ и хомотетије са центром у $S(1, 3, 1)$ и коефицијентом 2.
5. [7п] Одредити једначину конуса $\mathcal{K}$ са врхом $V(1, 4, 6)$ који додирује сферу $\sigma: x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6z + 1 = 0$. Која крива је у пресеку конуса $\mathcal{K}$ и Oxy -равни?

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)
ЈУН 2 - 30.06.2023. године
Време рада: 135мин. Срећно!



1. [7п] Дат је троугао ABC . Нека тачка D припада страници AB , а тачка E страници AC , тако да је $\frac{\vec{AD}}{\vec{DB}} = \frac{1}{4}$ и $\frac{\vec{AE}}{\vec{EC}} = \frac{3}{5}$. Уколико се дужи DC и BE секу у тачки F , у ком односу тачка F дели дуж DC ? Изразити вектор $\vec{BF}$ као линеарну комбинацију вектора $\vec{BD}$ и $\vec{BC}$.
2. Дата је коцка $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ивице a . Нека је тачка S средиште странице BB_1 , а Q средиште странице $D_1 C_1$.
 а) [4п] Доказати да је угао између вектора $\vec{DS}$ и $\vec{AQ}$ прав.
 б) [4п] Одредити растојање између мимоилазних правих DS и AQ .
3. Дате су тачке $A(-3, -3)$ и $B(0, -3)$, као и праве $p: x - y - 2 = 0$ и $q: x + y + 2 = 0$
 а) [3п] Одредити тачку B' која је симетрична тачки B у односу на праву q .
 б) [7п] Одредити једначину криве другог реда која садржи тачке A и B и којој су праве p и q осе симетрије. Која крива је у питању?
4. [7п] Одредити формуле ротације око тачке $S(1, 2)$ за угао $\phi = \frac{\pi}{3}$. Шта је слика круга $k: (x-4)^2 + (y-2)^2 = 9$ при том пресликавању?
5. [8п] Одредити једначину конуса чији је врх тачка $V(1, -2, 3)$ и који садржи елипсу $\mathcal{E}: 2x^2 + 3y^2 = 1, z = 0$.

Аналитичка геометрија (Геометрија 1)
ЈУН 1 - 13.06.2023. године
Време рада: 135мин. Срећно!



1. Дат је паралелограм $ABCD$. Тачка O је пресек дијагонала AC и BD , K средиште странице AB и L средиште странице BC .
 а) [3п] Доказати да је O тежиште троугла DKL .
 б) [3п] Репер Axy има координатне векторе $\vec{e}_1 = \vec{AB}$ и $\vec{e}_2 = \vec{AD}$, а репер $Ox'y'$ координатне векторе $\vec{f}_1 = \vec{OK}$ и $\vec{f}_2 = \vec{OL}$. Одредити везу координата (x, y) и (x', y') .
2. [9п] Криву $\mathcal{K}: 2x^2 + 2xy + 2y^2 + 4x + 2y - 4 = 0$ изометријском трансформацијом свести на канонски облик и написати формулу те трансформације. Која крива је у питању?
3. Дате су тачка $A(0, 0, 7)$, права $p: x + 2 = y + 2 = z - 1$ и раван $\alpha: x + 2y + 3z + 1 = 0$.
 а) [4п] Одредити једначину праве q која садржи тачку A , сече праву p и паралелна је равни α .
 б) [6п] Одредити формуле рефлексије у односу на раван α . Шта је слика праве p при тој рефлексији?
4. [8п] Одредити једначину цилиндра $\mathcal{C}$ који садржи пресек равни $\alpha: x + y - z + 1 = 0$ и $\beta: 5x - 4y + z + 2 = 0$, као и круг k који се налази у равни $\gamma: x + y + z = 3$, има полупречник $\sqrt{2}$ и центар у тачки $C(1, 1, 1)$.
5. [7п] На јединичној сфери одредити растојање између тачака $A(30^\circ S, 135^\circ W)$ и $B(60^\circ N, 45^\circ E)$.

Рокови школске 2021/2022 године

Геометрија 1, јануар 1, 2023. године

- 1) (20) Доказати да код троугла ABC симетрала спољашњег угла A и симетрале унутрашњих углова B и C секу праве одређене насупрним ивицама у колинеарним тачкама.
- 2) (20) Дат је правилан петоугао $ABCDE$. У равни петоугла изабрана су два афина репера: репер Axy са почетком у тачки A и координатним векторима $\vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}$ и $\vec{e}_2 = \overrightarrow{AD}$ и репер $Cx'y'$ са почетком у тачки C и координатним векторима $\vec{f}_1 = \overrightarrow{CE}$ и $\vec{f}_2 = \overrightarrow{CA}$. Одредити везу координата (x, y) и (x', y') , као и координате темена у оба репера.
- 3) (20) Дата је хипербола $xy - 1 = 0$. Одредити пар њених конјугованих дијаметара од којих је један паралелан правој $p: 2x + y - 6 = 0$.
- 4) (20) Одредити формуле афиног пресликавања простора које представља композицију ротације за угао $\phi = \frac{\pi}{4}$ око праве $p: x = 0, y = 0$ и рефлексије у односу на раван $\alpha: z = 0$. Шта је слика сфере $x^2 - 2x + y^2 + z^2 = 0$ при том пресликавању?
- 5) (20) Једначину површи другог реда $2x^2 + y^2 + 2z^2 + 6xz - 10x + 2y - 10 = 0$ изометријским трансформацијама свести на канонски облик и написати формуле те трансформације.

Геометрија 1, септембар 2, 2022. године

- 1) (20) Дат је једнакокраки трапез $ABCD$ чија је основа AB , угао код темена A је 60° и $BC = CD = DA = 2$. Ако су M и N средишта страница BC и CD , а $\vec{a}$ и $\vec{b}$ редом јединични вектори истог смера као вектори $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$, изразити векторе $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{MN}$ помоћу вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$, а затим одредити скаларни производ вектора $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{MN}$.
- 2) (20) Одредити угао под којим се секу криве $x^2 + y^2 - 8y - 24 = 0$ и $x^2 = 6y$. Скицирати!
- 3) (20) Раван $\alpha: x + 4y + 8z - 8 = 0$ и координатне равни образују тетраедар. Одредити једначину сфере уписане у тај тетраедар.
- 4) (20) Одредити афину трансформацију простора која представља композицију хомотетије са центром $S(1, 2, 3)$ и коефицијентом 2 и равanske рефлексије у односу на раван $\alpha: x + 2y + 2z - 1 = 0$.
- 5) (20) Одредити приближно растојање између градова $A(60^\circ N, 45^\circ E)$ и $B(30^\circ S, 60^\circ W)$. Узети да је Земља сфера полупречника $r = 6370 km$.

ГЕОМЕТРИЈА 1, септембар 1, 06.09.2022.

- 1.[20] Нека су у равни дате тачке $A(-20, 10)$, $B(40, 10)$ и $C(-5, 25)$. Одредити координате подножја висина из темена A, B, C као и координате ортоцентра H троугла ABC .
- 2.[20] Одредити једначине свих равни које садрже праву $p: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{0}$ и граде угао $\frac{\pi}{4}$ с равни Oxy .
- 3.[20] Одредити једначину криве другог реда чије су осе праве $p: 3x + 4y = 0$ и $q: -4x + 3y = 0$, једна од жижа је тачка $F(3, 4)$ и има ексцентрицитет $\frac{5}{4}$.
- 4.[20] Свести површ другог реда $3x^2 + 4y^2 + 2z^2 - 4xy + 4xz + 6y + 12z = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом и одредити формуле трансформације. Која је површ у питању?
- 5.[20] На јединичној сфери израчунати површину сферног троугла чије су странице $a = b = c = \frac{\pi}{3}$.

Геометрија 1, јун 2 2022. године

- 1) [20] Нека је ABC троугао, тачка M средиште тежишне дужи CC_1 , а тачка N пресек правих BC и AM . Израчунати односе $\overrightarrow{AM} : \overrightarrow{MN}$ и $\overrightarrow{BC} : \overrightarrow{CN}$.
- 2) [7+7+6] а) Одредити афино пресликавање које пресликава квадрат $ABCD$ са теменима $A(-2, -3)$, $B(0, -3)$, $C(0, -1)$, $D(-2, -1)$ у паралелограм $A'B'C'D'$ са теменима $A'(3, 3)$, $B'(7, 5)$, $C'(5, 7)$ и $D'(1, 5)$. б) Одредити једначину слике круга уписаног у квадрат. Која је то крива? в) Колика је површина слике круга?
- 3) [20] Дата је коцка $OAFBCEGD$ ивице 1, са центром S . Афини репер $Oxyz$ са почетком у темену O има координатне векторе $\vec{e}_1 = \overrightarrow{OA}$, $\vec{e}_2 = \overrightarrow{OB}$ и $\vec{e}_3 = \overrightarrow{OC}$. Други афини репер $Sx'y'z'$ има почетак у тачки S , а његови координатни вектори $\vec{f}_1, \vec{f}_2$ и $\vec{f}_3$ су редом јединични вектори истог смера као вектори $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}$ и $\overrightarrow{SC}$. Изразити координате (x, y, z) произвољне тачке M у реперу $Oxyz$ помоћу координата (x', y', z') исте тачке у реперу $Sx'y'z'$.
- 4) [10+10] а) Одредити једначину праве q која садржи тачку $Q(1, 2, 4)$, сече праву $p: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$ и паралелна је равни $\alpha: x - 4y + 3z - 1 = 0$. б) Израчунати запремину пирамиде $PABC$ ако су A, B, C редом пресеци оса Ox, Oy, Oz са равни α , а P пресечна тачка правих p и q .
- 5) [10+10] а) Шта се добија (објаснити и написати једначину) ротацијом праве $p: x = 0, z = y\sqrt{3}$ око осе Oz ? б) Која крива је пресек те површи и равни $y = 1$? Скицирати слику.

- [20] Нека је $ABCD$ конвексан четвороугао у равни такав да је $AB = CD$. Ако су тачке E, F, G и H средишта дужи AD, BC, AC и BD , редом, изразити векторе $\vec{EF}$ и $\vec{GH}$ као линеарну комбинацију вектора $\vec{AB}$ и $\vec{DC}$, а затим доказати да је $\vec{EF} \perp \vec{GH}$.
- [20] Свести криву другог реда $2x^2 + 5xy + 2y^2 - 2 = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом координата и написати формуле те трансформације. Која је то крива? Наћи њен ексцентрицитет и скицирати је.
- [20] Одредити једначину равни α која садржи тачку $T(-2, 1, 3)$ и паралелна је са равни Oxy . Одредити формуле рефлексије простора S_α у односу на раван α , као и формуле translације $\tau_{\vec{v}}$ простора за вектор $\vec{v} = (0, 1, 0)$ ($\tau_{\vec{v}}(X) = X'$ ако и само ако је $\overrightarrow{XX'} = \vec{v}$). Одредити формуле композиција $S_\alpha \circ \tau_{\vec{v}}$ и $\tau_{\vec{v}} \circ S_\alpha$ и скицирати слику тачке $M(1, 2, 4)$ при овим пресликавањима.
- [20] Одредити једначину правог кружног цилиндра чија је оса пресечна права равни $x + 2y = 4$ и $2y - z = 3$ ако је познато да тај цилиндар додирује раван која садржи тачку $(-3, 1, 1)$ и нормална је на праву $\frac{x-15}{1} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-2022}{2}$.
- [20] На јединичној сфери у сферној геометрији одредити (изражавањем координата темена у сферним координатама) низ једнакостраничних троуглова $(NA_nB_n)_{n \in \mathbb{N}}$ чији збир унутрашњих углова тежи ка π , при чему је N северни пол те сфере.

Рокови школске 2020/2021 године

ГЕОМЕТРИЈА 1, јануар, 22.01.2022.

- [14п] Нека је $ABCD$ паралелограм, нека је F тачка на страници BC таква да је $BF : FC = 2 : 3$, нека је G тачка на страници CD таква да је $CG : GD = 2 : 5$ и нека је E пресечна тачка дужи AF и BG . Одредити односе у којима тачка E дели дужи AF и BG .
- [14п] Одредити једначину праве која садржи тачку $A(3, 6, 9)$ и нормална је на равни $\alpha : 2x - y - 2z = 0$. Одредити координате тачке A' која је симетрична тачки A у односу на раван α .
- [14п] Ако су AC и BD било који конјуговани дијаметри једне елипсе, доказати да површина четвороугла $ABCD$ не зависи од избора дијаметара.
- [14п] Свести површ другог реда $7x^2 + y^2 + z^2 + 8xy - 8xz + 16yz = 1$ и одредити тип површи.
- [14п] На сфери полупречника $R = 2$ израчунати површину сферног троугла чије су стране $a - b - c = \frac{\pi}{3}$.

ГЕОМЕТРИЈА 1, септембар 2, 25.09.2021.

- [20п] Нека су A, B, C и D четири различите тачке у простору и M, N, P, Q, R и S редом средишта дужи AB, BC, CD, DA, AC и BD . Доказати да дужи MP, NQ и RS имају заједничко средиште.
- [20п] Дате су тачке $A(5, 3), B(3, 5)$ и $C(9, 3)$.
 - [10п] Одредити једначину круга описаног око троугла ABC .
 - [10п] Одредити афину трансформацију равни којој су тачке B и C непокретне и која тачку A слика у центар описаног круга око троугла ABC .
- [20п] Одредити угао под којим се секу криве $x^2 + y^2 - 4x - 6 = 0$ и $y^2 = 3x$.
- [20п] Одредити једначину кружног цилиндра који је описан око сфера $\sigma_1 : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$ и $\sigma_2 : (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 3$.
- [20п] На јединичној сфери су дате тачке $A(0, 0, 1), B(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ и $C(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$. Израчунати обим сферног троугла ABC .

Геометрија 1 септембар 1 2021.

- Дате су координате тачака $B(-1, -2), C(3, -1)$ и $H(1, 0)$.
 - Одредити координате тачке A тако да тачка H буде ортоцентар троугла ABC .
 - Нека су P_1 и P_2 редом површине троуглова BCH и ABC . Одредити однос $P_1 : P_2$.
- Нека је $ABCD$ правилан тетраедар, нека је D_1 подножје висине тетраедра из темена D на плосан ABC и нека су дата два репера: $A\vec{e}$ и $D_1\vec{f}$, где је $\vec{e} = (\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD})$ и $\vec{f} = (\vec{D_1A}, \vec{D_1B}, \vec{D_1C})$.
 - Одредити формуле трансформације координата из репера $A\vec{e}$ у репер $D_1\vec{f}$.
 - Одредити координате средишта ивица тетраедра у оба репера.
- Нека је права t тангента у тачки M хиперболе Γ . Доказати да тачка M полови дуж чији су крајеви пресечне тачке праве t и асимптота хиперболе Γ .

4. Нека су дате тачке $A(1, -1, 0)$, $B(2, 1, 1)$, $C(-1, 0, 0)$. Одредити геометријско место тачака које су подједнако удаљене од тачака A , B и C .
5. Дата је тачка $V(0, -1, 2)$ и раван $\alpha: x + y - z = 0$. Одредити једначину конуса чији је врх тачка V и чије изводнице заклапају угао $\pi/3$ са равни α .

ГЕОМЕТРИЈА 1, септембар 0, 25.08.2021.

- 1.[20п] Нека је тачка M средиште тежисне дужи AA_1 троугла ABC . Ако је тачка N пресек правих BM и AC одредити односе $NA:AC$ и $BM:MN$.
- 2.[20п] Дата је тачка $A(5, -2, 1)$ и права $p: x = 0, y = z$.
- (а) [10п] Одредити тачку B симетричну тачки A у односу на праву p .
- (б) [10п] На правој p одредити тачку C тако да троугао ABC буде једнакостраничан.
- 3.[20п] У простору су дате равни $\alpha: 2x + y + 2z = 0$ и $\beta: 2x - 2y - z = 0$. Нека је f пресликавање које представља композицију рефлексија у односу на равни α и β редом. Одредити формуле пресликавања f . Шта је слика сфере $\sigma: (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 9$ при том пресликавању?
- 4.[20п] Одредити једначину кружног конуса описаног око сфера $\sigma_1: x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z + 1 = 0$ и $\sigma_2: x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 13 = 0$.
5. [20п] Одредити приближно растојање између тачака на планети Земљи $A(30^\circ S, 45^\circ W)$ и $B(60^\circ N, 45^\circ E)$. Узети да је Земља сфера полупречника 6370km .

Геометрија 1 јун 2 2021.

1. Нека је ABC троугао и тачке P и Q такве да је $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PB}$ и $2\overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{QC}$.
- а) Ако је R тачка праве AC таква да се AQ , BR и CP секу у једној тачки, одредити однос $\overrightarrow{AR} : \overrightarrow{RC}$.
- б) Одредити координате тачке Q у реперу Ae уколико је $e = (\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AC})$.
2. Дате су права $s: x = -1$ и круг $k: (x-2)^2 + y^2 = 1$. Одредити геометријско место центара кругова који спољашњом страном додирују круг k и праву s . Која крива је тражено геометријско место?
3. Дате су две праве $a: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$ и $b: \frac{x+1}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$ као и тачка $C(1, -1, 0)$. Одредити праву c која садржи тачку C , сече праву b и чији вектор правца је ортогоналан на вектор правца праве a .
4. Нека су дате праве $p: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-3}{2}$ и $q: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{2}$. Одредити једначине свих кружних конуса који садрже праве p и q , а чија оса припада равни одређеној правима p и q .
5. На сфери полупречника 2 одредити растојање између тачака $X(30^\circ N, 60^\circ W)$ и $Y(30^\circ S, 30^\circ E)$.

ГЕОМЕТРИЈА 1, јун, 15.06.2021.

- 1.[20] Нека су A, B, C и D, E, F две тројке колинеарних тачака таквих да је B средиште AC и E средиште DF . Ако су P, Q, R редом средишта дужи AD, BE, CF , доказати да су P, Q, R колинеарне и да је Q средиште дужи PR .
- 2.[20]
- (а) [10] Одредити једначину равни γ која полови угао између равни $\alpha: 2x - 2y + z - 3 = 0$ и $\beta: 8x + y - 4z - 1 = 0$ и садржи тачку $C(-4, 1, 1)$.
- (б) [10] Одредити једначину нормалне пројекције праве $p: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{0}$ на равни $\pi: x - 2y + 2z - 5 = 0$ и израчунати угао између праве p и равни π .
- 3.[20] Одредити једначину криве другог реда чије су осе праве $p: 2x + y = 0$ и $q: -x + 2y = 0$, једна од жижа је тачка $F(-1, 2)$ и садржи тачку $B(2, 1)$.
- 4.[20] Одредити формуле бар једног афиног пресликавања које квадрат $ABCD$ с теменима $A(0, 0)$, $B(3, 4)$, $C(-1, 7)$, $D(-4, 3)$ слика на паралелограм $A'B'C'D'$ с теменима $A'(0, 0)$, $B'(7, -2)$, $C'(6, -13)$ и $D'(-1, -11)$. Израчунати површину паралелограма користећи податак да је површина квадрата $ABCD$ једнака 25.
5. [20] На сфери полупречника 1 израчунати површину сферног троугла чије су стране $a = b = c = \frac{\pi}{4}$.

Рокови школске 2019/2020 године

Геометрија 1 јануар 2021.

- [14] Нека је дат троугао ABC који пије једнакокрак, пека су A', B', C' подножја висина из темена A, B, C редом и нека је P пресечна тачка правих $BC, B'C'$, Q пресечна тачка правих $AC, A'C'$ и R пресечна тачка правих $AB, A'B'$. Доказати да су тачке P, Q, R колинеарне.
- [14] Нека се равни $\alpha: 2x + y + z = 0$ и $\beta: 4x - 3y + z = 0$ секу по правој p . Одредити једначину праве q која садржи координатни почетак, припада равни $\gamma: x + y - 2z = 0$ и нормална је на правој p .
- [14] Одредити формуле трансформације која представља композицију осне симетрије равни у односу на осу $p: x - 2y = 0$ и осне симетрије равни у односу на осу $q: 2x + y = 0$.
- [14] Одредити једначину конуса чији је врх тачка $V(0, 0, 0)$ и додирује сферу $S: (x - 2)^2 + y^2 + z^2 = 2$.
- [14] Одредити обим сферног троугла ABC на сфери полупречника 1 коме су углови $\sphericalangle BAC = \frac{\pi}{2}$, $\sphericalangle ABC = \frac{\pi}{2}$, $\sphericalangle ACB = \frac{\pi}{6}$.

Време за рад је 135 минута.

ГЕОМЕТРИЈА 1, Сеп 3, 2020.

- [14п] Дат је паралелограм $ABCD$ чија је површина једнака P . Уколико су M и N тачке такве да важи $\frac{\overrightarrow{BM}}{\overrightarrow{MD}} = \frac{1}{2}$ и $\frac{\overrightarrow{DN}}{\overrightarrow{NC}} = -\frac{4}{1}$, израчунати (у функцији од P) површину троугла AMN .
- [14п] Одредити једначине свих хомотетија које сферу $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ трансформишу на сферу $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 9$.
- [14п] Одредити растојање између паралелних равни $\alpha: x - y + 4z + 2020 = 0$ и $\beta: x - y + 4z - 1 = 0$.
- [14п] Одредити једначину параболе која садржи тачку $A(\sqrt{2}, 0)$, чија је директриса права $d: x + y - 3\sqrt{2} = 0$, а оса симетрије права $o: x - y + \sqrt{2} = 0$.
- [14п] Површ Π настаје ротацијом праве $p: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{0}$ око праве $o: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{0}$. Одредити једначину површи Π , скицирати и написати која је то површ.

Геометрија 1 септембар 2 2020.

- Нека је $ABCD$ квадрат и тачка O центар тог квадрата. Репер Dxy има координатне векторе $\vec{e}_1 = \overrightarrow{DA}$ и $\vec{e}_2 = \overrightarrow{DC}$, а репер $Ox'y'$ координатне векторе $\vec{f}_1 = \overrightarrow{OB}$ и $\vec{f}_2 = \overrightarrow{OA}$.
 - Одредити формуле које представљају везу између координата (x, y) и (x', y') .
 - Одредити координате срединга страница квадрата $ABCD$ у оба репера.
 - Да ли се при промени координата из дела а) задатка мења оријентација? (Образложити)
- Одредити формуле пројектовања простора на раван $\alpha: x - z = 4$.
 - Одредити пројекцију A' тачке $A(0, 1, 0)$ и пројекцију p' праве $p: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+1}{-1}$ на раван α .
- Свести криву другог реда $\Gamma: 5x^2 + 10xy + 5y^2 - 4x = 6$ на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације. Која крива је у питању?
- Одредити једначину кружног конуса $\mathcal{C}$ уколико је врх конуса тачка $V(2, -3, 5)$, тачка $P(1, -2, 3)$ припада конусу, а вектор правца осе конуса заклана једнаке углове са свим координатним векторима.
- На сфери полупречника 2 одредити растојање између тачака $A(45^\circ N, 30^\circ W)$ и $B(30^\circ N, 60^\circ E)$.

Геометрија 1 септембар 1 2020.

- Дат је троугао ABC и тачке P и Q такве да важи $3\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PB}$ и $\overrightarrow{BQ} = 2\overrightarrow{QC}$, а тачка R је пресек правих AC и PQ .
 - Одредити однос $\overrightarrow{AR} : \overrightarrow{AC}$.
 - Одредити координате тачака P, Q и R у реперу Ae_1e_2 ако су координатни вектори $\vec{e}_1 = \overrightarrow{AC}$ и $\vec{e}_2 = \overrightarrow{AB}$.
- Дате су тачка $L(2, 0, 2)$ као и праве $p: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{0}$ и $q: \frac{x-3}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{0}$.
 - Одредити међусобни положај правих p и q .
 - Одредити праву која садржи тачку L и сече праве p и q .

3. Дате су кружнице $k_1 : (x+1)^2 + y^2 = 1$ и $k_2 : (x-3)^2 + y^2 = 4$. Одредити геометријско место центара кружница које тангирају две дате кружнице са спољашње стране. Која крива је у питању?
4. Свести површ другог реда $\mathcal{M} : x^2 + y^2 + 4xz + z^2 = 1$ на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације. Одредити тип површи и скицирати ту површ.
5. Сферни троугао на јединичној сфери има углове $\alpha = \pi/4$ и $\beta = \pi/2$ као и површину $P = \pi/4$. Одредити обим тог троугла.

ГЕОМЕТРИЈА 1, јул, 05.07.2020.

- 1.[15п] Нека су H , T и O редом ортоцентар, тежиште и центар описаног круга троугла ABC .
 - а) [10п] Показати да је $\overrightarrow{HT} = 2\overrightarrow{TO}$.
 - б) [5п] Показати да је $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.
- 2.[15п] Одредити једначину праве p која садржи тачку $P(1,0,-2)$, паралелна је равни $\alpha : 2x - y + z - 3 = 0$ и има заједничку тачку с правом $q : \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+2}{0}$.
- 3.[15п]
 - а) [5п] Одредити формуле ротације равни такве да се x -оса слика у праву $y = x$, а y -оса у праву $y = -x$.
 - б) [10п] Одредити једначину криве другог реда чије су осе праве $y = x$ и $y = -x$ и која садржи тачке $A(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ и $B(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$. Која је то крива?
- 4.[15п] Свести површ другог реда $x^2 + y^2 - 2z^2 + xy + 5xz - 5yz = 3$ на канонски облик изометријском трансформацијом. Написати формуле трансформације. Одредити тип површи.
- 5.[10п] На сфери полупречника $R = 2$ израчунати површину сферног троугла ABC чије су странице $\widehat{AB} = \pi$, $\widehat{AC} = \pi$, $\widehat{BC} = \frac{2\pi}{3}$.

ГЕОМЕТРИЈА 1, јул, 24.06.2020.

- 1.[15п] Дате су координате темена $A(0,0)$, $B(3,0)$ и $C(1,1)$ троугла ABC . Одредити координате центра описаног круга O , ортоцентра H и тежишта T троугла ABC .
- 2.[15п] Одредити једначину равни α у простору која садржи тачку $A(-4,0,3)$ такву да је права n , која садржи A и нормална је на правој $l : \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{0}$, нормална на α .
- 3.[15п] Одредити формуле афиног пресликавања које је композиција хомотетије с центром $S(2,1)$ и коефицијентом 13 и ротације око исте тачке S за општа угао $\varphi = \arctg \frac{5}{12}$.
- 4.[15п] Одредити површ у простору која представља скуп тачака M на једнаком растојању од тачке $A(1,0,0)$ и праве $p : \frac{x}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z}{0}$.
- 5.[10п] Одредити приближно растојање између тачака на планети Земљи $A(45^\circ N, 10^\circ E)$ и $B(60^\circ S, 35^\circ W)$. Претпоставити да је Земља сфера полупречника $R = 6370\text{km}$.

Рокови школске 2018/2019 године

ГЕОМЕТРИЈА 1, јануар 1, 14.01.2020.

- 1.[10п] Дате су координате тачака $A(1,10)$, $B(1,18)$ и $C(2,3)$ у односу на афини репер Oxy у равни. У односу на нови афини репер $O'x'y'$ те исте тачке имају координате $A(2,1)$, $B(3,3)$, $C(1,-2)$. Изразити координате произвољне M у реперу Oxy помоћу координата (x',y') те тачке у реперу $O'x'y'$.
- 2.[10п] Одредити заједничку нормалу и растојање између мимоилазних правих $p : \frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-5}{-2}$ и $q : \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{-1}$.
- 3.[10п] Одредити једначине равни које садрже праву $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$ и додирују сферу $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y - 4z + 10 = 0$. Одредити једначине симетралних равни дивдара између ове две равни и назначити која сече дату сферу.
- 4.[10п] Одредити приближно растојање између тачака на планети Земљи $A(45^\circ N, 10^\circ E)$ и $B(60^\circ S, 35^\circ W)$. Претпоставити да је Земља сфера полупречника $R = 6370\text{km}$.

ГЕОМЕТРИЈА 1, септембар 2, 18.09.2019.

1. Нека су E , F , G средишта ивица AB , BC , CD паралелограма $ABCD$ и нека праве BG и DE сеску AF у тачкама M и N . Изразити $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AN}$ у функцији вектора $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$. Доказати затим да тачке M и N разлажу дуж AF у односу $2:2:1$.
2. Одредити афину трансформацију која представља композицију симетрије у односу на праву $l : x + 3y - 5 = 0$ и хомотетије са центром $S(2,1)$ и коефицијентом 3.

3. Одредити једначину цилиндра чије су изводнице паралелне правој $p: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+4}{2}$ и садржи параболу $y^2 = 2x$, $z = 0$.

4. Нека су на јединичној сфери дата темена троугла $A(1, 0, 0)$, $B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $C(0, 0, 1)$. Одредити ивице и углове сферног троугла ABC .

ГЕОМЕТРИЈА 1, септембар 1, 08.09.2019.

1.[7п+3п] Нека је ABC троугао који није једнакокрак.

а) Нека симетрала спољашњег угла код темена A сече праву BC у тачки F . Доказати да је $BF:FC = AB:AC$.

б) Доказати да се у троуглу ABC симетрала једног унутрашњег угла и два спољашња угла секу у једној тачки.

2.[10п] Изометријском трансформацијом свести криву другог реда $x^2 - 2xy + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ на канонски облик. Написати формуле трансформације. Одредити координате центра (ако постоји) и жижа, као и једначине оса и асимптота (ако постоје).

3.[10п] Наћи једначину конуса коме је врх у тачки $(0, 0, 0)$ и додирује сферу $(x-5)^2 + y^2 + z^2 = 9$. Израчунати полупречник круга по коме се конус и сфера додирују.

4.[10п] Израчунати растојање између тачака $A(45^\circ N, 20^\circ E)$ и $B(60^\circ S, 25^\circ W)$. Претпоставити да је Земља сфера полупречника $R = 6370 \text{ km}$.

ГЕОМЕТРИЈА 1, Јун 2, 29.06.2019.

1.[10п] Коришћењем своства скаларног, векторског и мешовитог производа доказати да за произвољне векторе $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d} \in E^3$ важи

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \circ (\vec{c} \times \vec{d}) = \begin{vmatrix} \vec{a} \circ \vec{c} & \vec{a} \circ \vec{d} \\ \vec{b} \circ \vec{c} & \vec{b} \circ \vec{d} \end{vmatrix}.$$

2.[4п+6п] Одредити једначину кружног цилиндра C полупречника 3 чија је оса права $o: \frac{x-2}{5} = \frac{y+2}{6} = \frac{z-2}{-2}$. Одредити једначине равни које садрже тачку $M(0, 1, 1)$ и по изводници додирују цилиндар C .

3.[10п] Одредити једначине параболоа које садрже тачку $A(0, 7)$, чија је оса $o: x + y + 1 = 0$, а пресек директрисе и осе тачка $D(1, -2)$.

4.[10п] Одредити (приближно) растојање између тачака на Земљи између градова $A(30^\circ S, 105^\circ E)$ и $B(45^\circ S, 45^\circ W)$. Узети да је Земља сфера полупречника $R = 6370 \text{ km}$.

ГЕОМЕТРИЈА 1, Јун 1, 19.06.2019.

1.[4п+6п] За дате неколинеарне тачке A, B, C одређене су тачке P, Q, R тако да је $\vec{AP} = 2\vec{PB}$, $\vec{BQ} = 2\vec{QC}$ и $\vec{AC} = 3\vec{CR}$.

а) Доказати да су P, Q и R колинеарне.

б) Одредити у ком односу тачка Q дели дуж PR .

2.[10п] Одредити једначину праве која је паралелна равни $2x - y - 3z + 2019 = 0$, садржи тачку $(1, 1, 1)$ и сече праву $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{0} = \frac{z-2}{-3}$.

3.[10п] Одредити једначину кружног конуса коме је права $\frac{x-1}{0} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-2019}{2019}$ оса и коме је раван $\pi: x - z + 2 = 0$ тангентна раван. Свести једначину добијене површи на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације.

4.[10п] Тачке $A(1, 0, 0)$, $B\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ и $C(0, 1, 0)$ леже на јединичној сфери $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Одредити слику сфере и троугла ABC при хомотетији са центром у координатном почетку и коефицијентом -3 . Одредити (сферне) углове, дужине страница и површину слике сферног троугла ABC .

Рокови школске 2017/2018 године

ГЕОМЕТРИЈА 1, Септембар 2, 20.09.2018.

1.[8п] Нека је $OA'B'$ троугао добијен ротацијом троугла OAB око темена O за прав угао. Доказати да је тежишна дуж из темена O троугла $OA'B'$ нормална на праву AB' .

2.[8п] Одредити заједничку нормалу правих $p: x + 3z = 0, y = 0$ и $q: x - z + 4 = 0, y + 2z - 16 = 0$.

3.[8п] Ако су AC и BD било који конјуговани дијаметри једне елипсе, доказати да површина четвороугла $ABCD$ не зависи од избора дијаметара.

4.[8п] Одредити геометријско место тачака које су једнако удаљене од тачке $(2, 2, 0)$ и равни $x + y = 0$. Одредити тип површи и скицирати је. Без коришћења сопствених вредности и сопствених вектора, одредити формуле ротације око једне од координатних оса, као и транслагације којима се дата површ може поставити у један од канонских положаја.

5.[8п] На јединичној сфери дате су тачке $A(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ и $B(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$. Одредити све тачке C на сфери тако да сферни троугао ABC буде једнакостраничан. Колике су странице, углови и површина тог сферног троугла?

- 1.[8п] Нека је $ABCD$ паралелограм и нека су E и F редом средине страница BC и CD . Одредити у ком односу дијагонала AC и дуж AE деле дуж BF .
- 2.[8п] Одредити једначине равни које садрже праву $p: x = y, z = 0$ и с равни Oxy граде угао $\frac{\pi}{4}$.
- 3.[8п] Одредити формуле пресликавања које је композиција хомотетије са коефицијентом 3 у односу на тачку $S_1(1, 2)$ и хомотетије са коефицијентом $\frac{1}{3}$ у односу на тачку $S_2(-2, -1)$. Наћи слику круга $k: x^2 + y^2 = 1$ при овом пресликавању. Одредити које је пресликавање добијено, да ли је директно и да ли чува површине.
- 4.[8п] Изометријском трансформацијом свести површ другог реда $P: x^2 + y^2 - 2z^2 + 4xz + 5 = 0$ на канонски облик, написати формуле трансформације и одредити тип површи.
- 5.[8п] На сфери полупречника $R = 2$ израчунати површину сферног троугла ABC чије су странице $\widehat{AB} = \pi$, $\widehat{AC} = \pi$, $\widehat{BC} = \frac{2\pi}{3}$.

ГЕОМЕТРИЈА 1, Јун 2, 28.06.2018.

- 1.[8п] Дат је паралелограм $ABCD$ чија је површина једнака P . Уколико су M и N тачке такве да важи $\frac{\overrightarrow{BM}}{\overrightarrow{MD}} = \frac{1}{2}$ и $\frac{\overrightarrow{AN}}{\overrightarrow{ND}} = -\frac{2}{1}$, израчунати (у функцији од P) површину троугла AMN .
- 2.[8п] Одредити једначину равни која је ортогонална на пресек равни $\alpha: x + 2y = 3$ и $\beta: -2x + z = 1$, а додирује сферу $x^2 + y^2 + z^2 = 21$.
- 3.[6п] Одредити формуле хомотетије са коефицијентом -3 у односу на тачку $S(1, -2)$, као и слику криве $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$.
- 4.[8п] Одредити једначину конуса са врхом у тачки $V(0, 0, -1)$ описаног око површи $\sigma: x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 10 = 0$.
- 5.[10п] Доказати да на јединој сфери не постоји сферни троугао који има два угла $\frac{\pi}{4}$ и $\frac{3\pi}{4}$, а чија је површина једнака $\frac{3\pi}{4}$.

ГЕОМЕТРИЈА 1, Јун 1, 19.06.2018.

- 1.[3п+5п] Нека су P , Q и R додирне тачке круга уписаног у троугао ABC редом са страницама BC , CA и AB .
- а) Доказати да се праве AP , BQ и CR секу у једној тачки M .
- б) Ако је $AB = 5$, $BC = 4$ и $CA = 3$ одредити координате вектора $\overrightarrow{CM}$ у бази $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})$.
- 2.[8п] Одредити једначину праве l која садржи тачку $L(0, -1, -4)$ и сече праву $p: x + y + z - 3 = 0, 2y - z - 14 = 0$ под правим углом.
- 3.[8п] Крива другог реда садржи координатни почетак, центар јој је тачка $C(-1, 1)$, а директриса права $d: x - y + 1 = 0$. Одредити једначину те криве.
- 4.[8п] Одредити једначину уније свих правих које су ортогоналне на раван $\alpha: x + y + z = 0$ и које додирују сферу $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z = 0$. Одредити канонски облик површи без рачуна. Која је то површ из класификације површи другог реда?
- 5.[8п] Тачке $A(0, 0, -1)$, $B(\frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{1}{2})$ и $C(0, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ припадају сфери. Одредити обим сферног троугла ABC .

Рокови школске 2016/2017 године

Геометрија 1
септембар 2017.

1. [8] Одредити полупречник уписаног круга троугла $\triangle ABC$ чија су темена $A(5, -3)$, $B(1, -3)$, $C(10, 9)$.
2. [8] Одредити једначину праве која садржи тачку $A(3, -1, 2)$, паралелна је равни $\alpha: x - 6y + z - 10 = 0$ и сече праву $p: \frac{x}{0} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-5}{2}$.
3. [8] Свести криву $16x^2 - 24xy + 9y^2 - 20x - 110y + 225 = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом. Написати једначине трансформације и одредити координате жиже и једначину директрисе полазне криве. Скицати полазну криву и координатне системе.
4. (а) [4] Одредити слику сфере $\sigma: (x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4$ при рефлексији у односу на раван $\pi: x = y$. Скицати сферу и њену слику.
- (б) [4] Прецизно описати пројекције пресека сфере σ и равни π на координатне равни.
5. [8] Одредити једначину конуса чији је врх $V(1, 1, 1)$ и који садржи криву $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1, z = 0$.

Време за рад је 135 минута.

Геометрија 1
септембар 1 2017.

1. [8] Нека су X_1 и X_2 тачке ивица AB и AD , а Y_1 и Y_2 тачке ивице CD паралелограма $ABCD$, такве да је $AX_1 : X_1B = 4 : 1$, $AX_2 : X_2D = 3 : 2$ и $CY_1 : Y_1Y_2 : Y_2D = 2 : 1 : 2$. Нека су даље, Z_1 и Z_2 тачке на дужима X_1Y_1 и X_2Y_2 , такве да је $X_1Z_1 : Z_1Y_1 = 1 : 4$ и $X_2Z_2 : Z_2Y_2 = 1 : 1$. Изразити вектор $\overrightarrow{Z_1Z_2}$ као линеарну комбинацију вектора $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$.
2. [8] Одредити једначину равни у простору која садржи тачку $A(4, 3, 9)$, управна је на равни $\alpha : 2x - 3y + z - 2 = 0$ и паралелна је правој $p : \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{0}$.
3. [8] Наћи једначину елипсе чији је центар тачка $O(2, 2)$, једна жижа тачка $F_1(5, 3)$ и садржи тачку $A(11, 5)$.
4. (а) [6] Одредити формуле бар једног афиног пресликавања којим се сфера $\sigma : x^2 + y^2 + z^2 = 1$ пресликава на елипсоид $E : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} + \frac{z^2}{9} = 1$.
(б) [2] Израчунати запремину елипсоида E .
5. [8] Нека је на јединичној сфери дат једнакостранични сферни троугао ABC стране $\arccos(-\frac{1}{3})$. Одредити површину тог троугла.

Време за рад је x минута.

Геометрија 1
јун 2 2017.

1. [8] Одредити запремину правилног тетраедра ивице 3, као и растојање између мимоилазних ивица.
2. [6] Одредити једначину равни која садржи праву $p : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+4}{1}$ и нормална је на равни $\alpha : 2x + y - z + 14 = 0$.
3. [9] Одредити афино пресликавање f које слика квадрат $ABCD$ у квадрат $A'B'C'D'$, ако је $A(-1, -1)$, $B(1, -1)$, $C(1, 1)$, $A'(6, 2)$, $B'(8, 4)$, $C'(6, 6)$. Наћи једначину слике хиперболе $\chi : x^2 - y^2 = 1$ при овом пресликавању. Скицирати оба квадрата, хиперболу χ и слику $f(\chi)$. Да ли је f изометрија?
4. [9] Свести површ $x^2 - yz + 1 = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације. Која је то површ из класификације? Скицирати.
5. [8] На јединичној сфери, дате су тачке $A(0, 0, 1)$ и $B(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2})$. Одредити неку тачку C на сфери тако да троугао ABC буде једнакокраки са основицом BC , и сферним углом $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$. Одредити ивице, углове и површину троугла ABC .

Геометрија 1
јун, 20.06.2017.

1. (9 поена) Дат је паралелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Нека су M, N, P, Q, R, S , редом, средишта страница $AB, BC, CC_1, C_1 D_1, A_1 D_1, AA_1$.
(а) Доказати да шестоугао $MNPQRS$ лежи у једној равни.
(б) Ако је тачка T тежиште шестоугла $MNPQRS$, изразити вектор $\overrightarrow{AT}$ у функцији од вектора $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AA_1}$.
2. (7 поена) Одредити површину троугла који одређују асимптоте хиперболе $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ и тангента хиперболе у тачки $M(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4})$.
3. (7 поена) Кроз тачку $L(1, 2, 3)$ одредити праву l која сече праве $p : \frac{x-2}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z-6}{2}$ и $q : \frac{x-8}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-8}{1}$.
4. (10 поена) Одредити једначину когуса у који су уписане, са разних страна, сфере $\sigma_1 : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 10 = 0$ и $\sigma_2 : x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 10z + 14 = 0$.
5. (7 поена) На јединичној сфери одредити растојање између тачака $A(60^\circ N, 45^\circ E)$ и $B(30^\circ S, 135^\circ W)$.

Рокови школске 2015/2016 године

Геометрија 1 септембар 2 2016.

1. Око правилног октаедра је описана коцка, тако да су темена октаедра средишта пљосни коцке. У исти октаедар је уписана коцка, тако да су темена коцке средишта пљосни октаедра. Колики је однос запремина ове две коцке?
2. Одредити једначину параболе која је одређена теменом $T(2, 2)$ и жижом $F(3, 1)$. Скицирати слику.
3. а) Одредити једначину конуса чија је оса права $y = z$, $x = 0$ и изводница y -оса.
б) Која крива је пресек датог конуса и равни $z = 1$? Скицирати слику.
4. Одредити формуле рефлексије простора у односу на раван $\alpha : x + 2y - z + 3 = 0$. Одредити слику сфере $x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 6z + 29 = 0$ при тој рефлексији.

Геометрија 1 септембар 1 2016.

1. Уписани круг троугла ABC додирује странице AB , BC , CA редом у тачкама P , Q , R . Доказати да се праве CP , AQ и BR секу у једној тачки.
2. Свести једначину криве $x^2 + y^2 - xy - 3x - 1 = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом. Одредити формуле трансформације, центар и осе полазне криве. Скицирати криву, центар и осе у полазном координатном систему.
3. Одредити једначину конуса са врхом $V(1, 0, 4)$, који додирује сферу $(x - 4)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 4$. Ако је извор светлости тачка V , одредити која је крива контура сенке сфере на раван O_{xy} . Скицирати конус и контуру сенке.
4. На сфери $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ дате су тачке $A(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, -1)$. Одредити слику сфере и троугла ABC при хомотетији са центром у координатном почетку и коефицијентом 6. Одредити (сферне) углове, дужине страница и површину слике троугла ABC .

Геометрија 1 јун 2 2016.

1. (8п) У Декартовом правоуглом координатном систему дата је тачка $M(a, b, c)$, где су a, b, c позитивни реални бројеви. Означимо са A , B , C нормалне пројекције тачке M редом на координатне равни O_{xy} , O_{yz} , O_{xz} . Одредити трансформацију координата између полазног координатног система и координатног система M_f , где је база $f = (\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC})$. Да ли ова промена координата чува оријентацију? Одредити координате тежишта троугла ABC у оба координатна система.
2. (5п) Нека су A_1, B_1, C_1 нормалне пројекције тачке M редом на координатне осе O_x, O_y, O_z . Одредити једначине равни одређених тачкама A, B, C и A_1, B_1, C_1 и доказати да су паралелне. (Тачке M, A, B, C су дате у претходном задатку.)
3. (10п) Одредити једначину хиперболе која садржи тачке $A(2, 0)$ и $B(4, 2)$, оса симетрије је права $x - y - 2 = 0$, а ексцентрицитет је $e = \sqrt{2}$. Одредити једначине асимптота, скицирати хиперболу, осе и асимптоте.
4. (8п) Одредити једначину цилиндра који додирује сферу $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 9$ по кругу, а изводнице су паралелне правој $p : x = 0, 7x + 3y - 2z = 0$.
5. (9п) На сфери $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ дате су тачке $A(\sqrt{2}, 0, \sqrt{2})$ и $B(\sqrt{2}, 0, -\sqrt{2})$. Одредити неку тачку C са сфере тако да сферни троугао ABC буде једнакостраничан. Колике су странице, углови и површина тог сферног троугла?

Геометрија 1 јун 1 2016.

1. (5п) Одредити једначину уписаног круга троугла ABC , ако је $A(6, -2)$, $B(6, 4)$, $C(2, 1)$.
2. (8п) Дате су мимоилазне праве $p : x + 2y + 4z = 0, z = 0$ и $q = \frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+11}{1}$. Одредити заједничку нормалу и растојање између правих p и q . Одредити раван која садржи праву q и паралелна је правој p .

- (9п) Одредити формуле неког афиног пресликавања које круг $k : (x-3)^2 + (y-5)^2 = 1$ слика у елипсу $\epsilon : \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Шта је слика криве $y^2 = x$ при том пресликавању (једначина и ексцентрицитет)?
- (9п) Одредити једначину конуса који настаје ротацијом праве $p : x = 0, y = 3z$ око осе O_y . Шта је пресек конуса са равни $z = -2$? Одредити нормалну пројекцију пресечне криве на координатне равни. Скицирати.
- (9п) Одредити дужине страница и углове сферног троугла ABC на јединичној сфери, ако је $A(0,0,1)$, $B(1,0,0)$, $C(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$.

Рокови школске 2014/2015 године

ГЕОМЕТРИЈА 1, Јануар, 19.01.2016.

- Нека је ABC троугао, P и Q такве да је $3\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{BA}$ и $2\overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{BC}$. Ако је R тачка праве AC таква да се AQ , CP и BR секу у једној тачки, одредити однос $\overrightarrow{AR} : \overrightarrow{RC}$.
- Одредити једначине свих хомотетија које сферу $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ трансформишу на сферу $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 3$.
- Одредити једначину криве другог реда која садржи тачке $A(2,4)$, $B(0,2)$, $C(1,5)$ и $D(1,1)$, ако тетиве AB и CD имају конјуговане правце.
- Одредити једначину цилиндра који у пресеку са равни нормалној на његове изводнице даје криву $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z - 20 = 0$, $2x - y + z + 8 = 0$.

ГЕОМЕТРИЈА 1, Септембар, 1. 9. 2015.

- Нека је $ABCDEFV$ права правилна шестострана пирамида са врхом V . Ако је страница основе дужине a , а висина двоструко дужа, одредити угао између вектора $\overrightarrow{AV}$ и $\overrightarrow{CD}$. Ако је тачка S центар основе, а координатни вектори базе e су $\vec{e}_1 = \overrightarrow{SC}$, $\vec{e}_2 = \overrightarrow{SD}$, $\vec{e}_3 = \overrightarrow{SV}$, одредити координате свих темена пирамиде у координатном систему S_e .
- Одредити слику сфере $\sigma : (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 4$ при симетрији у односу на раван $\alpha : x - 2y - 2z - 4 = 0$. Одредити једначину равни β која садржи тачку $B(0,5,5)$, центар сфере σ и центар њене слике. Колики је угао између равни α и β ?
- Доказати да је збир растојања сваке тачке елипсе од жижа пропорционалан растојању директриса те елипсе. Одредити једначину, центар и осе елипсе која има жижу $F(2,2)$, одговарајућу директрису $l : x + y = 0$ и ексцентрицитет $e = \frac{1}{2}$. Скицирати.
- Одредити једначину кружног конуса који додирује раван $\alpha : z = 0$ и коме је оса права $o : \frac{x}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. Шта је пресек равни $\beta : z = 5$ са овим конусом (име из класификације) и зашто? Скицирати конус, равни α , β и пресек.

ГЕОМЕТРИЈА 1, Јун 2, 2.7.2015.

- (8п) Нека је $ABCD$ тетраедар и нека је тачка T тежиште троугла BCD . Ако су координатни вектори базе e : $\vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}$, $\vec{e}_2 = \overrightarrow{AC}$, $\vec{e}_3 = \overrightarrow{AD}$, а координатни вектори базе f : $\vec{f}_1 = \overrightarrow{TA}$, $\vec{f}_2 = \overrightarrow{TB}$, $\vec{f}_3 = \overrightarrow{TC}$, одредити везу између координата произвољне тачке M у координатним системима Ae и Tf . Одредити координате темена тетраедра у систему Tf .
- (8п) Одредити једначине кругова који додирују праве $p : x - 2y - 1 = 0$ и $q : 2x - y - 5 = 0$, а центри су им на правој $r : x = 4$. Одредити слике ових кругова при хомотетији којој је центар пресек правих p и q , а коефицијент -3 .
- (8п) Одредити формуле централне симетрије у односу на тачку $(-1,0,6)$ и слику праве $p : \frac{x+1}{-3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{16}$ при тој симетрији.
- (8п) Одредити једначину криве другог реда која има жиже $F_1(3,3)$ и $F_2(-1,-1)$ и садржи тачку $A(0,0)$. Скицирати криву и одредити јој центар и осе симетрије.
- (8п) Површ Π настаје ротацијом праве $p : \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{2}$ око праве $o : \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{0}$. Одредити једначину површи Π , скицирати и нацртати која је то површ. Која површ се добија ротацијом праве $q : \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{0}$ око праве o (скица, име и једначина)?

- 1.[9п] Дат је паралелограм $ABCD$ чија је површина једнака P . Уколико су M и N тачке такве да важи $\frac{\overrightarrow{AM}}{\overrightarrow{MC}} = \frac{1}{3}$ и $\frac{\overrightarrow{DN}}{\overrightarrow{NC}} = -\frac{2}{1}$, израчунати (у функцији од P) површину троугла AMN .
- 2.[7п] Одредити ортогоналну пројекцију праве $l: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-4}{0}$ на раван $\alpha: -2x + 3y + z - 4 = 0$.
- 3.[6п] Одредити растојање између паралелних равни $\alpha: -2x + y + 5z + 27 = 0$ и $\beta: -2x + y + 5z - 3 = 0$.
- 4.[9п] Одредити једначину параболо која садржи тачку $A(0, \sqrt{2})$, чија је директриса права $d: x + y - 3\sqrt{2} = 0$, а оса симетрије права $o: -x + y + \sqrt{2} = 0$.
- 5.[9п] Одредити једначину цилиндра који садржи круг $k: x^2 + y^2 + z^2 = 4, x + y + z = 2$, а генератриса му је паралелна правој $p: \frac{x-2015}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{0}$.

Рокови школске 2013/2014 године

Геометрија 1 јануар 2015.

- Нека је тачка E средиште странице AB паралелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Ако су координатни вектори базе $e: \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{AD}, \vec{e}_3 = \overrightarrow{AA_1}$, а координатни вектори базе $f: \vec{f}_1 = \overrightarrow{CE}, \vec{f}_2 = \overrightarrow{CB}, \vec{f}_3 = \overrightarrow{CD_1}$, одредити везу између координата произвољне тачке M у координатним системима A_e и C_f . Одредити координате свих темена паралелепипеда у систему C_f .
- Одредити једначине равни које садрже праву $p: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{0} = \frac{z}{1}$ и додирују сферу $S: (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 2$.
- Свести једначину криве $4x^2 - 4xy + y^2 + x + 12y + 6 = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом и написати формуле трансформације. Која је то крива и колики је њен ексцентрицитет?
- Шта у простору представља једначина $\Pi: x^2 + y^2 = 4$? Шта је пресек Π са равни $\alpha: x + y + z = 1$? Скицирати координатне осе, Π , раван α и пресек! Одредити једначину сфере уписане у Π , чији центар припада равни α .

ГЕОМЕТРИЈА 1, Септембар 2, 14.09.2014.

- [10п] Нека је S центар круга уписаног у троугао ABC .
 - Изразити вектор $\overrightarrow{AS}$ у функцији од вектора $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ и дужина страница троугла.
 - Доказати да је $a\overrightarrow{AS} + b\overrightarrow{BS} + c\overrightarrow{CS} = \vec{0}$, где су a, b и c дужине одговарајућих страница троугла ABC .
- [10п] Одредити ортогоналну пројекцију праве $l: \frac{x-4}{0} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{-1}$ на раван $\alpha: x - 2y + 3z - 4 = 0$.
- [10п] Нека се тангенте параболо у њеним тачкама A и B секу у тачки P . Доказати да тачка P лежи на симетриали угла AFB , где је F жижа дате параболо.
- [10п] Одредити једначину неког кружног конуса који садржи све три координатне осе.

Геометрија 1 јун 2, 2014.

- Нека је $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ коцка ивице a . Одредити угао и растојање између мимоилазних правих AC и BD_1 .
- Нека је пресликавање g симетрија у односу на x осу, а h хомотетија са центром $C(0, -1, 2)$ и коефицијентом 3. Наћи формуле трансформације простора $f = g \circ h$, а затим одредити слику површи $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 2 = 0$ при трансформацији f .

3. Свести једначину криве $xy + x + y = 0$ на канонски облик изометријском трансформацијом и написати једначине те трансформације. Скицирати полазну криву и одредити јој центар и осе.
4. Одредити једначину коноидне површи чија су оса и директриса праве $o : x = z, y = 0$ и $d : x = \frac{y+2}{-2} = z - 2$, а директорна раван $\alpha : x + z = 0$. Која је то површ (име из класификације)?

ГЕОМЕТРИЈА 1, Јун 1, 17.06.2014.

1. [8п] Дат је паралелограм $ABCD$. Нека су тачке E, F и G такве да важи $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{FD}$, $\overrightarrow{DE} = 3\overrightarrow{EC}$ и $\overrightarrow{BG} = 2\overrightarrow{GD}$. Ако са X означимо пресек GE и CB , а са Y пресек GF и AB , доказати да су праве AC , EF и XY конкурентне.
2. [8п] Одредити једначине свих равни које су нормалне на праву $p : x + 2y = 3, -2x + z = 1$, а удаљене су од координатног почетка за $\sqrt{21}$.
3. [8п] Дате су елипса $3x^2 - 2xy + y^2 + 6x - 10 = 0$ и хипербола $3x^2 - 2xy - y^2 + 6y - 10 = 0$. Одредити једначине правих d_1, d_2, d_3 и d_4 тако да важи: d_1 и d_2 су међусобно конјуговани дијаметри дате елипсе, d_3 и d_4 су међусобно конјуговани дијаметри дате хиперболе, d_1 је паралелно са d_3 , а d_2 паралелно са d_4 .
4. [8п] Одредити једначине свих параболоа са директрисом $x - y + 1 = 0$ које садрже тачке $P(0, -9)$ и $Q(0, -1)$.
5. [8п] Одредити једначину кружног конуса чија је оса права $o : \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{-1}$, чији врх припада равни $x = 0$ и који садржи тачку $M(1, 1, -\frac{1}{2})$.

Рокови школске 2012/2013 године

ГЕОМЕТРИЈА 1, Јануар, 21.01.2014.

- 1.[10п] Нека је ABC троугао, P и Q такве да је $3\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB}$ и $2\overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{BC}$. Ако је R тачка праве AC таква да се AQ, CP и BR секу у једној тачки, одредити однос $\overrightarrow{AC} : \overrightarrow{AR}$.
- 2.[10п] Дата је раван $\alpha : x + y = 0$ и праве $p : \frac{x}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$ и $q : y = z + 2, x = 1$. Одредити праву паралелну датој равни, која сече дате праве у тачкама између којих је растојање једнако три.
- 3.[10п] Одредити једначину криве другог реда која садржи координатни почетак и тачке $P(5, 0)$ и $Q(0, 1)$ и чији је центар тачка $S(3, -1)$.
- 4.[10п] Дате су праве $p : \frac{x-2}{1} = \frac{1-y}{1} = \frac{z}{-1}$ и $q : x - 2y + z = 0, x - 3y + z + 2 = 0$. Написати једначину кружног цилиндра са осом p који додирује праву q .

Писмени испит из Геометрије 1 септембар 2 15.09.2013.

1. Нека су P, Q и R додирне тачке круга уписаног у троугао ABC редом на страницама BC, CA и AB . Доказати да се праве AP, BQ и CR секу у једној тачки. (8 поена)
2. Кроз тачку $L(-3, 1, 2)$ поставити праву која је паралелна равни $\alpha : 4x - y + 2z - 5 = 0$ и која сече праву $p : \frac{x+3}{0} = \frac{2-y}{-2} = \frac{1+z}{-1}$, а затим одредити једначину њој симетричне праве у односу на раван α . (8 поена)
3. Наћи једначину конусног пресека који садржи тачку $(1, 1)$, ако су му два пара конјугованих дијаметара $2x - 3y = 0, x + 2y = 0$ и $x - y = 0, 3x - 5y = 0$. (12 поена)
4. Одредити једначину кружног цилиндра ако су познате три изводнице $p : x = y = z, q : x = y - 1 = z, r : x - 1 = y = z$. (12 поена)

ГЕОМЕТРИЈА 1, Јун 2, 23.06.2013.

- 1.[8п] Нека је тачка P средиште тежишне дужи CC_1 троугла ABC . Ако је тачка Q пресек правих AP и BC , одредити односе $BQ : QC$ и $AP : PQ$.
- 2.[6п] Одредити вредност параметра λ за коју се праве $p : \frac{x-\lambda}{2} = \frac{\lambda-y}{-1} = \frac{z-1}{2}$ и $q : y = 2, x - z - 1 = 0$ налазе истој равни.
- 3.[8п] Наћи једначину праве l која садржи тачку $T(3, -3, 1)$ и паралелна је равнима $\alpha : x - 2y + z + 2 = 0, \beta : 3x - y - 2z + 2013 = 0$. Одредити потом праву l' симетричну правој l у односу на раван α .
- 4.[9п] Нека су тачке $A(-4, -1), B(5, 0)$ и $C(-3, 0)$ темена троугла ABC . Одредити једначину криве другог реда описане око троугла ABC , ако је познато да је центар тражене криве тачка $O(1, -1)$.
- 5.[9п] Одредити једначину бар једног правог кружног конуса описаног око сфера $\sigma_1 : x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z + 10 = 0$ и $\sigma_2 : x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 8y - 6z + 49 = 0$.

ГЕОМЕТРИЈА 1, Јун 1, 04.06.2013.

1. [9п] Нека је $ABCDV$ права пирамида чија је основа $ABCD$ ромб ивице 2 са углом $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$. Колика је висина пирамиде уколико знамо да је $\angle AVB = \arccos\left(\sqrt{\frac{3}{8}}\right)$?
2. [4п] Одредити једначину равни која сече праву $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{0}$, нормална је на праву $\frac{x-7}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-5}{1}$ и садржи тачку $(2, 1, 4)$.
3. [9п] Одредити једначине свих равни које садрже праву $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{4}$ и подједнако су удаљене од тачака $(1, 2, 5)$ и $(3, 0, -1)$.
4. [9п] Одредити једначине свих парабола које имају директрису $x + y + 1 = 0$ и садрже тачке $(0, 9)$ и $(0, 1)$.
5. [9п] Одредити једначину правог кружног цилиндра описаног око сфере $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z - 11 = 0$ ако тачка $(1, 0, -2)$ припада његовој оси.

Рокови школске 2011/2012 године

Писмени испит из Геометрије 1

јануарски рок

21.01.2013.

1. Нека је дат квадрат $ABCD$ и тачке E и F тако да је октаедар $ABCDEF$ правилан и два афина координатна система. Координатни систем $Axyz$ са почетком у тачки A има базне векторе $(\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AF})$ и координатни систем $Tx'y'z'$ са почетком у тачки T која је тежиште троугла ABF и базним векторима $(\vec{TA}, \vec{TE}, \vec{TC})$. Одредити координате темена октаедра у датим системима.
2. Нека су дате равни $3x - 4y - 5z + 11 = 0$ и $x - z + 5 = 0$. Одредити једначине равни које су ортогоналне на пресек ових двеју равни и додирују сферу $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 6z + 5 = 0$.
3. Одредити једначину конуса чији је врх тачка $S(0, 0, 1)$, а директриса елипса у равни Oxy дата на следећи начин: велика полуоса дужине 2 паралелна је са осом Ox , нумерички ексцентрицитет елипсе је $\frac{1}{2}$, елипса се налази у другом квадранту и додирује координатне осе.
4. Одредити растојање тачака A и B на Земљи (полупречника R) чије су координате $A : 60^\circ$ северне ширине, 45° источне дужине и $B : 30^\circ$ јужне ширине, 75° западне дужине.

ГЕОМЕТРИЈА 1, Октобарски рок 07.10.2012.

1. [10п] Са разних страна квадрата $ABCD$ странице 2, конструисане су две праве пирамиде $ABCDE$ и $ABCDF$ тако да једна има дупло већу запремину од друге. Ако праве AE и BF заклањају угао од $\arccos \frac{2}{\sqrt{10}}$, одредити висине тих пирамида.
2. [10п] Одредити једначину криве другог реда која садржи тачке $A(-2, -1)$ и $B(0, -2)$ и којој су праве $x + y + 1 = 0$ и $x - y + 1 = 0$ осе симетрије.
3. [10п] Одредити све равни које садрже тачку $(1, 2, 3)$ и додирују сфере $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{2}$ и $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = \frac{1}{2}$.
4. [10п] Одредити једначину цилиндра који садржи круг полупречника $\sqrt{2}$ у равни $x + y + z = 3$ са центром у $(1, 1, 1)$, ако он садржи и пресек равни $x + y - z + 1 = 0$ и $5x - 4y + z + 2 = 0$.

ГЕОМЕТРИЈА 1, Септембарски рок 15.09.2012.

1. [10п] Дата је коцка $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Афини координатни систем $Axyz$ има базне векторе $(\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AA}_1)$ и почетак у тачки A . Афини координатни систем $Tx'y'z'$ има базне векторе $(\vec{TD}_1, \vec{TC}_1, \vec{TA}_1)$ и почетак у тачки T која је тежиште тетраедра $B_1 CAD_1$. Одредити координате темена коцке у датим системима.
2. [10п] Одредити једначину праве која сече праве $p : \frac{x-2}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z-6}{2}$ и $q : \frac{x-8}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-8}{1}$ и садржи тачку $A(1, 2, 3)$.
3. [10п] Одредити једначину параболе која има директрису $d : x + y + 1 = 0$, ако она садржи тачке $A(0, 1)$ и $B(0, 9)$, а не садржи тачку $C(3, 0)$.
4. [10п] Ако су сфере $\sigma_1 : x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z + 1 = 0$ и $\sigma_2 : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 13 = 0$ уписане у прави кружни конус, одредити му једначину.

ГЕОМЕТРИЈА 1, Јулски рок 03.07.2012.

1. [7п] Дат је паралелограм $ABCD$. Ако је E средиште дужи CD , а F пресек правих AE и BD , одредити однос $\overrightarrow{AE} : \overrightarrow{AF}$.
2. [11п] Одредити једначину равни која садржи праву $p : \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{4}$, сече праву $x = y = 4z$, а подједнако је удаљена од тачака $A(1, 2, 5)$ и $B(3, 0, -1)$.
3. [11п] Изометријском трансформацијом свести једначину криве другог реда $\Gamma : 2x^2 - xy + 2y^2 - 6 = 0$ на канонски облик, а затим одредити координате жижа криве Γ .
4. [11п] Ако су сфере $\sigma_1 : x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z + 1 = 0$ и $\sigma_2 : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 13 = 0$ уписане у прави кружни цилиндар, одредити му једначину.

ГЕОМЕТРИЈА 1, Јунски рок 12.06.2012.

1. [7п] Дата је коцка $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Одредити угао између правих $D_1 A$ и $C_1 A$.
2. [9п] Одредити једначину равни која садржи пресечну праву равни $\alpha : 4x - 5y + 7z - 21 = 0$ и $\beta : y - z + 3 = 0$ и садржи средиште дужи коју чини одсечак праве $l : \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{0}$ између равни α и β .
3. [9п] Крива другог реда Γ има директрисе дате једначинама $d_1 : x - y - 3 = 0$ и $d_2 : x - y - 7 = 0$, а једна жижа јој је тачка $F(2, 1)$. Одредити центар криве Γ , а затим и једначину саме криве.
4. [9п] Одредити једначину кружног конуса са врхом $V(0, 0, 0)$, који садржи тачку $A(3, -4, 1)$, ако му је оса паралелна правој $p : \frac{x-2010}{11} = \frac{y-2011}{2} = \frac{z-2012}{1}$.
5. [6п] Одредити једначину равни која додирује површ $\sigma : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z + 13 = 0$ у тачки $S(0, 3, -2)$.