Ћелијски комплекси - примери

1 CW - декомпозиција сфере

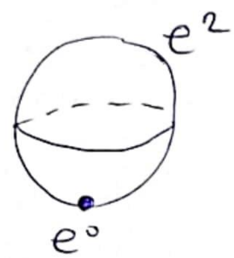
1. начин

S^1

0-ћелија : e^0

1-ћелија : e^1

S^2



0-ћел: e^0

2-ћел: e^2

∂e^2 се лепи на e^0

S^n

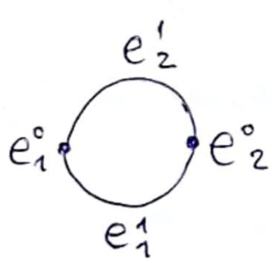
0-ћел: e^0

n-ћел: e^n

∂e^n се лепи на e^0

2. начин

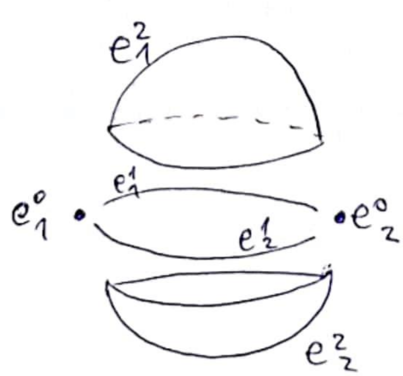
S^1



0-ћел: e^0_1, e^0_2

1-ћел: e^1_1, e^1_2

S^2



0-ћел: e^0_1, e^0_2

1-ћел: e^1_1, e^1_2

2-ћел: e^2_1, e^2_2

S^n

0-ћел: e^0_1, e^0_2

1-ћел: e^1_1, e^1_2

2-ћел: e^2_1, e^2_2

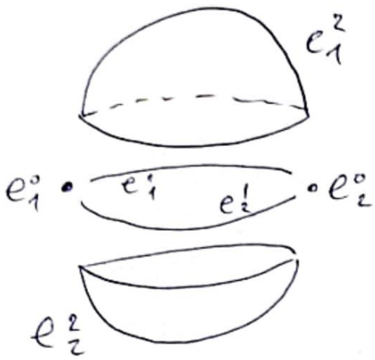
$\vdots \quad \vdots$

n-ћел: e^n_1, e^n_2

(2) $\mathbb{R}P^n = S^n/_{x\sim -x}$

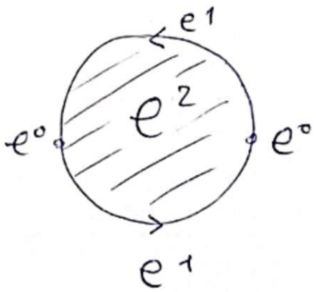
нпр. $\mathbb{R}P^2 = S^2/_{x\sim -x}$

CW-декомпозиција S^2:



У $\mathbb{R}P^2$ имамо идентификацију $x\sim -x$, $x\in S^2$, тј. ћелије e_1^0, e_2^0 су једна ћел. у $\mathbb{R}P^2$ и слично за веће димензије.

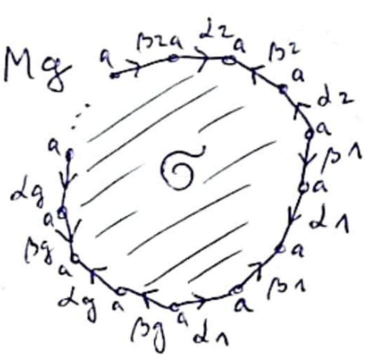
Дакле, $\mathbb{R}P^2$: e^0, e^1, e^2



Слично, $\mathbb{R}P^n$ има $n+1$ ћелију: $e^0, e^1, \dots, e^n$.

(3) повезане затворене површи

M_g

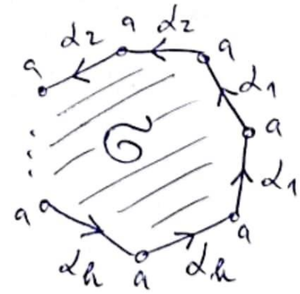


0-ћел: a

1-ћел: $\alpha_1, \beta_1, \dots, \alpha_g, \beta_g$

2-ћел: σ

N_h



0-ћел: a

1-ћел: $\alpha_1, \dots, \alpha_h$

2-ћел: σ

4) $\mathbb{C}P^n$ - комплексни пројективни простори

$$\mathbb{C}P^n \overset{def}{=} \mathbb{C}^{n+1}\setminus\{0\}\Big/_{z\sim\lambda z,\ \lambda\in\mathbb{C}} \cong S^{2n+1}\Big/_{z\sim\lambda z,\ \lambda\in S^1}$$

Може се показати да је

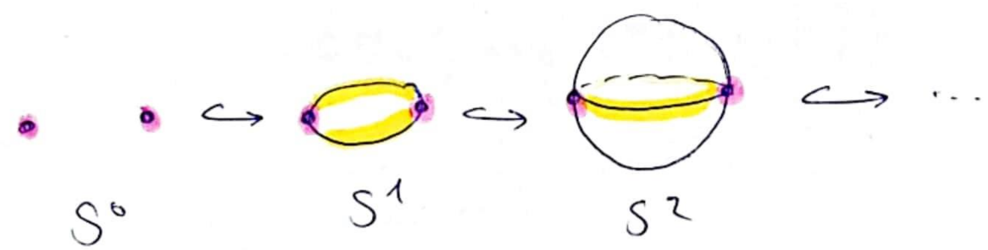
$$\mathbb{C}P^n \cong D^{2n}\Big/_{w\sim\lambda w,\ w\in S^{2n-1},\ \lambda\in S^1}$$

помоћу чега се може добити CW-декомпозиција од $\mathbb{C}P^n$.

$$\mathbb{C}P^n:\ e^0, e^2, e^4, \dots, e^{2n-2}, e^{2n}$$

5) бесконачно димензиони CW-комплекси

Имамо утапања:



тј. $S^0 \subseteq S^1 \subseteq S^2 \subseteq S^3 \subseteq \dots$

па има смисла дефинисати $S^\infty \overset{def}{=} \bigcup_{n\in\mathbb{N}_0} S^n$

S^∞ има по 2 ћел. у свакој димензији $n\in\mathbb{N}_0$

Слично,

јер $\mathbb{R}P^n = S^n/_{x\sim -x}$, а имамо $S^0 \subseteq S^1 \subseteq S^2 \subseteq \dots$

$$\mathbb{R}P^1 \subseteq \mathbb{R}P^2 \subseteq \mathbb{R}P^3 \subseteq \mathbb{R}P^4 \subseteq \dots$$

па је $\mathbb{R}P^\infty \overset{\text{def}}{=} \bigcup_{n\in\mathbb{N}} \mathbb{R}P^n$

има по једну ћелију у свакој димензији

$$\mathbb{C}P^1 \subseteq \mathbb{C}P^2 \subseteq \mathbb{C}P^3 \subseteq \mathbb{C}P^4 \subseteq \dots$$

$$\mathbb{C}P^\infty \overset{\text{def}}{=} \bigcup_{n\in\mathbb{N}} \mathbb{C}P^n$$

има по једну ћелију у свакој парној димензији

Занимљиво:

$$\mathbb{R} \subseteq \mathbb{R}^2 \subseteq \mathbb{R}^3 \subseteq \dots \subseteq \mathbb{R}^\infty \overset{\text{def}}{=} \bigcup_{n\in\mathbb{N}} \mathbb{R}^n$$

онда је $S^\infty = \{ v \in \mathbb{R}^\infty \mid \|v\| = 1 \}$

може се показати да је $S^\infty \simeq *$ (иако $S^n \not\simeq *$, $n \in \mathbb{N}_0$).