

UNIVERZITET U BEOGRADU  
MATEMATIČKI FAKULTET

Viktor Radović

**RAZVOJ ALGORITMA ZA ISPITIVANJE  
PRIPADNOSTI ASTEROIDA FAMILIJAMA**

Doktorska disertacija

Beograd, 2017

UNIVERSITY OF BELGRADE  
FACULTY OF MATHEMATICS

Viktor Radović

**DEVELOPMENT OF AN ALGORITHM  
FOR EXAMINATION OF THE  
ASSOCIATION OF ASTEROIDS TO  
FAMILIES**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2017

Mentor:

dr Bojan Novaković,

docent

Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

članovi komisije:

dr Bojan Novaković

docent

Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

dr Zoran Knežević

akademik

Srpska akademija nauke i umetnosti

dr Dušan Marčeta,

docent

Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

Datum odbrane: \_\_\_\_\_

Želeo bih da se prvenstveno zahvalim svom mentoru, docentu dr Bojanu Novakoviću na predlaganju teme ove disertacije i svemu što me je naučio kao mentor. Takođe, zahvaljujem mu se i na svim kritikama, savetima i pomoći tokom rada na ovoj disertaciji. Posebnu zahvalnost upućujem akademiku dr Zoranu Kneževiću i docentu dr Dušanu Marčeti koji su svojim korisnim sugestijama i komentarima značajno unapredili sadržaj i kvalitet ove disertacije.

Zahvalnost dugujem i mojim prijateljima, Milošu, Ani, Tamari i Milanu, koji su bili tu uz mene i bez čije pomoći, podrške i pozitivne energije moj rad ne bi bio moguć.

Ovu tezu posvećujem mojim roditeljima, Miomiru i Slobodanki, koji su me podržavali kako na profesionalnom, tako i na ličnom planu.

U Beogradu, 2017.

V.R.



# RAZVOJ ALGORITMA ZA ISPITIVANJE PRIPADNOSTI ASTEROIDA FAMILIJAMA

## Sažetak

Glavni cilj ove disertacije je unapređenje pristupa identifikaciji članova familija asteroida metodom hijerarhijskog grupisanja. U proceduru se dodaje novi korak koji omogućava smanjenje tzv. lančanog efekta. Uvedeni algoritam se sastoji od četiri glavna koraka. U prvom se primenom metode hijerarhijskog grupisanja na inicijalnom katalogu sopstvenih elemenata određuje preliminarna lista članova. U drugom koraku, koristeći poznate fizičke karakteristike potencijalnih članova, a na osnovu definisanih kriterijuma, identifikuju se uljezi. U trećem koraku, identifikovani uljezi se izbacuju iz inicijalnog kataloga sopstvenih orbitalnih elemenata čime se dobija novi, modifikovani katalog. Konačno, u četvrtom koraku ponovo se primenjuje metoda hijerarhijskog grupisanja, ali ovaj put na modifikovanom katalogu sopstvenih elemenata. Pokazano je da se na ovaj način značajno smanjuje broj potencijalnih uljeza u familijama asteroida. Osim toga data je kritička analiza dobijenih rezultata, kao i detaljan prikaz nekih specifičnih slučajeva. Takođe, razvijen je i onlajn portal (Asteroids Families Portal; AFP) koji omogućava dostupnost ove metode široj naučnoj zajednici.

Drugi cilj disertacije je određivanje granice za primenu metode integracije unazad, kojom se procenjuje starost mladih familija asteroida. Taj cilj je postignut upotrebom numeričkih simulacija evolucije test familije. Određivanjem trenutka grupisanja sekularnih uglova  $\Omega$  i  $\varpi$ , ustanovljena je linearna zavisnost između dubine minimuma grupisanja i starosti familije. Prema dobijenim rezultatima, metoda integracije unazad može se uspešno primeniti na familije koje nisu starije od 18 miliona godina.

**Ključne reči:** asteroidi, dinamika, numeričke metode

**Naučna oblast:** Astronomija

**Uža naučna oblast:** Astronomija

**UDK broj:** 523.44(043.3)

# DEVELOPMENT OF AN ALGORITHM FOR EXAMINATION OF THE ASSOCIATION OF ASTEROIDS TO FAMILIES

## Abstract

The main goal of this dissertation is improvement of an approach for identification of the members of asteroid families, based on the hierarchical clustering method. An additional step is introduced in order to reduce a so-called chaining effect. The introduced algorithm consists of four main steps. In the first step, the hierarchical clustering method is applied to the initial catalogue of proper elements in order to obtain a preliminary list of family members. In the second step, using available physical properties, and based upon the defined criteria, the interlopers are identified. In the third step, objects identified as interlopers in the second step, are excluded from the initial catalogue of proper orbital elements, producing a modified catalogue. Finally, in the fourth step, the HCM analysis is performed again, but this time using the modified catalogue of proper elements. It is shown that in this way a number of potential interlopers among family members is significantly reduced. Moreover, an on-line based portal (Asteroids Families Portal; AFP) to apply this procedure is developed, and is freely available to all interested researchers.

The second goal of the dissertation is to determine the limitations of the backward integration method, used for estimation of ages of young asteroid families. This aim is achieved through numerical simulations of the evolution of a fictitious family. By determining instants of secular angles  $\Omega$  i  $\varpi$  clustering, a linear relationship is found between the depth of a clustering and the age of a family. According to the obtained results, the backward integration method could be successfully applied to families not older than 18 Myrs.

**Keywords:** asteroids, dynamics, numerical methods

**Scientific area:** Astronomy

**Scientific field:** Astronomy

**UDC number:** 523.44(043.3)

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
1.1	Zadatak i sadržaj . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Orbitalne i dinamičke karakteristike asteroida</b>	<b>6</b>
2.1	Jednačine kretanja . . . . .	6
2.2	Orbitalni elementi . . . . .	9
2.3	Gravitacioni poremećaji . . . . .	12
2.4	Negravitacioni poremećaji . . . . .	15
2.5	Oskulatorni i sopstveni elementi . . . . .	16
2.6	Klasifikacija asteroida po orbitalnim parametrima . . . . .	17
2.6.1	Objekti bliski Zemlji (OBZ) . . . . .	17
2.6.2	Mars kroseri . . . . .	21
2.6.3	Glavni Asteroidni Prsten . . . . .	23
2.6.3.1	Nastanak Glavnog asteroidnog prstena . . . . .	24
2.6.3.2	Dinamička i sudarna evolucija Glavnog asteroidnog prstena . . . . .	25
2.6.3.3	Hungaria i Cibebe grupe asteroida . . . . .	27
2.6.4	Hilda asteroidi . . . . .	28
2.6.5	Trojanci . . . . .	29
<b>3</b>	<b>Fizičke karakteristike asteroida</b>	<b>32</b>
3.1	Spektralne karakteristike asteroida . . . . .	32
3.1.1	Vidljivi i blisko infracrveni deo spektra asteroida . . . . .	33
3.1.2	Taksonomija asteroida . . . . .	34
3.1.3	Veza asteroida sa meteoritima . . . . .	42
3.1.4	Raspodela asteroida po taksonomskim klasama . . . . .	43
3.2	Termalne karakteristike asteroida . . . . .	46
3.2.1	Termalni modeli za određivanje albeda asteroida . . . . .	47
3.2.2	Raspodela asteroida po albedu . . . . .	49

3.3	Ostale fizičke karakteristike asteroida . . . . .	50
3.3.1	Masa . . . . .	50
3.3.2	Poroznost . . . . .	52
3.3.3	Veličina i gustina . . . . .	53
3.3.4	Rotacija . . . . .	54
<b>4</b>	<b>Familije asteroida</b>	<b>56</b>
4.1	Identifikacija familija asteroida . . . . .	56
4.1.1	Metoda hijerarhijskog grupisanja (MHG) . . . . .	58
4.2	Nastanak i dinamička evolucija familija asteroida . . . . .	61
4.3	Određivanje starosti familija asteroida . . . . .	65
4.4	Fizičke karakteristike familija asteroida . . . . .	68
4.4.1	Identifikacija uljeza u familijama na osnovu fizičkih karakteristika . . . . .	70
<b>5</b>	<b>Izbacivanje uljeza iz familija asteroida</b>	<b>72</b>
5.1	Algoritam za izbacivanje uljeza . . . . .	72
5.1.1	KORAK 1: Identifikacija početne liste članova . . . . .	73
5.1.2	KORAK 2: Identifikacija uljeza . . . . .	76
5.1.3	KORAK 3 & 4: Izbacivanje uljeza i dobijanje konačne liste članova familije . . . . .	80
5.2	Rezultati . . . . .	83
5.2.1	Prikaz metode: Klumpkea familija . . . . .	85
5.2.2	Prikaz metode: Eunomia familija . . . . .	89
5.2.3	Specijalni slučajevi . . . . .	93
5.2.3.1	Minerva i Gefion familija . . . . .	93
5.2.3.2	Herta klan . . . . .	96
5.2.3.3	Levin familija . . . . .	98
5.2.3.4	Eos familija . . . . .	100
5.2.4	Ostale familije . . . . .	102
5.2.4.1	Adeona familija . . . . .	102
5.2.4.2	Masalia familija . . . . .	103

5.3	Diskusija . . . . .	103
<b>6</b>	<b>Granice primene metode integracije unazad</b>	<b>106</b>
6.1	Metoda integracije unazad . . . . .	106
6.2	Metodologija i fiktivna familija . . . . .	109
6.3	Rezultati i diskusija . . . . .	113
6.3.1	Uloga efekta Jarkovskog . . . . .	117
<b>7</b>	<b>Zaključak i budući rad</b>	<b>122</b>
	<b>Literatura</b>	<b>125</b>
	<b>Prilog A: Ostali rezultati</b>	<b>148</b>
	<b>Prilog B: Asteroids family portal (AFP)</b>	<b>157</b>
	<b>Biografija autora</b>	<b>165</b>

# 1 Uvod

Krajem 18. veka Johan Elert Bode<sup>1</sup> je pretpostavio da između orbita Marsa i Jupitera postoji do tada neotkrivena planeta. Do te premise došao je koristeći Ticijus-Bodeov zakon, prema kome bi nedostajuća planeta trebalo da se nalazi na velikoj poluosi od oko 2.8 AJ. Kako u pojasu između Marsa i Jupitera nije bio detektovan nijedan objekat, 1800. godine je pokrenuta opsežna potraga za nedostajućom planetom pod rukovodstvom Franc fon Zaha<sup>2</sup>. Đuzepe Pjaci<sup>3</sup>, katolički sveštenik iz Palerma koji je bio deo Zahove grupe, je u noći 1. januara 1801. godine otkrio nebesko telo koje je menjalo svoj položaj među zvezdama. Tokom narednih mesec dana, misteriozni objekat je posmatran i njegovo postojanje je objavljeno u septembru iste godine (Sawyer Hogg, 1948; Forbes, 1971). Dodeljeno mu je ime Cerera, odnosno Ceres, po rimskoj boginji poljoprivrede. Ceres je inicijalno bio klasifikovan kao planeta Sunčevog sistema. Grupa Franca fon Zaha je u narednih par godina otkrila još nekoliko objekata između Marsa i Jupitera: Palas (1802), Juno (1804) i Vesta (1807). Oni su kao i Ceres prvobitno bili klasifikovani kao planete. Status planeta su izgubili pola veka kasnije usled sve većeg broja otkrivenih objekata u tom regionu. Tim objektima je, po Heršelovom<sup>4</sup> predlogu, dat naziv *asteroidi*, što na starogrčkom jeziku znači zvezdoliki.

Asteroidi se danas svrstavaju u mala tela Sunčevog sistema. Strogo govoreći, malim telima Sunčevog sistema se smatraju svi objekti koji se kreću oko Sunca, a nisu planete i njihovi sateliti, ili nisu planete patuljci. Takva definicija malih tela potiče iz rezolucije B5<sup>5</sup> koju je Međunarodna Astronomska Unija (MAU) donela na XXVI Generalnoj skupštini u avgustu 2006. godine. Prema toj rezoluciji, *planetom* se smatra objekat koji ispunjava sledeće uslove:

1. Kreće se po orbiti oko Sunca.
2. Ima dovoljnu masu da bude u hidrostatičkoj ravnoteži, odnosno da ima pri-

---

<sup>1</sup>Johann Elert Bode (1747-1826), nemački astronom

<sup>2</sup>Franz Xaver von Zach (1754-1832), mađarski astronom

<sup>3</sup>Giuseppe Piazzi (1746-1826), italijanski astronom

<sup>4</sup>William Herschel (1738-1822), nemački astronom

<sup>5</sup>[http://www.iau.org/static/resolutions/Resolution\\_GA26-5-6.pdf](http://www.iau.org/static/resolutions/Resolution_GA26-5-6.pdf)



bližno sferni oblik.

### 3. Očistio je svoju okolinu od drugih, manjih objekata.

Koristeći ovako definisan kriterijum, u klasu planeta se svrstavaju Merkur, Ven-  
era, Zemlja, Mars, Jupiter, Saturn, Uran i Neptun. Uslov broj tri, predstavlja glavni  
uslov pomoću koga razvrstavamo objekte u Sunčevom sistemu (Stern and Levison,  
2002; Margot, 2015). Tela koja ne ispunjavaju samo taj uslov nazivaju se *planete*  
*patuljci*. Planete patuljci su nova klasa objekata koja je tada uvedena i u nju spadaju  
npr. Ceres, Pluton, Huamea, Makemake i Eris. Svi ostali objekti su, kao što je već  
rečeno, mala tela Sunčevog sistema.

Ne postoji precizno definisan kriterijum za podelu malih tela, međutim ona se  
najčešće klasifikuju na tri načina: (1) posmatrački, (2) dinamički i (3) na osnovu  
sastava.

Kod posmatračke klasifikacije, mala tela koja imaju detektovanu atmosferu (komu)  
nazivaju se kometama, dok ona kod kojih koma nije prisutna nazivaju se asteroidima.  
Problem kod ove klasifikacije je u tome što vidljivost kome opada sa heliocentričnim  
rastojanjem, i u većini slučajeva komu nije moguće detektovati kod objekata koji se  
nalaze izvan orbite Jupitera.

Dinamički, mala tela se klasifikuju pomoću Tiserandovog parametra. On pred-  
stavlja aproksimaciju Jakobijeve konstante koja je invarijanta u problemu tri tela  
(Sunce - planeta - malo telo). Tiserandov parametar u odnosu na neku planetu  $p$  se  
računa po formuli (Kresák, 1967; Öpik, 1976):

$$T_p = \frac{a_p}{a} + 2\sqrt{\frac{a(1-e^2)}{a_p}} \cos i, \quad (1.1)$$

gde je  $a_p$  velika poluosa planete,  $a$ ,  $e$  i  $i$  redom velika poluosa, ekscentricitet i  
nagib putanjske ravni malog tela. Tiserandov parametar je konstantan osim tokom  
bliskih prilaza planeti. Za klasifikaciju malih tela koristi se vrednost Tiserandovog  
parametra u odnosu na Jupiter ( $T_J$ ; Levison, 1996; Jewitt, 2005). Asteroidi su tela  
za koja važi  $T_J > 3$ . Komete su objekti kod kojih je  $T_J \leq 3$ , što znači da je nji-  
hovo kretanje pod jakim gravitacionim uticajem Jupitera (gravitaciono su vezani  
za Jupiter). Problem kod dinamičke klasifikacije su objekti čiji Tiserandov param-

etar  $T_J$  ispunjava uslove da budu svrstani u jednu grupu, dok posmatrački podaci pokazuju da oni pripadaju drugoj grupi (npr. aktivni asteroidi; Jewitt et al., 2015).

Po sastavu, komete su mali ledeni objekti, dok su asteroidi pretežno sastavljeni od težih elemenata. Različita struktura i sastav je posledica lokacije njihovog nastanka u protosolarnoj maglini. Komete su nastale izvan tzv. snežne linije gde je bilo moguće da se kondenzuju lakši elementi, dok su asteroidi nastali unutar pomenute linije, pa u svom sastavu uključuju i teže elemente. Procenjuje se da je položaj snežne linije u protosolarnoj maglini bio na oko 3 AJ (Ciesla & Cuzzi, 2006). Danas, granica od 3 AJ ne razdvaja komete od asteroida, što je posledica rane dinamičke evolucije našeg planetarnog sistema, prilikom koje je došlo i do značajne migracije malih tela. Ranu evoluciju Sunčevog sistema opisuju dva modela: Model velike promene pravca (Walsh et al., 2011) i Nica model (Morbidelli et al., 2005; Gomes et al., 2005; Tsiganis et al., 2005b; Levison et al., 2011; Bottke et al., 2012). Problem kod klasifikacije po sastavu je u tome što je nju moguće primeniti samo na one objekte za koje imamo raspoložive podatke o strukturi, a to za većinu nije slučaj.

Kako ne postoji stroga definicija termina *asteroid*, u ovoj doktorskoj disertaciji pod tim pojmom podrazumevaćemo sve objekte koji se nalaze unutar Jupiterove orbite ( $a_J = 5.2$  AJ) uključujući i Jupiterove trojance.

## 1.1 Zadatak i sadržaj

Interesovanje za proučavanje asteroida je prvenstveno prouzrokovano činjenicom da su to objekti koji su se najmanje promenili od nastanka Sunčevog sistema. Samim tim, njihove karakteristike nam daju značajan uvid u evoluciju i nastanak našeg planetarnog sistema. Zato se često kaže da svaki model nastanka Sunčevog sistema mora da objasni i trenutnu raspodelu asteroida. To se posebno odnosi na pojas između Marsa i Jupitera u kome je koncentrisan najveći broj poznatih asteroida - Glavni Asteroidni Prsten (GAP).

Od samog nastanka, asteroidi su bili podložni dinamičkoj i sudarnoj evoluciji. Poseban značaj ima njihova sudarna evolucija jer tako dolazi do njihovog raspada i zbog toga nastaju stotine ili više hiljada asteroida koji nastavljaju da se kreću po sličnim putanjama. Ovako nastale grupe asteroida nazivamo *familijama aster-*

*oida* koje su prvi put detektovane početkom XX veka (Hirayama, 1918). Njihovo proučavanje nam može dati dosta informacija o sudarnoj evoluciji GAP (Cibulková et al., 2014), kao i samom unutrašnjem sastavu asteroida (Cellino et al., 2002). Pored toga, na osnovu proučavanja familija možemo saznati više o poreklu asteroida koji se nalaze u blizini Zemlje i predstavljaju rizik po život na Zemlji (Zappalá et al., 1998; Walsh et al., 2013; Bottke et al., 2015a).

Jedan od glavnih problema vezanih za proučavanje familija asteroida jeste njihova identifikacija. Ista se najčešće vrši u prostoru orbitalnih elemenata koji su konstantni u dugim vremenskim intervalima (tzv. sopstveni orbitalni elementi). Razvijeno je nekoliko metoda koje se koriste za određivanje pripadnosti asteroida familijama, a najčešće korišćena u tu svrhu je Metoda Hijerarhijskog Grupisanja (MHG, eng. Hierarchical Clustering Method). MHG i pored svoje široke i uspešne primene ima i nekih ograničenja među kojima je najznačajniji problem pridruživanja pozadinskih asteroida familiji usled tzv. lančanog efekta (eng. chaining effect). Upotrebom fizičkih i hemijskih karakteristika asteroida moguće je znatno unaprediti identifikaciju članova familije. Kako je većina familija homogena po sastavu, objekti koji imaju drugačije osobine od većine članova predstavljaju uljeze.<sup>6</sup>

Jedan od ciljeva ove disertacije je jasno i precizno definisanje kriterijuma po kojima se asteroidi inicijalno pridruženi familiji eliminišu iz nje na osnovu njihovih spektroskopskih i fotometrijskih podataka. Ti kriterijumi stvaraju uslove za ostvarenje drugog, najbitnijeg cilja disertacije - poboljšanje MHG kroz uvođenje dodatnog koraka kojim se povećava pouzdanost identifikacije članova familija asteroida, kao i smanjenje uticaja efekta lančanog vezivanja. Radi omogućavanja široj naučnoj zajednici da koristi rezultate i alate dobijene u okviru ove disertacije razvijen je i onlajn portal: Asteroids Family Portal (AFP). Takođe, u samoj disertaciji priložena je i analiza pojedinih zanimljivih i kompleksnih familija.

Osim poboljšanja pristupa identifikaciji članova familija, cilj ove disertacije je i ispitivanje karakteristika i granica metode za integraciju unazad koja omogućava

---

<sup>6</sup>Izuzetak od ovog pravila su heterogene familije koje su najverovatnije posledica diferenciranih ili delimično diferenciranih roditeljskih tela. Primer takve familije je (4) Vesta familija, kod koje je uočena određena raznovrsnost u spektralnom sastavu (Burbine et al., 2001; Moskovitz et al., 2010; Hardsen et al., 2014).

veoma precizno određivanje starosti mladih familija.

Sadržaj disertacije izložen je u sedam poglavlja. Nakon prvog, uvodnog poglavlja, u drugom i trećem poglavlju nalazi se pregled orbitalnih i fizičkih karakteristika asteroida. Tu je data njihova podela na osnovu orbitalnih parametara, kao i detaljan pregled fotometrijskih i spektroskopskih karakteristika asteroida. Četvrto poglavlje počinje istorijskim osvrtom na istraživanje familija asteroida, nakon čega je dat detaljan opis načina njihove identifikacije. Pored toga, u njemu dat je i detaljan pregled fizičkih karakteristika familija, kao i načina na koji su one korišćene radi eliminisanja uljeza iz liste članova familija. Osim toga, dat je i prikaz metoda za određivanje starosti familija. Peto poglavlje pruža objašnjenje metode razvijene tokom rada na ovoj disertaciji koja poboljšava identifikaciju članova familije, a dat je i pregled rezultata primenjenih na neke familije u GAP. U šestom poglavlju prikazan je još jedan zanimljiv rezultat vezan za ispitivanje metode za određivanje starosti familija. U poslednjem poglavlju sumirani su dobijeni rezultati i opisane su neke od mogućnosti za budući rad. U Prilogu A dati su rezultati primene metode za identifikaciju uljeza na velikom broju familija, a u Prilogu B ukratko je opisana implementacija i način funkcionisanja razvijenog portala AFP.

## 2 Orbitalne i dinamičke karakteristike asteroida

### 2.1 Jednačine kretanja

Prema Njutnovom zakonu gravitacije, jednačine kretanja dva tela masa  $m_0$  i  $m_1$  pod uzajamnim gravitacionim dejstvom u izolovanom, inercijalnom sistemu date su izrazima:

$$\ddot{\mathbf{u}}_0 = \frac{\mathcal{G}m_1}{\|\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_0\|^3}(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_0), \quad \ddot{\mathbf{u}}_1 = \frac{\mathcal{G}m_0}{\|\mathbf{u}_0 - \mathbf{u}_1\|^3}(\mathbf{u}_0 - \mathbf{u}_1), \quad (2.1)$$

gde su  $\mathbf{u}_0$  i  $\mathbf{u}_1$  vektori položaja tela u odnosu na centar mase posmatranog sistema (baricentar),  $\mathcal{G}$  je gravitaciona konstanta i  $\|\mathbf{x}\|$  je Euklidska norma proizvoljnog vektora  $\mathbf{x}$ .

Ukoliko sa vektorom  $\mathbf{r} = \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_0$  označimo relativan položaj između ta dva tela, jednačine kretanja postaju:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mathcal{G}(m_0 + m_1)}{\|\mathbf{r}\|^3}\mathbf{r} = -\nabla\Phi, \quad (2.2)$$

gde je  $\Phi = -\mathcal{G}(m_0 + m_1)/\|\mathbf{r}\|$  gravitacioni potencijal. Jednačina (2.2) opisuje kretanje tela sa manjom masom  $m_1$  oko tela veće mase  $m_0$  (ako je telo  $m_0$  Sunce, komponente vektora  $\mathbf{r}(x, y, z)$  su date u heliocentričnom koordinatnom sistemu). Problem dva tela predstavlja sistem običnih diferencijalnih jednačina drugog reda i rešavanjem tog sistema se dobija rešenje koje zavisi od vektora početnog položaja  $\mathbf{r}_0$  i brzine  $\dot{\mathbf{r}}_0$  (videti poglavlje 1 u Brouwer & Clemence, 1961, kao i poglavlje 2.2 u ovoj disertaciji).

Kako je vektor uglovnog momenta konstantan ( $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}$ ,  $\dot{\mathbf{L}} = 0$ ) sledi da se vektori položaja i brzine nalaze u istoj ravni koja se naziva *orbitalna* ili putanjska ravan. S obzirom da se posmatra kretanje tela u ravni, može se umesto pravouglanih koordinata preći na polarne koordinate  $(r, \theta)$  sa centrom u  $m_0$  i proizvoljnim referentnim pravcem za koji važi da je  $\theta = 0$ . Tada jednačina (2.2) ima oblik u polarnim koordinatama:

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\frac{\mathcal{G}(m_0 + m_1)}{r^2}. \quad (2.3)$$

Njenim integraljenjem se dobija opšta jednačina koja opisuje konusne preseke. Iz nje se izvodi prvi Keplerov zakon koji opisuje eliptično kretanje planeta oko Sunca.

U stvarnosti nije moguće naći gravitaciono izolovan sistem dva tela, pa imamo pojavu uticaja drugih tela koji mogu da dovedu do promene eliptične orbite tela. U sistemu koji se sastoji od centralnog tela, Sunca, mase  $m_0$  i  $N$  objekata masa  $m_1, m_2, \dots, m_N$ , jednačine kretanja  $i$ -tog objekta su date sa:

$$\ddot{\mathbf{u}}_i = -\mathcal{G} \sum_{j \neq i} m_j \frac{\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j}{\|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j\|^3}, \quad (2.4)$$

gde  $i, j \in 1, \dots, N$ . Ukoliko posmatramo heliocentrično kretanje tela zanemarljive mase pod gravitacionim dejstvom Sunca i  $N$  planeta dobijamo:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mathcal{G} \frac{m_0}{\|\mathbf{r}\|^3} \mathbf{r} + \sum_{i=1}^N \mathcal{G} m_i \left( \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}\|^3} - \frac{\mathbf{r}_i}{\|\mathbf{r}_i\|^3} \right) = -\mathcal{G} \frac{m_0}{\|\mathbf{r}\|^3} \mathbf{r} + \mathbf{P}, \quad (2.5)$$

gde je  $\mathbf{r}$  vektor položaja tela zanemarljive mase u odnosu na Sunce,  $\mathbf{r}_i$  je položaj planete mase  $m_i$  u odnosu na Sunce i  $\mathbf{P}$  je funkcija poremećaja nastalih dejstvom ostalih  $N$  planeta. Prvi deo funkcije poremećaja je direktan, jer on daje uticaj ostalih objekata na posmatrano telo, dok drugi, indirektni deo zavisi od izbora koordinatnog sistema (ukoliko bi centar koordinatnog sistema bio u centru mase indirektni deo ne bi bio prisutan).

U određenim situacijama klasični način rešavanja problema  $N$ -tela nije jednostavan, pa je neophodno primeniti drugačiji matematički aparat. U tu svrhu se koristi *hamiltonijanski zapis* jednačina kretanja tela. Bilo koji sistem običnih diferencijalnih jednačina može se zapisati u obliku:

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i}, \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (2.6)$$

gde je  $\mathcal{H} = \mathcal{H}(q_i, p_i, t)$  Hamiltonijan sistema reda  $2n$ , odnosno sa  $n$  stepeni slobode. Promenljive  $q_i$  se nazivaju koordinate, a  $p_i$  momenti (Morbidelli, 2002). Vektori  $\mathbf{q}$  i  $\mathbf{p}$  su uzajamno konjugovani i prostor koji oni definišu naziva se fazni

prostor. Svaki skup  $x = (p, q)$  koji zadovoljava jednačine (2.6) naziva se kanonički.

Definicija Hamiltonijana je vezana za određen sistem koordinata, međutim moguće je definisati transformacije koje zadržavaju formu Hamiltonijana pri promeni koordinata. Takve transformacije se nazivaju kanonske. Formalno rečeno, ako je  $\omega(p, q) = (p', q')$  proizvoljna kanonska transformacija, tada je :

$$\dot{p}' = -\frac{\partial \mathcal{H}'}{\partial q'}, \quad \dot{q}' = -\frac{\partial \mathcal{H}'}{\partial p'},$$

gde je  $\mathcal{H}' = \omega(\mathcal{H})$ .

Kanonske transformacije omogućavaju drugačiji zapis polaznog Hamiltonijana, čime se pojednostavljuje analitički izraz i lakše dolazi do rešenja sistema.

Hamiltonijan problema dva tela je  $\mathcal{H}_0 = 1/2\|\mathbf{v}\|^2 + \Phi(\mathbf{x})$ , gde su  $\mathbf{x}, \mathbf{v}$  redom vektori položaja i brzine, a  $\Phi(x)$  je potencijalna energija sistema. Iz samog zapisa Hamiltonijana za problem dva tela vidimo da on predstavlja sumu kinetičke i potencijalne energije sistema, odnosno predstavlja njegovu ukupnu energiju. Slično, Hamiltonijan problema  $N$ -tela se može zapisati u obliku  $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1$ , gde  $\mathcal{H}_1$  predstavlja perturbaciju (poremećaj), a  $\mathcal{H}_0$  Hamiltonijan problema dva tela.

Rečeno je da jednačine kretanja  $N$ -tela nisu integrabilne, pa samim tim nisu integrabilni ni njima pridruženi Hamiltonijani. Međutim, za male vrednosti poremećaja, kretanje se minimalno razlikuje od integrabilnog pa tako dobijamo tzv. kvazi-integrabilne sisteme. Hamiltonijan je kvazi-integrabilan ako sa odgovarajućim kanonskim promenljivama može biti napisan u obliku:

$$\mathcal{H}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \mathcal{H}_0(\mathbf{p}) + \varepsilon \mathcal{H}_1(\mathbf{p}, \mathbf{q}), \quad (2.7)$$

gde je  $\varepsilon$  mali parametar,  $\mathcal{H}_0$  je integrabilna aproksimacija Hamiltonijana  $\mathcal{H}$  a  $\mathcal{H}_1$  njegov poremećaj. Rešenje odstupa od realne trajektorije za vrednost parametra  $\varepsilon$  koji je reda odnosa mase najmasivnijeg poremećajnog tela i centralnog tela. U Sunčevom sistemu najmasivnije poremećajno telo je Jupiter pa je  $\varepsilon \approx 10^{-3}$ .

Detaljan pregled rešavanja jednačina kretanja je dat u Brouwer & Clemence (1961); Morbidelli (2002).

## 2.2 Orbitalni elementi

Kao rešenje problema dva tela dobijaju se konstante integracije koje predstavljaju početne uslove, odnosno komponente vektora položaja i brzine. Pored njih kretanje tela je moguće jednoznačno odrediti i skupom od šest orbitalnih elemenata, tzv. Keplerovih eliptičkih elemenata: velika poluosa ( $a$ ), ekscentricitet ( $e$ ), nagib putanjske ravni (inklinacija,  $i$ ), srednja anomalija ( $M$ ), longituda uzlaznog čvora ( $\Omega$ ) i argument perihela ( $\omega$ ).

Moguće je definisati "1-1" preslikavanje između Keplerovih orbitalnih elemenata i komponentata vektora položaja i brzine tela na putanji ( $x, y, z, dx/dt, dy/dt, dz/dt$ ). To preslikavanje dato je pomoću veza:

$$\mathbf{r} = R_{xy}\mathbf{q}, \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = R_{xy}\frac{d\mathbf{q}}{dt}, \quad (2.8)$$

gde su komponente vektora  $\mathbf{q}$  i  $d\mathbf{q}/dt$  date sa:

$$[q_1, q_2, 0] = [a(\cos E - e), a\sqrt{1 - e^2} \sin E, 0] \quad (2.9)$$

$$\left[\frac{dq_1}{dt}, \frac{dq_2}{dt}, 0\right] = \left[-\frac{na \sin E}{1 - e \cos E}, \frac{na\sqrt{1 - e^2} \cos E}{1 - e \cos E}, 0\right], \quad (2.10)$$

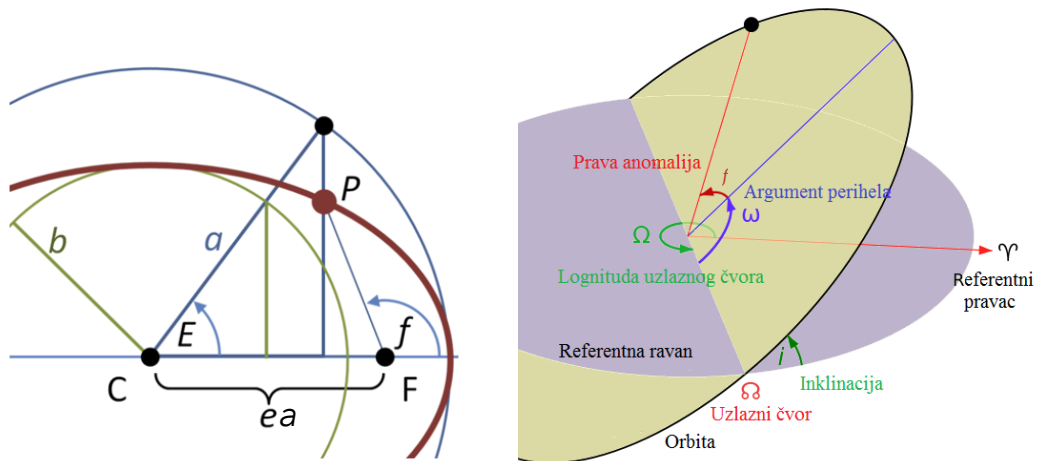
a matrica rotacije  $R_{xy}$  definisana sa:

$$\begin{pmatrix} \cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \cos i \sin \omega & -\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos i \cos \omega & \sin \Omega \sin i \\ \sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \cos i \sin \omega & -\sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos i \cos \omega & -\cos \Omega \sin i \\ \sin i \sin \omega & \sin i \cos \omega & \cos i \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

Keplerovi orbitalni elementi najčešće se koriste za opisivanje putanje tela, jer su jasniji za upotrebu u odnosu na komponente vektora položaja i brzine tela. Pregled Keplerovih elemenata i njihovih karakteristika je dat u tekstu koji sledi.

Oblik i veličina orbite tela su određeni sa dva parametra  $a$  i  $e$ . Velika poluosa ( $a$ ) predstavlja veći poluprečnik elipse po kojoj se telo kreće. Ekscentričnost ( $e$ ) nam





(a) Položaj tela na orbiti.

(b) Položaj orbite u ravni.

Slika 1: Orbitalni elementi kojima je određen položaj tela na putanji (a), kao i položaj same orbite u odnosu na referentnu ravan (b). Na levoj slici prikazani su sledeći elementi:  $E$  - ekscentrična anomalija;  $f$  - prava anomalija;  $e$  - ekscentricitet orbite;  $a$ ,  $b$  - velika i mala poluosa orbite. Na desnoj slici imamo:  $\Omega$  - longituda uzlaznog čvora;  $\omega$  - argument perihela;  $f$  - prava anomalija;  $i$  - nagib putanjske ravni u odnosu na referentnu ravan.

daje informaciju o izduženosti elipse, gde  $e = 0$  označava kružnu putanju, dok  $e = 1$  znači da je orbita prava dužine  $2a$ . Na eliptičnoj putanji tačka najbliža Suncu je perihel:  $q = a(1 - e)$ , a najudaljenija se naziva afel:  $Q = a(1 + e)$ .

Da bi se odredila srednja anomalija tela, potrebno je da se zna pozicija tela na orbiti u proizvoljnom trenutku. Pozicija tela je određena sa dve polarne koordinate: pravom anomalijom ( $f$ ) i vektorom položaja tela u odnosu na Sunce ( $\mathbf{r}$ ). Umesto polarnih koordinata može da se koristi ekscentrična anomalija ( $E$ ) koja predstavlja ugao između pravca ka perihelu i pravca ka projekciji tela na krug poluprečnika  $a$  (Slika 1a). Veza između ekscentrične anomalije i polarnih koordinata data je sa:

$$r = a(1 - e \cos E), \quad \cos f = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E}. \quad (2.12)$$

Veza koja nam pokazuje promenu ekscentrične anomalije u zavisnosti od vremena je data relacijom (Keplerova jednačina; Danby, 1962):

$$E - E \sin e = n(t - t_o) = M, \quad (2.13)$$

gde je  $t$  vreme u nekom proizvoljnom trenutku,  $t_o$  vreme prolaska tela kroz perihel i  $n$  je srednje dnevno kretanje<sup>7</sup>. Tu zavisnost označavamo sa  $M$  i nazivamo srednjom anomalijom, koja nam takođe određuje položaj tela na orbiti.

Nagib putanjske ravni (inklinacija;  $i$ ) je ugao između ravni u kojoj se nalazi orbita i referentne ravni. Za objekte u Sunčevom sistemu kao referentna ravan se koristi ravan ekliptike. Ako je nagib različit od nule, orbita seče referentnu ravan u dvema tačkama koje se nazivaju čvorovi. Razlikujemo uzlazni čvor, gde telo prolazi iznad referentne ravni krećući se u direktnom smeru, i silazni čvor gde telo prolazi ispod referentne ravni. Orijentacija same orbite u prostoru je određena položajem uzlaznog čvora (videti Sliku 1b), koji se meri od referentnog pravca ( $\gamma$  tačka) do pravca ka uzlaznom čvoru u direktnom smeru. Taj ugao se naziva longituda uzlaznog čvora ( $\Omega$ ). Orijentacija orbite u orbitalnoj ravni je određena argumentom perihela ( $\omega$ ), koji predstavlja uglovno rastojanje mereno u ravni orbite od pravca ka uzlaznom čvoru do pravca ka perihelu, takođe u direktnom smeru.

Ukoliko orbita tela leži u referentnoj ravni ( $i = 0^\circ$ ), položaj čvorova nije određen, pa samim tim nisu definisani ni uglovi  $\omega$  i  $M$ . Srednja anomalija nije određena ni kada je orbita kružna, jer tada položaj perihela nije jednoznačno određen. U tim situacijama, koriste se druga dva ugla: longituda perihela ( $\varpi = \omega + \Omega$ ) i srednja longituda ( $\lambda = M + \omega + \Omega$ ). Longituda perihela je definisana u situaciji kada je inklinacija jednaka nuli, dok je srednja longituda dobro definisana i kada je orbita kružna.

Keplerovi elementi ne mogu da se koriste kao koordinate u Hamiltonijanskom zapisu jednačina dva tela jer ne čine konjugovani skup elemenata. Međutim, onda se koriste drugi skupovi orbitalnih elementa koji se mogu izvesti iz Keplerovih elemenata kao što su npr. Delaunijevi i Poankareovi orbitalni elementi (Brouwer & Clemence, 1961; Born et al., 1967).

---

<sup>7</sup> $n = \sqrt{\mathcal{G}(m_o + m_1)}a^{-3/2}$ , gde je  $\mathcal{G}$  gravitaciona konstanta,  $m_o$  masa Sunca,  $m_1$  je masa tela i  $a$  velika poluosa tela.

Delaunijevi elementi su  $l, g, h, L, G, H$ :

$$\begin{aligned} l &= M, & g &= \omega, & h &= \Omega \\ L &= \mu^* \sqrt{\mu a}, & G &= \mu^* \sqrt{\mu a(1 - e^2)}, & H &= \mu^* \sqrt{\mu a(1 - e^2)} \cos i, \end{aligned}$$

gde su  $l, g, h$  koordinate i  $L, G, H$  odgovarajući konjugovani momenti,  $\mu^*$  je redukovana masa sistema  $\mu^* = (m_0 m_1)/(m_0 + m_1)$  i  $\mu = \mathcal{G}(m_0 + m_1)$ . Hamiltonijan problema dva tela (2.2) zapisan pomoću Delaunijevih elemenata ima veoma pojednostavljen oblik:

$$\mathcal{H} = -\frac{\mu^2 (\mu^*)^3}{2L^2}.$$

Poankareovi elementi su:

$$\begin{aligned} \lambda &= M + \omega + \Omega, & \gamma &= -\omega - \Omega, & z &= -\Omega \\ \Lambda &= \mu^* \sqrt{\mu a}, & \Gamma &= \mu^* \sqrt{\mu a(1 - \sqrt{1 - e^2})}, & Z &= \mu^* \sqrt{\mu a(1 - e^2)}(1 - \cos i), \end{aligned}$$

gde su  $\lambda, \gamma, z$  koordinate i  $\Lambda, \Gamma, Z$  njima odgovarajući konjugovani momenti. Hamiltonijan zapisan pomoću Poankareovih elemenata, takođe ima jednostavan oblik:

$$\mathcal{H} = -\frac{\mu^2 (\mu^*)^3}{2\Lambda^2}.$$

Osim ovih elemenata moguće je koristiti i druge u zavisnosti od prirode problema koji se proučava uz napomenu da oni moraju da budu kanonički (da čuvaju oblik Hamiltonijana).

## 2.3 Gravitacioni poremećaji

Iz jednačine (2.5) vidimo da ukoliko nema poremećajnih tela, kretanje je pod gravitacionim dejstvom centralnog objekta i predstavlja problem dva tela. Tada su orbitalni elementi  $a, e, i, \varpi$  i  $\Omega$  fiksni i nepromenljivi, dok se  $M$  menja linearno sa vremenom.

U prisustvu dodatnih tela dolazi do pojave poremećaja koji dovode do promene

orbitalnih elemenata posmatranog tela. Njihov uticaj je sadržan u funkciji poremećaja  $\mathbf{P}$  (jednačina 2.2) koja se rešava razvojem u trigonometrijski red čiji je opšti oblik za problem tri tela (Sunce-Jupiter-asteroid):

$$\mathbf{P} = \sum C(a, e, i, a', e') \cos(j_1\lambda + j_2\varpi + j_3\Omega + j_4\lambda' + j_5\varpi'), \quad (2.14)$$

gde su  $a, e, i, \lambda, \varpi, \Omega$  orbitalni elementi asteroida,  $a', e', \lambda', \varpi'$  orbitalni elementi Jupitera, a  $j_i$  proizvoljne celobrojne konstante. Kao referentna ravan je uzeta ravan kretanja Jupitera oko Sunca (zato su zanemareni  $i'$  i  $\Omega'$ ). U razvoju funkcije poremećaja u red imamo samo kosinusne članove, jer ona ne menja svoj znak usled promene znaka argumenata trigonometrijskih funkcija (prvo Dalamberovo pravilo).

U trigonometrijskim članovima funkcije poremećaja zavisnost od vremena se pojavljuje uz konstante  $j_1$  i  $j_4$ :  $\lambda = nt + \Omega + \varpi, \lambda' = n't + \Omega' + \varpi'$ . Iz tog razloga je svaki taj član periodična funkcija sa periodom  $T = (2\pi)/(j_1n + j_4n')$ . Tu vidimo da u slučaju kada je broj u deliocu blizak nuli (odnosno kada su srazmerna srednja dnevna kretanja) imamo izrazito veliki period, pa on biva značajno veći u odnosu na ostale članove (to je tzv. problem malih delioca).

Sem kod periodičnih članova, vreme se pojavljuje u poremećajima višeg reda i kod članova koji imaju konstante  $j_2, j_3, j_5$  uz sebe. Takvi poremećaji se nazivaju sekularni poremećaji, jer se dešavaju na mnogo dužim vremenskim skalama u odnosu na periodične.

Poremećaji generalno dovode do promene srednje anomalije  $M$  koja se više ne menja linearno, kao i do kratko-periodičnih oscilacija kod drugih orbitalnih elemenata. Takođe, imamo pojavu precesije orbitalnih uglova  $\varpi$  i  $\Omega$ , sa periodom reda veličine nekoliko desetina hiljada godina. Pored ovih, generalnih pojava, ulazak u rezonance i bliski prilazi mogu dovesti do promena u oscilacijama orbitalnih elemenata i njihovog eventualnog izbacivanja iz Sunčevog sistema ili sudara sa drugim telima.

Rezonance su gravitacioni fenomeni do kojih dolazi usled srazmernosti orbitalnih perioda dva i/ili više tela. Osnovni tipovi rezonanci su:

1. **Rezonance u srednjem kretanju.** Do ovog tipa rezonance dolazi kada su

orbitalni periodi dva tela (1) i (2) samerljivi, odnosno mogu da se izraze kao odnos celih brojeva:  $k_1 n_1 - k_2 n_2 \approx 0$ , gde su  $k_1$  i  $k_2$  nenegativni celi brojevi, a  $n_1$  i  $n_2$  srednja kretanja tela (videti diskusiju iznad). Jačina rezonance u srednjem kretanju zavisi od više faktora: mase, udaljenosti planete sa kojom je telo u rezonanci, kao i od veličine brojeva  $k_1$  i  $k_2$ . Ukoliko  $p$  predstavlja period planete, a  $p + q$  period asteroida i ako su oni u rezonanci onda  $q$  označava njen red i određuje snagu rezonance (Nesvorný & Morbidelli, 1998). Gallardo (2006) je razvio numerički metod za izračunavanje jačine rezonance koji omogućava preciznije poređenje rezonanci iste snage, odnosno reda. Rezonance u srednjem kretanju imaju različite uticaje na kretanje objekata (asteroida) u njima, npr. mogu da dovedu do spore promene orbitalnih parametara (videti npr. Nesvorný & Morbidelli, 1998) ili do nagle promene orbitalnih elemenata koje mogu da dovedu do transporta u unutrašnjost Sunčevog sistema, kao i do izbacivanja asteroida iz Sunčevog sistema (Morbidelli & Moons, 1995; Gladman et al., 1997; Todorović, 2017). Pored toga, rezonance u srednjem kretanju mogu da budu uzrok i stabilnosti (Morbidelli et al., 1995).

2. **Sekularne rezonance.** Longituda perihela ( $\omega$ ) i uzlaznog čvora ( $\Omega$ ) se menjaju usled precesije orbite tela. Brzina promene ovih uglova, odnosno njihova frekvencija, označava se sa  $d\omega/dt = g$  i  $d\Omega/dt = s$ . Do sekularne rezonance dolazi kada su promene sekularnih uglova ( $\Omega$  i  $\omega$ ) dva ili više tela srazmerne:  $\sum_i k_i g_i + \sum_j k_j s_j \approx 0$ , gde su  $k_i, k_j$  celi brojevi. Sekularne rezonance imaju duge periode koji su reda nekoliko miliona godina, i one mogu dovesti do haotičnog kretanja uhvaćenih asteroida (videti npr. Knežević et al., 1991; Morbidelli & Henrard, 1991a; Novaković et al., 2015).
3. **Spin-orbit rezonance.** Spin-orbit rezonance nastaju usled samerljivosti perioda rotacije tela sa njegovim periodom revolucije.

Problem  $N$  tela je neintegrabilan, pa su mogući načini njegovog rešavanja: razvoj funkcije poremećaja u red (analitički metod) ili numerička integracija sistema. Kao posledica ogromnog razvoja informacionih tehnologija, numeričke metode integracije jednačina kretanja se danas najčešće koriste. Pomoću numeričkih integratora moguće

je pratiti evoluciju sistema  $N$  tela računajući njegovo stanje korak po korak. Razvijen je veliki broj algoritama koji rešavaju jednačine kretanja (vidi npr. Eggl & Dvorak, 2010). Prilikom rada na ovoj disertaciji, za numeričke simulacije korišćena su dva integratora iz OrbFit i Merkjuri (eng. Mercury) softverskih paketa. Iz OrbFit paketa korišćen je ORBIT9 integrator (Milani & Nobili, 1988), a iz Merkjuri paketa hibridni simplektički integrator (Chambers, 1999).

## 2.4 Negravitacioni poremećaji

Pored gravitacionih poremećaja, na kretanje asteroida utiču i negravitacioni mehanizmi od kojih su najznačajniji efekti Jarkovski i JORP (YORP, Yarkovsky-O'Keefe-Radziwskii-Paddack).

Efekat Jarkovskog (Yarkovsky Farinella & Vokrouhlický, 1999; Bottke et al., 2006) nastaje kao posledica razlike u temperaturi na površini nekog tela. Do nje dolazi usled toplotnog zračenja Sunca (ili nekog drugog izvora toplotnog zračenja) i kretanja tela (rotacija i revolucija). Različit gradijent temperature na površini dovodi do asimetričnog re-emitovanja akumulirane toplote u okolni prostor usled čega se stvara mali impuls koja pomera telo u pravcu suprotnom toplijoj strani. Kao posledica efekta Jarkovskog, dolazi do promene velike poluose tela.

Efekat Jarkovskog može da bude dnevni ili sezonski (u zavisnosti da li govorimo o rotaciji ili revoluciji asteroida). Promena velike poluose usled dnevnog efekta je data sa:

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{dnevna} = -\frac{8}{9} \frac{\alpha \Phi}{n} W(R_\omega, \Theta_\omega) \cos \gamma,$$

a usled sezonskog sa:

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{sezonska} = \frac{4}{9} \frac{\alpha \Phi}{n} W(R_\omega, \Theta_\omega) \sin^2 \gamma,$$

gde je  $\alpha$  procenat apsorbovane svetlosti na površini asteroida,  $n$  srednje dnevno kretanje asteroida,  $\gamma$  nagib ose rotacije asteroida, funkcija  $W(R_\omega, \Theta_\omega)$  predstavlja izabrani termalni model,  $\Phi = \pi R^2 F / (mc)$ ,  $R$  radijus tela,  $F$  fluks Sunčevog zračenja na rastojanju na kome se nalazi asteroid mase  $m$  i  $c$  je brzina svetlosti. Faktor  $\Phi$  je karakterističan za bilo koji fizički proces povezan sa količinom reflektovane ili

apsorbovane sunčeve svetlosti i kako je masa proporcionalna  $R^3$  dobijamo da je on proporcionalan  $\Phi \propto 1/R$ . Uticaj Jarkovskog je najveći kada je  $W(R\omega, \Theta\omega) \approx 1$ , stoga imamo da je promena velike poluose obrnuto proporcionalna poluprečniku tela  $da/dt \propto 1/R$ . Smer pomeranja velike poluose kod dnevne komponente efekta Jarkovskog zavisi od smera rotacije asteroida (povećava se u slučaju direktnog smera rotacije, dok se kod retrogradnog smanjuje). Sezonska komponenta uvek smanjuje veliku polousu.

Promena poluose tela prečnika 1 km usled dejstva efekta Jarkovskog iznosi  $1 - 5 \times 10^{-4} \text{AJ}$  za period od milion godina (videti reference unutar Vokrouhlický et al., 2015).

JORP efekat nastaje usled nepravilnog oblika tela (npr. asteroida) i dovodi do promene parametara rotacija tela. Promena rotacionih parametara kod JORP efekta obrnuto je proporcionalna kvadratu prečnika  $\propto 1/R^2$  i on može da dovede do promene ose rotacije asteroida, što kao posledicu ima promenu smera dejstva efekta Jarkovskog.

## 2.5 Oskulatorni i sopstveni elementi

Postoji nekoliko tipova orbitalnih elemenata od kojih su nama najbitniji oskulatorni i sopstveni elementi. Oskulatorni elementi su oni koje bi telo zauvek imalo ukoliko bi nestala sva tela koja izazivaju poremećaje u njegovom kretanju. Strogo rečeno, oskulatorni elementi za epohu  $t$  određuju Keplerovu elipsu, a to je tangenta na pravo kretanje koje telo ima u tom trenutku  $t$ . Oskulatorni elementi se dominantno koriste za izračunavanje efemerida i vremenom se menjaju usled gravitacionih i negravitacionih poremećaja.

Sopstveni elementi se dobijaju iz oskulatornih elemenata uklanjanjem kratkoperiodičnih i dugoperiodičnih poremećaja. Oni predstavljaju kvazi integrale kretanja i stabilni su na dugim vremenskim skalama. Upravo zbog toga, sopstveni elementi su pogodni za analizu kretanja asteroida na dugim vremenskim intervalima, identifikaciju familija i sl. Sopstveni elementi asteroida su  $a_p, e_p, i_p, \Omega_p, \varpi_p$ , a najčešće se koriste samo tri sopstvena elementa:  $a_p, e_p$  i  $i_p$ .

Sopstveni elementi se mogu izračunati analitičkim putem (Milani & Knežević,

1990, 1994) ili numeričkim putem (sintetički sopstveni elementi; Knežević & Milani, 2000). Tačnost sintetičkih sopstvenih elemenata je za faktor tri veća u odnosu na analitičke elemente (Knežević & Milani, 2000), i za razliku od analitičkih, tačnost sintetičkih elemenata ne opada kod asteroida sa visokim ekscentričnostima orbita i/ili nagiba putanjskih ravni. Razvijeni su i posebni algoritmi za račun sintetičkih sopstvenih elemenata kod izdvojenih grupa asteroida: Trojanci (Milani, 1993; Beaugé & Roig, 2001) i Hilda asteoirdi (Schubart, 1982a). Katalog sopstvenih elementa je dostupan za preuzimanje sa sajta Asteroids Dynamic Site (AstDys; <http://hamilton.dm.unipi.it/astdys/index.php?pc=5>; Knežević & Milani, 2003).

Kako se sintetički sopstveni elementi dominantno koriste u proučavanju familija asteroida, navešćemo osnovne korake za njihovo izračunavanje (Knežević & Milani, 2000; Knežević & Milani, 2003). Glavni koraci su: (1) numerička integracija orbita asteroida čije sopstvene elemente određujemo (Milani & Nobili, 1988); (2) izbacivanje kratkoperiodičnih poremećaja čime se dobijaju tzv. *srednji elementi* i sopstvena velika poluosa  $a_p$  (Carpino et al., 1987; Knežević & Milani, 2000); (3) na dobijene podatke se primenjuje Furijeova analiza (Ferraz-Mello, 1981) radi dobijanja ostalih sopstvenih elemenata  $e_p$  i  $i_p$ , kao i odgovarajućih sopstvenih frekvencija  $n_p$ ,  $g$  i  $s$ ; (4) određivanje grešaka pri računanju sopstvenih elemenata.

## 2.6 Klasifikacija asteroida po orbitalnim parametrima

Na osnovu orbitalnih parametara (najviše velike poluose,  $a$ ), asteroidi se mogu svrstati u nekoliko grupa: asteroidi bliski Zemlji, Mars kroseri, asteroidi glavnog asteroidnog prstena, Hilda asteroidi i na kraju Jupiterovi trojanci. Za svaku grupaciju je dat pregled osnovnih karakteristika sa akcentom na njihovoj orbitalnoj dinamici i karakteristikama.

### 2.6.1 Objekti bliski Zemlji (OBZ)

Objekti bliski Zemlji su oni čije je perihelsko rastojanje  $q < 1.3\text{AJ}$ . Od prvog otkrivenog OBZ 1898. godine (433 Eros) pa do maja 2017. godine otkriveno je 16 233 OBZ-a <sup>8</sup>, od čega su 175 komete (0.01%), pa se zato često ova grupa objekata naziva

<sup>8</sup>Podaci preuzeti sa: [https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb\\_query.cgi](https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb_query.cgi)



i asteroidima bliski Zemlji (ABZ). Od ukupnog broja otkrivenih OBZ-a, oko 6% ima prečnik veći od 1 km, dok prečnik manji od 100 m ima približno 45% njih.

Na osnovu vrednosti oskulatornih orbitalnih elemenata ovih objekata, isti se mogu podeliti u nekoliko grupa:

- **Amor** objekti su oni čija se velika poluosa nalazi između velike poluose Zemlje i Marsa, odnosno čije je perihelsko rastojanje u intervalu  $1.02 \leq q \leq 1.3$  AJ.
- **Apolo** objekti su oni čija je velika poluosa veća od Zemljine ( $a > 1.00$  AJ), ali čije je perihelsko rastojanje unutar Zemljine orbite ( $q \leq 1.02$  AJ). Ovi objekti seku Zemljinu orbitu.
- **Aten** objekti su oni čija je velika poluosa manja od Zemljine ( $a < 1.00$  AJ) i kod kojih je afelsko rastojanje ( $Q > 0.98$ ) veće od Zemljinog perihelskog rastojanja. Aten objekti, kao i Apolo, seku Zemljinu putanju.
- **Unutrašnji Zemljini objekti** (Apohele objekti, eng. Inner-Earth Objects, IEO) su oni čija se orbita nalazi unutar Zemljine, odnosno koji nikada ne presecaju Zemljinu putanju. Njihovo afelsko rastojanje je manje od Zemljinog perihelskog rastojanja ( $q_{\oplus} = 0.98$  AJ). Mogu se podeliti u nekoliko grupa na osnovu njihovih afelskih rastojanja: Atira ( $0.72 < Q < 0.98$  AJ), Vatira ( $0.31 < Q < 0.72$  AJ) i Vulkanoidi ( $Q < 0.31$  AJ). Od ovih objekata detektovani su jedino oni koji pripadaju Atira grupi, dok Vatira i Vulkanoidi za sada nisu pronađeni.

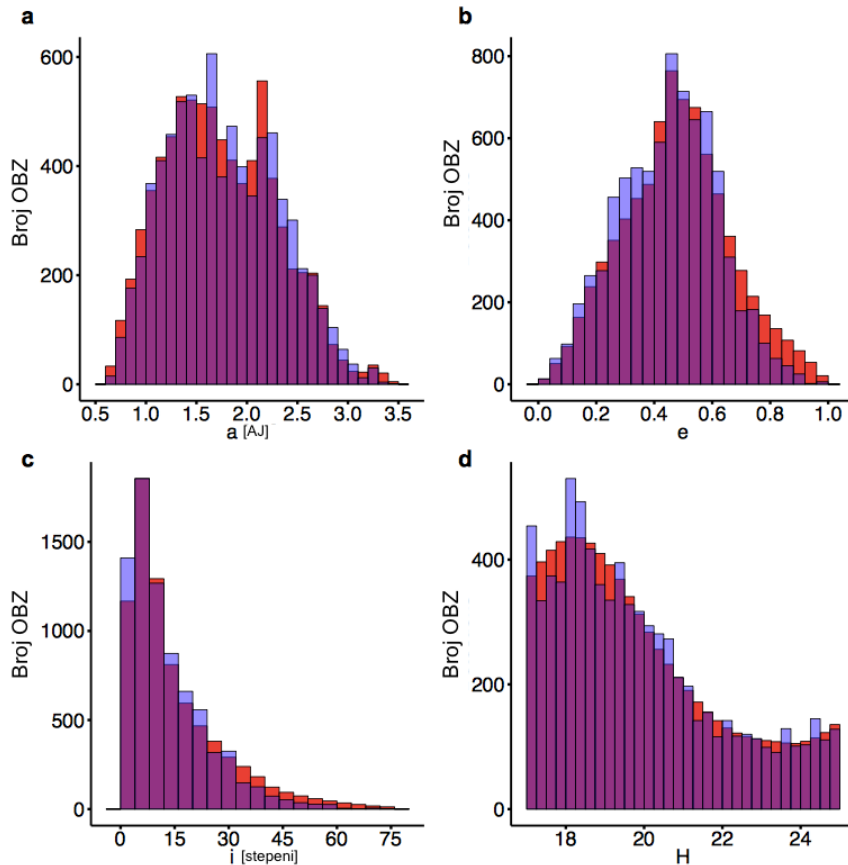
Od ukupnog broja otkrivenih OBZ, 54% pripada Apolo grupi, 38% Amor i 7% Aten grupi. Iz unutrašnjih Zemljinih objekata, otkriveno je 16 Atira objekata, od kojih je samo 6 numerisano.

Posebnu klasu OBZ čine oni kod kojih postoji verovatnoća da u nekom trenutku priđu jako blizu Zemlji, pa i da se sudare sa njom. U ovu grupu potencijalno opasnih objekata spadaju oni koji zadovoljavaju uslov da im je apsolutna magnituda  $H < 22$  i da mogu da priđu Zemljinoj orbiti na rastojanju manjem od  $0.05$  AJ. Poznato je 1740 ovakvih objekata (maj 2017. JPL Small Body Database). Pripadnost objekta ovoj grupi ne znači da će doći do njegovog sudara sa Zemljom, ali postoji rizik od takvog ishoda. Kvantitativna mera rizika od sudara se iskazuje pomoću Torino i

Palermo skale. Prema Torino skali (Morison et al., 2004), rizik od udara se izražava celobrojnim vrednostima od 0 do 10, gde nula označava nepostojanje rizika, dok 10 označava siguran sudar sa Zemljom koji ima katastrofalne posledice po život. Za procenu rizika, Torino skala koristi predviđenu jačinu energije sudara, kao i verovatnoću da do sudara dođe. Palermo skala (Chesley et al., 2002) omogućava da se sa više detalja kvantifikuje nivo rizika koji se vezuje za određeni objekat. Prednost Palermo skale u odnosu na Torinu skalu je u tome što se omogućava preciznije definisanje rizika kod objekata sa malom vrednošću na Torino skali. Za razliku od Torino skale koja ima deset diskretnih vrednosti, Palermo skala je kontinualna.

Bottke et al. (2002) su razvili model koji opisuje raspodelu OBZ po orbitalnim karakteristikama i apsolutnoj magnitudi ( $H$ ). Prema tom modelu, 32% od ukupnog broja OBZ pripada Amor grupi, 62% Apolo objektima, 6% Aten grupi i 2% unutrašnjim Zemljinim objektima. Model koji su razvili Bottke et al. je bio u dobroj meri saglasan sa tadašnjim raspoloživim podacima o OBZ. Međtim, kako danas imamo znatno veći broj detektovanih objekata, pokazalo se da njihov model nije u potpunosti kompatibilan sa posmatračkim podacima, posebno oko procene broja Apohel asteroida. Unapređenje navedenog modela dali su Granvik et al. (2016) koristeći rezultate dobijene putem Catalina pregleda neba (eng. Catalina Sky Survey; CSS). Catalina pregled neba je projekat pomoću koga je otkriven veliki broj OBZ. Sastoji se od dva teleskopa (1.5-m Mt Lemmon i 0.8-m Catalina teleskopa). Od 2005. do 2012. godine pomoću ovog pregleda neba detektovano je 3 632 OBZ.

Granvik et al. su приметили da njihov model (Slika 2) predviđa veliki broj OBZ sa malim perihelskim rastojanjima  $q$ , što je u suprotnosti sa posmatračkim podacima (trenutno je poznato svega 16 Atira objekata), dok je za ostale grupe objekata u dobroj saglasnosti. Kao objašnjene te razlike predloženo je postojanje kritičnog perihelskog rastojanja  $q^*$ , koje kada objekat dostigne, a usled određenih procesa, uzrokuje njegov raspad. Procenjena vrednost kritičnog perihelskog rastojanja je  $q^* = (0.076 \pm 0.003)$  AJ. Do raspada dolazi najverovatnije usled samog sastava objekata. Ukoliko telo sadrži dosta isparljivih elemenata, zbog njegovog zagrevavanja neminovno dolazi do raspada istog. Kako je takav sastav karakterističan za asteroide koji imaju nizak albedo (videti poglavlje 3), ne očekujemo da imamo njihovo



Slika 2: Model koji su dali Granvik et al. (2016). Na slici je prikazano poređenje broja detektovanih OBZ (plava boja) i broja koje predviđa model (ljubičasta boja) prema različitim orbitalnim parametrima: (a) velika poluosa, (b) ekscentricitet, (c) nagib putanje i (d) apsolutna magnituda . Crvena boja se odnosi na model u kome su uključeni selekcionni efekti. Izvor: Granvik et al. (2016).

prisustvo na manjim perihelskim rastojanjima. Posmatrački podaci potvrđuju da na manjim heliocentričnim rastojanjima dominiraju objekti sa visokim albedom, što je u saglasnosti sa opisanim modelom raspodele OBZ. Mainzer et al. (2012) su pokazali da od OBZ najveći albedo imaju Aten objekti, zatim Apolo i na kraju Amor grupa objekata.

S obzirom na značaj i rizik koji nose objekti bliski Zemlji, potrebno je da obratimo pažnju na njihovu dinamiku i poreklo. Numeričke simulacije su pokazale da OBZ imaju prosečan životni vek od oko 10 miliona godina, nakon čega bivaju izbačeni iz Sunčevog sistema ili se sudare sa Suncem ili nekom od planeta (Farinella et al., 1994). Njihov kratak vek boravka u blizini Zemlje, nam sugerise da mora da postoji neki mehanizam koji omogućava kontinuirani transport objekata

u ovaj region. Zbog svoje veličine i položaja, glavni asteroidni prsten se nametnuo kao najverovatniji izvor objekata bliskih Zemlji. Prvo objašnjenje mogućeg načina transporta objekata iz glavnog asteroidnog prstena je dat u doktorskoj disertaciji J.G. Vilijamsa (Wetherill, 1979). U istoj pokazan je uticaj sekularne rezonance sa Saturnom  $\nu_6 = g - g_6$ . Ona dovodi do oscilacija u ekscentricitetu putanje tela sa amplitudom promene koja prelazi 0.25. Promena ekscentriciteta omogućava da dođe do bliskih prilaska sa Marsom usled promene perihelskih rastojanja. U tom slučaju, kao posledica kvazi očuvanja vrednosti Tisserandovog parametra dolazi do promene velike poluose tela. Kombinacijom ova dva efekta (rezonance + bliski prilazi) dolazi do transporta objekata u oblast u blizini Zemlje.

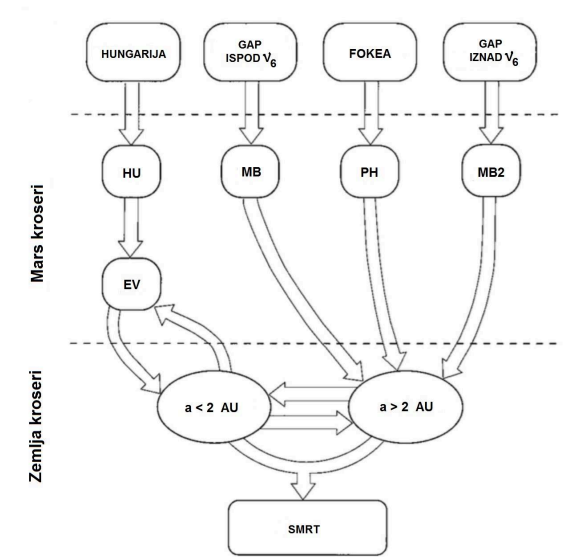
Vrlo brzo nakon Williamsovog rada, pojavili su se i drugi radovi koji su ukazali na značaj rezonanci u srednjem kretanju, posebno 3/1 rezonance sa Jupiterom koja se nalazi na  $a = 2.5\text{AJ}$ . Detaljan pregled najznačajnijih rezonanci koje dovode do transporta objekata u blizinu Zemlje se može videti u Morbidelli et al. (2002); Granvik et al. (2017). Zbog velikog broja prisutnih rezonanci u glavnom asteroidnom prstenu i njihovog preklapanja dolazi do kontinuiranog transporta objekata u region objekata bliskih Zemlji. Pored gravitacionih fenomena, veoma bitnu ulogu u transportu asteroida u pojas oko Zemlje imaju negravitacioni efekti: Jarkovski i JORP koji su objašnjeni u poglavlju 2.4. Ovi efekti dovode do promene u velikoj poluosi asteroida (Farinella & Vokrouhlický, 1999; Vokrouhlický et al., 2015) usled čega može da dođe do ubacivanja asteroida u rezonancu i njihovog transporta u region unutrašnjih planeta. Od ukupnog broja OBZ sa magnitudama manjim od 22, njih 61% dolazi iz unutrašnjeg dela glavnog asteroidnog prstena, 24% iz središnjeg dela, 8% iz spoljašnjeg i 6% iz Jupiterove familije kometa.

### 2.6.2 Mars kroseri

Mars kroserima se smatraju svi objekti čija oskulatorna putanja preseca orbitu Marsa. Formalno govoreći, objekat se smatra Mars kroserom ukoliko prolazi kroz torus definisan heliocentričnim rastojanjem  $r$  između 1.341 AJ i 1.706 AJ, i vertikalnom  $z$  komponentom  $|z| < r \sin(6.4^\circ)$ . Granice su vezane za Marsov maksimalan ekscentricitet od 0.12 i maksimalni nagib ravni od  $6.4^\circ$ . Do sada ima 15 418

poznatih Mars krosera (maj 2017., izvor: JPL Small Body Database).

Michel et al. (2000) su predložili podelu ovih objekata na bazi njihovih orbitalnih karakteristika<sup>9</sup> (velika poluosa, nagib putanjske ravni kao i položaj u odnosu na  $\nu_6$  rezonancu). Podela na različite grupe je posledica njihove različite dinamičke evolucije i vremena izbacivanja iz Sunčevog sistema ili sudara sa nekom od planeta.



Slika 3: Tranzicija asteroida iz oblasti glavnog asteroidnog prstena u region asteroida bliskih Zemlji preko grupe Mars krosera. Izvor: Michel et al. (2000).

Najznačajniji su objekti koji pripadaju grupama MB, HU i PH jer oni predstavljaju značajan rezervoar OBZ. Numeričke integracije su pokazale da polovina OBZ većih od 5 km dolazi iz ovih grupa Mars krosera (Slika 3; Michel et al., 2000; Bottke et al., 2002). Glavni razlog za transport Mars krosera u oblast oko Zemlje su rezonance u koje oni dolaze usled bliskih prilazaka Marsu. Nakon što postanu OBZ, dužina života im zavisi od njihove velike poluose. Oni objekti kod kojih je  $a > 2AJ$  imaju kratko vreme života, jer bivaju brzo izbačeni iz Sunčevog sistema ili se sudare sa Suncem. Ukoliko je vrednost velike poluose manja od  $2AJ$  objekti imaju duži životni vek i mogu da naizmenično postaju OBZ i EV Mars kroseri (Slika 3).

Migliorini et al. (1998) su pretpostavili da su Mars kroseri dominantni izvor OBZ većih od nekoliko kilometara, međutim rezultati koje su dobili Michel et al. (2000)

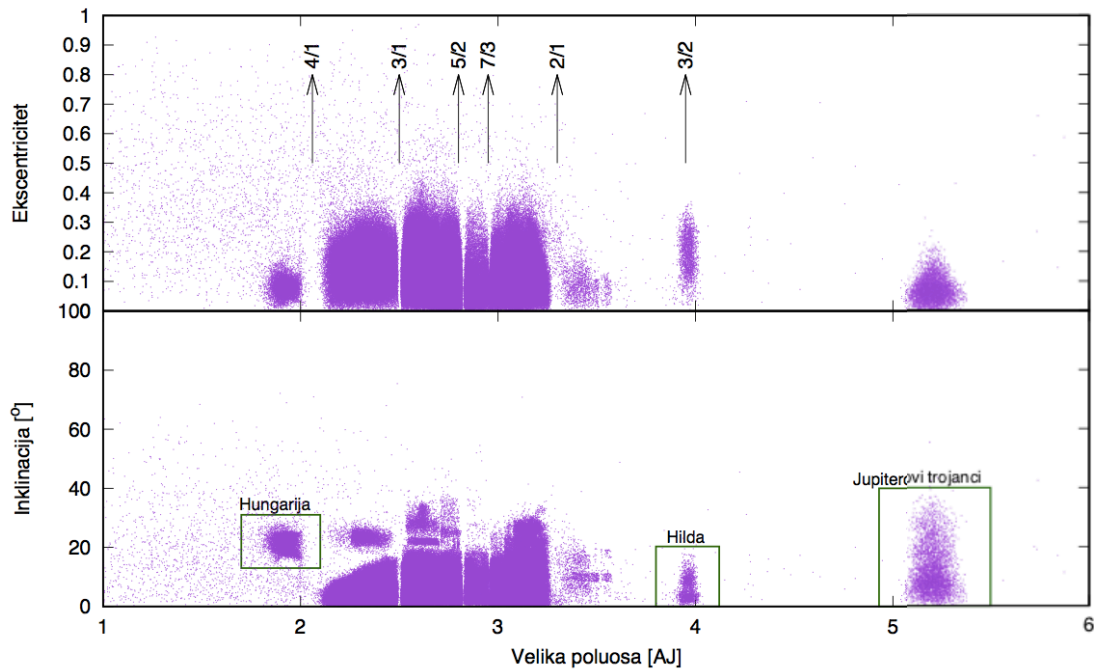
<sup>9</sup>MB grupa su asteroidi sa  $a > 2.06AJ$  i nagibom putanjske ravni takvim da su ispod sekularne rezonance sa Saturnom ( $\nu_6$ ). HU ima  $1.77 < a < 2.06AJ$  i  $i > 15^\circ$ . PH imaju  $2.1 < a < 2.5AJ$  i nalaze se iznad  $\nu_6$  rezonance. MB2 imaju  $a > 2.5AJ$  i nalaze se iznad  $\nu_6$  rezonance. EV su objekti koji imaju ili  $a < 1.77AJ$  ili  $1.77 < a < 2.06AJ$  i inklinaciju  $i < 15^\circ$ .

ukazivali su da Mars kroseri mogu da objasne dopremanje samo polovine takvih objekata. Kao rešenje problema nameću se negravitacioni efekti (Jarkovski/JORP) koji nisu bili uključeni u analizi izvršenoj od strane Michel et al. (2000). Ti efekti mogu da dovedu do ubacivanja asteroida u rezonance nakon čega oni bivaju izbačeni u orbite koje seku Zemljinu putanju (Farinella & Vokrouhlický, 1999).

### 2.6.3 Glavni Asteroidni Prsten

Najveći broj poznatih asteroida, preko 500 000 nalazi se u Glavnom asteroidnom prstenu (GAP), između orbita Marsa i Jupitera, pri čemu je najveća koncentracija asteroida u intervalu  $1.78 < a < 3.3$  AJ. Na Slici 4 vidi se položaj asteroida u GAP i na njoj se primećuju struktutre razdvojene prazninama u kojima skoro da nema objekata. Te praznine su poznate pod nazivom Kirkvudove praznine i primećene su još 1866. godine. Njihove lokacije se poklapaju sa položajem najznačajnijih rezonanci u srednjem kretanju sa Jupiterom i to redom sa 4/1, 3/1, 5/2, 7/3 i 2/1 rezonancama. U odnosu na položaj rezonanci GAP se najčešće deli na tri dela: unutašnji ( $1.78 < a < 2.50$  AJ), središnji ( $2.50 < a < 2.80$  AJ) i spoljašnji ( $2.80 < a < 3.5$  AJ).

Procenjuje se da je današnja masa asteroidnog prstena približno  $M_{GAP} = 12 \times 10^{-10} M_{\odot}$  (Pitjeva and Pitjev, 2016), što je u suprotnosti sa očekivanom vrednošću dobijenom na osnovu modela o nastanku Sunčevog sistema i masi protoplanetarnog diska u regionu GAP (Weidenschilling & Jackson., 1993). Razlika u očekivanoj i dobijenoj masi sugerise da je morao da postoji neki mehanizam koji je zaslužan za njen gubitak. Modeli koji se bave poreklom GAP, pored gubitka mase moraju da objasne i njegove orbitalne karakteristike. Skoro svi objekti u prstenu imaju ekscentricitete u intervalu od 0 do 0.35 i nagibima od 0 do 30 stepeni. Osim orbitalnih karakteristika, asteroidi u GAP se razlikuju i po svom sastavu. Raspodela asteroida po sastavu takođe mora da bude objašnjena modelima nastanka Sunčevog sistema o kojima će biti reči u narednom paragrafu.



Slika 4: Položaji asteroida u prostoru sopstvenih elemenata. Na slici je prikazan glavni asteroidni prsten, a posebno su istaknute Hungarija i Hilda asteroidi, kao i Jupiterovi trojanci. Strelicama su označene neke od najznačajnijih rezonanci u srednjem kretanju sa Jupiterom.

### 2.6.3.1 Nastanak Glavnog asteroidnog prstena

U novije vreme, model velike promene pravca (Grand Tack; Walsh et al., 2011) je uspeo da objasni problem malog Marsa, a ujedino i gubitak mase u GAP-u kao i raspodelu asteroida po sastavu unutar njega. Prema tom modelu, Jupiter se u protoplanetarnom disku nalazio na heliocentričnom rastojanju od približno 3.5 AJ, nakon čega usled interakcije sa protoplanetarnim diskom dolazi do njegove migracije ka unutrašnjosti Sunčevog sistema. U unutrašnjosti Jupiterove orbite se nalazio pojas planetezimala koje su u svom sastavu uključivale teže elemente koji su tu mogli biti kondenzovani. Mogućnost kondenzovanja težih elemenata u tom pojasu odgovara i proceni položaja snežne linije ( $\approx 3$  AJ; Ciesla & Cuzzi, 2006). Izvan Jupiterove orbite (izvan snežne linije) kondenzovali su se lakši elementi koji su i ušli u sastav planetezimala u ovom regionu. Tokom Jupiterove migracije ka unutrašnjosti dolazi do rasejavanja oko 14% planetezimala iz unutrašnjeg dela protoplanetarnog diska na znatno veće udaljenosti. U jednom trenutku tokom svoje

migracije Jupiter biva uhvaćen u 2/3 rezonancu sa Saturnom što dovodi do promene smera njegovog kretanja (promena pravca se dešava na oko 2 AJ; Brassier et al., 2016). Spoljašnja migracija dovodi do dodatnog rasejavanja manjih planetezimala i traje sve do disipacije gasa u protoplanetarnom disku (Jupiter se tada zaustavlja na približno 5.4 AJ). Migracije Jupitera dogodile su se u prvih 5 miliona godina od početka formiranja Sunčevog sistema.

Model velike promene pravca ne reprodukuje dobro orbitalnu raspodelu asteroida u GAP, posebno raspodelu po ekscentricitetima koji su veći u odnosu na današnje vrednosti. Razlika u raspodeli po ekscentricitetima može da bude objašnjena i kasnijom evolucijom ekscentriciteta orbita asteroida što je posledica njihove dinamičke evolucije. Ovaj model uspeva da objasni raspodelu asteroida po sastavu kao konsekvencu Jupiterove migracije kroz pojas planetezimala različitog sastava i njihovog rasejavanja i međusobnog mešanja.

Nakon završetka migracije planeta opisanog u modelu velike promene pravca, gasovite planete se nalaze u stabilnim, rezonantnim konfiguracijama. Po Nica modelu, posle perioda stabilnosti (približno 400 miliona godina), dolazi do izlaska planeta iz međusobnih rezonanci usled interakcije sa objektima Kajperovog pojasa (Levison et al., 2011). Izlazak iz rezonanci dovodi do ponovnih migracija usled međusobnih bliskih prilaza. Posledice ovih kretanja su bile mnogobrojne: nestabilnost u asteroidnom prstenu (gubitak 25% - 50% mase, promene raspodela po ekscentricitetu; Minton & Malhotra, 2009), bombardovanje unutrašnjih planeta (kasno teško bombardovanje, pre oko 4 milijarde godina; Bottke et al., 2012) itd. Ta nestabilna konfiguracija je pomerila velike planete na svoje današnje orbite, nakon čega Sunčev sistem ulazi u stabilnu fazu, koja još uvek traje. Danas je značajnija dinamička evolucija primetna samo kod malih tela, što je i jedan od razloga zašto su isti interesantni za proučavanje.

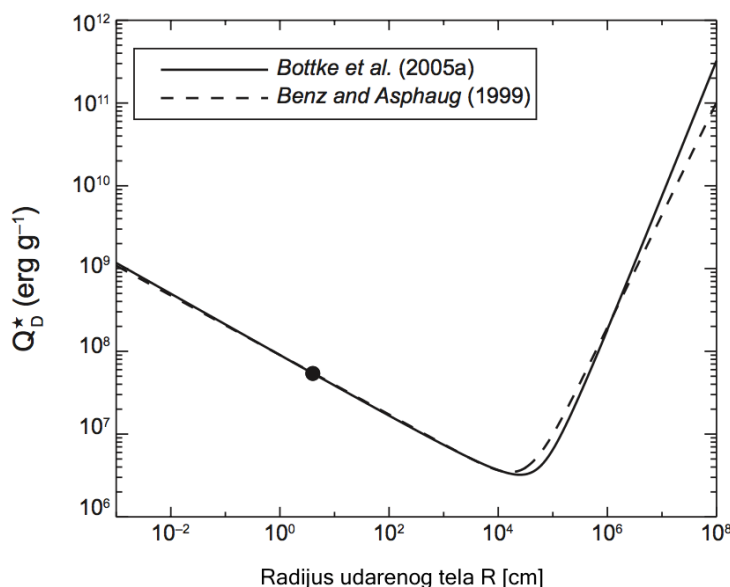
### **2.6.3.2 Dinamička i sudarna evolucija Glavnog asteroidnog prstena**

U Glavnom asteroidnom prstenu se uočavaju grupisanja asteroida u prostoru sopstvenih elemenata. Te grupacije se nazivaju *familijama asteroida* (videti poglavlje 4). Više od trećine asteroida u GAP su članovi neke od familija. Familije aster-



oida vode poreklo od sudara većih objekata, pa se zato često nazivaju i kolizione (sudarne) familije.

Zbog brojnosti familija u GAP, dolazimo do pitanja verovatnoće sudara između asteroida koji bi rezultovao formiranjem familije. Parametar  $P_i$  predstavlja verovatnoću da će jedno telo biti udareno u jedinici vremena i površine. (Öpik, 1951; Wetherill, 1967). Bottke et al. (1994) su procenili da je verovatnoća sudara između objekata u GAP-u  $P_i \approx 2.9 \times 10^{-18} \text{ km}^{-2} \text{ god}^{-1}$  i da je prosečna brzina sudara  $v_{imp} \approx 5.3 \text{ km s}^{-1}$ . Rezultati dobijeni u kasnijim radovima su u velikoj meri u saglasnosti sa ovim procenama (videti npr. Dell’Oro & Paolicchi, 1997, 1998; Cibulková et al., 2014).



Slika 5: Zavisnost kritične udarne energije i radijusa udarenog tela. Puna linija predstavlja rezultate koje su dobili Benz & Asphaug (1999), a isprekidana Bottke et al. (2005). Obe funkcije prolaze kroz vrednost koja je određena laboratorijskim tesitranjima (crna tačka). Izvor: Bottke et al. (2015b).

Da li će sudar rezultirati nastankom familije zavisi od same energije sudara. Energija neophodna za raspad tela, pri kome dolazi do gubitka bar polovine mase udarenog tela se naziva *kritična udarna energija* -  $Q_D^*$  ( videti npr. Benz & Asphaug, 1999; Leinhardt & Stewart, 2009, 2012) i ona je data izrazom:

$$R_{imp} = (2Q_D^*/v_{imp}^2)^{1/3} R_{tar} , \quad (2.15)$$

gde je  $R_{imp}$  radijus objekta koji izaziva udar i  $R_{tar}$  radijus udarenog (roditeljskog) tela. Zavisnost kritične udarne energije i radijusa tela je dat na Slici 5.

Sudare u kojima dolazi do formiranja familija možemo podeliti na katastrofične i one kraterskog tipa, u zavisnosti od odnosa masa najvećeg fragmenta u familiji  $M_{LR}$  i roditeljskog tela  $M_T$  (Benz & Asphaug, 1999):

$$f = \frac{M_{LR}}{M_T} = \left(-C\left(\frac{Q}{Q_D^*} - 1\right) + \frac{1}{2}\right), \quad (2.16)$$

gde je  $Q$  kinetička energija tela koje se sudarilo sa roditeljskim telom, konstanta  $C$  ima vrednost  $-1/2$  za  $Q < Q_D^*$  i  $-0.35$  za  $Q > Q_D^*$ . Tipično se uzima da je u pitanju sudar kraterskog tipa, ukoliko važi da je  $f > 0.8$  (Cellino et al., 1999). Detaljnije razmatranje familija asteroida i njihovih karakteristika dato je u poglavlju 4.

Na samu dinamiku asteroidnog prstena utiču orbitalne rezonance i negravitacioni mehanizmi, od kojih je najznačajniji efekat Jarkovskog (videti npr. Bottke et al., 2006). Menjajući veliku poluosu asteroida, efekat Jarkovskog može dovesti do ubacivanja asteroida u rezonance, koje zatim mogu izbaciti asteroid iz GAP. Jedan od primera su OBZ koji pretežno dolaze iz glavnog asteroidnog prstena. GAP je izgubio oko 5% svoje sadašnje mase u poslednjih 3 milijardi godina usled transporta asteroida u oblast objekata u blizini Zemlje (Granvik et al., 2017).

### 2.6.3.3 Hungaria i Cibeles grupe asteroida

Na samom obodu unutrašnjeg dela asteroidnog prstena uočava se grupa asteroida pod nazivom Hungarija. Oni se nalaze na rastojanju između  $1.78 < a < 2.0$  AJ. Ovu grupu karakterišu umereno veliki ekscentriciteti ( $e \leq 0.18$ ) i viši nagibi ( $16^\circ < i < 34^\circ$ ). Naziv grupe nosi ime po najvećem poznatom asteroidu u njoj (434) Hungaria, koji je otkriven 1989. godine. Razlog izdvojenosti Hungarija grupe u odnosu na GAP i okolinu (Slika 4) jeste postojanje jakih rezonanci u srednjem kretanju i sekularnih rezonanci koje okružuju ovu grupu (Milani et al., 2010). Međutim, usled negravitacionih efekata asteroidi ove grupe dolaze u rezonance, što dovodi do njihovog izbacivanja u druge delove Sunčevog sistema, prvenstveno u orbite koje presecaju unutrašnje planete. Galiazzo et al. (2014) pokazali su u numeričkim sim-

ulacijama da za 100 Mgod 3.2% od ukupnog broja Hungarija asteroida, postaju objekti bliski Zemlji (prvenstveno Amor i Apollo objekti). Od tog broja, 90% dospeva u orbite koje presecaju putanje nekih unutrašnjih planeta. Preostali se sudare sa Zemljom, Marsom (oko 1% od ukupnog broja dopremljenih asteroida), Venerom (oko 3%) ili sa Suncem (oko 6%).

Na spoljašnjem obodu GAP, na oko 3.4 AJ nalazi se mala grupa asteroida koja je ime dobila po najvećem članu te grupe - asteroidu (65) Cybele. Položaj ove grupe je između 2/1 i 5/3 rezonance u srednjem kretanju sa Jupiterom. U ovoj regiji se nalazi dosta dvojnih asteroida, kao i trostruki asteroid (87) Sylvia. Asteroidi koji pripadaju ovoj grupi spadaju među najstarije u ovom delu prstena (Carruba et al., 2015).

#### 2.6.4 Hilda asteroidi

Grupu Hilda asteroida (Slika 4) čine oni koji se nalaze na srednjem rastojanju od Sunca od oko  $3.96 \pm 0.04$  AJ i čiji je najveći predstavnik asteroid (153) Hilda otkriven 1875. godine. Ono što je karakteristično za ovu grupu je da su njeni članovi u 3/2 rezonanci u srednjem kretanju sa Jupiterom. Ekscentricitet ovih asteroida se kreće oko  $e \approx 0.2$  što bi potencijalno moglo da dovede do bliskih susreta sa Jupiterom. Međutim, upravo zbog 3/2 rezonance većina članova ove grupe izbegava bliske prilaze sa Jupiterom. Oni su primer gde rezonanca u srednjem kretanju predstavlja zaštitni mehanizam jer štiti od bliskog prilaska sa Jupiterom. Naime, asteroidi ove grupe kreću se na rastojanjima između 3.2 i 4.7 AJ od Sunca tokom jedne revolucije. Ukoliko bi se u trenutku prolaza kroz afel našli blizu Jupitera bili bi brzo izbačeni usled njegovog gravitacionog uticaja. Međutim, zbog 3/2 rezonance asteroidi Hilda grupe su na orbiti raspoređeni tako da nikada ne prilaze Jupiteru na rastojanjima manjim od 1 AJ.

Prve dinamičke studije Hilda regiona su prikazane u radovima Schubart (1982b, 1991), gde je pomoću numeričke integracije manjeg broja objekata iz ove grupe pokazano na koji način 3/2 rezonanca štiti ove asteroide od bliskih prilaza Jupiteru. Da bi to postigao, Schubart je proučavao oscilacije rezonantnog ugla  $\sigma = 3\lambda' - 2\lambda - \varpi$ , gde je  $\lambda'$  srednja lognituda Jupitera,  $\lambda$  srednja longituda i  $\varpi$  longituda

perihela asteroida u Hilda grupi. Rezonantni ugao  $\sigma$  za ovu grupu osciluje oko  $0^\circ$ . Ukoliko bi amplituda oscilovanja rezonantnog ugla bila veća, orbita tela bi postala haotična, što bi dovelo do bliskih prilaza sa Jupiterom. Dinamika ove grupe postaje komplikovanija ukoliko se uključe i uticaji Saturna kao i negravitacioni efekti. Brož et al (2011) pokazali su da evolucija Hilda asteroida zavisi najviše od negravitacionih efekata, kao i da asteroidi iz ovog regiona predstavljaju jedne od najstarijih objekata u oblasti oko GAP. Starost Hilda asteroida se procenjuje na oko 4 Gyr. Do sada je sugerisano postojanje dve familije u Hilda grupi asteroida (Vinogradova, 2015; Milani et al., 2017).

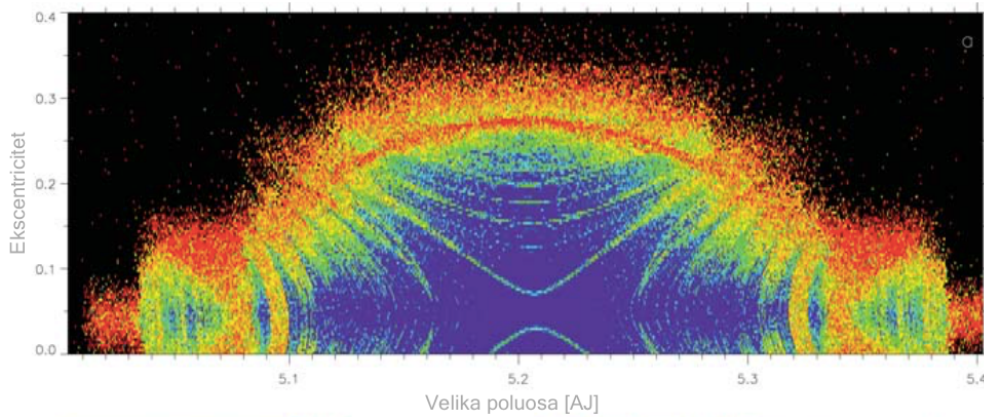
### 2.6.5 Trojanci

Asteroidi koji se nalaze  $60^\circ$  ispred ili iza planete nazivaju se Trojanima. Oni su lokalizovani u okolini stabilnih, Lagranžovih tačaka  $L_4$  i  $L_5$  oko kojih vrše libraciju. Prvi Jupiterov trojanac otkriven je 1906. godine u okolini tačke  $L_4$  i nazvan je po heroju iz Ilijade: (588) Ahil. U naredne dve godine otkrivena su još dva objekta i oni su redom dobili imena Patroklo (u okolini tačke  $L_5$ ) i Hektor (u okolini tačke  $L_4$ ). Kako se njihov broj povećavao davana su im imena po likovima iz Ilijade, s tim da su oni koji se nalaze ispred planete, tj u tački  $L_4$  predstavljali Grčke heroje (tzv. Grčki tabor), dok su oni koji se nalaze iza planete ( $L_5$  tačka) bili Trojanski heroji (tzv. Trojanski tabor). Usled ovakve prakse zadržao se naziv "Trojanci" za sve objekte u Jupiterovim  $L_4$  i  $L_5$  tačkama, ali i za sve objekte u ovim tačkama koji se nalaze oko drugih planeta.

Do sada je poznato 6510 Jupiterovih Trojanaca (Slika 4), a otkriveni su Trojanici i oko drugih spoljašnjih planeta: Neptun ima 17 Trojanaca, Uran 1, dok oko Saturna oni nisu otkriveni. Kod unutrašnjih planeta Trojance imaju Mars (4), dok Zemlja i Venera imaju jednog Trojanca (izvor: <http://www.minorplanetcenter.net/iau/lists/Trojans.html>). Prvi Zemljin Trojanac je asteroid 2010  $TK_7$  koji je otkriven u okolini Langražove tačke  $L_4$  (Connors et al., 2011). Venera ima nekoliko objekata koji su trenutno uhvaćeni u 1/1 rezonancu u srednjem kretanju sa njom, ali se samo 2013  $ND_{15}$  smatra njenim trojancem (de la Fuente Marcos, 2014).

Stabilnost Trojanaca je kompleksna i na njih utiču različiti tipovi rezonanci

(Emery et al., 2015) koje uključuju i samerljivost sa frekvencijama libracije oko tačkaka  $L_4$  i  $L_5$  ( $\nu_l$  - dugo-periodična frekvencija libracije  $\nu_l \simeq \sqrt{27/4}\mu n_p$  i  $\nu_s$  - kratko-periodična frekvencija libracije  $\nu_s \simeq \sqrt{(1 - 27/4)\mu n_p}$ , gde je  $n_p$  srednje dnevno kretanje planete, a  $\mu = m_p/(m_t + m_p)$ ,  $m_p$  - masa planeta i  $m_t$  - masa Trojanca). Dinamičke simulacije korišćene su za analizu stabilnosti Trojanaca i dobijeni rezultati se u velikoj meri slažu sa posmatračkim podacima. Kod spoljašnjih planeta nestabilni su Trojanci oko Saturna i Urana (Nesvorný & Dones, 2002; Marzari et al., 2003b; Scholl et al., 2005a), a kod unutrašnjih oko Venere (Scholl et al., 2005a). Trojanci oko Zemlje i Marsa su stabilni (Scholl et al., 2005b; Dvorak et al., 2012; Marzari & Scholl, 2013), dok su najstabilniji oko Jupitera i Neptuna o čemu svedoči i broj poznatih Trojanaca u njihovim lagranžovim tačkama (Marzari et al., 2003b).



Slika 6: Dinamički regioni u oblasti oko Jupiterove  $L_4$  tačke u gravitacionom modelu koji uključuje sve spoljašnje planete. Plava boja predstavlja stabilne orbite, dok crvena veoma haotične. Crna boja označava regione iz kojih se objekti izbacuju za kratak vremenski interval. Izvor: Robutel & Gabern (2006).

Jupiterovi Trojanci su najbrojniji i njihova dinamika je najsloženija jer kod njih postoje stabilni i nestabilni regioni usled preklapanja velikog broja rezonanci (Slika 6). Detaljniji pregled stabilnosti Jupiterovih Trojanaca dat je u Emery et al. (2015). Tsiganis et al. (2005b) su pokazali da 17% od ukupnog broja Jupiterovih Trojanaca postaje nestabilno za vremenski period od oko 4.5 milijardi godina.

Pomoću sopstvenih elemenata (Milani, 1993) moguće je izvršiti identifikaciju familija kod Jupiterovih Trojanaca. Vinogradova (2015) je u regionu Jupiterove  $L_4$  tačke detektovala postojanje 4 dinamičke familije. Pored toga postoje i drugi

rezultati koji sugerišu postojanje do čak 20 familija (Beaugé & Roig, 2001).

Modeli koji opisuju poreklo Trojanaca pretpostavljaju da su oni bili zahvaćeni tokom samog nastanka Sunčevog sistema (to se posebno odnosi na Jupiterove Trojanace kojih ima najviše). Ti mehanizmi se mogu podeliti u dve glavne grupe (Emery et al., 2015):

1. Hvatanje objekata koji prilaze planeti zahvaljujući negravitacionim uticajima kao što je Jarkovski efekat. Ovi mehanizmi su dominantni kod manjih objekata.
2. Promene u orbitalnim i fizičkim karakteristikama planeta koje su uslovile promene lokacija Lagranžovih tačaka i na taj način zahvatili planetezimale koje su se nalazile na tim lokacijama. Najveći uticaj je imao Jupiter i njegova nestabilnost tokom evolucije Sunčevog sistema koja je opisana u Nica modelu (Morbidelli et al., 2005). Tu je najznačajnija nestabilnost koja je dovela do naglih promena u velikoj poluosi Jupitera, tzv. skakajući Jupiter (eng. Jumping Jupiter; Nesvorný et al., 2013). Model opisan u Nesvorný et al. (2013) daje moguće objašnjenje i za razliku u broju Jupiterovih trojanaca u  $L_4$  i  $L_5$  tačkama (broj Trojanaca u ovim tačkama se razlikuje za oko 30%), kao i samo njihovo poreklo. Trojananci verovatno potiču iz trans-neptunskog pojasa ( $a > 30$  AJ) na šta ukazuju i njihove fizičke karakteristike (videti poglavlje 4.4).

### 3 Fizičke karakteristike asteroida

Pored orbitalnih i dinamičkih karakteristika, za proučavanje asteroida neophodne su nam informacije o njihovim fizičkim karakteristikama. Te podatke dobijamo dominantno zahvaljujući proučavanju reflektovane Sunčeve svetlosti sa njihove površine. Promena intenziteta reflektovane svetlosti nam omogućava dobijanje perioda rotacije asteroida, dok detaljnija spektralna analiza istog može dati informacije o albedu i mineralnom sastavu površine. Svemirske misije i radarska posmatranja su nam dala uvid u oblik, izgled i precizniju strukturu nekih asteroida (npr. Vesta, Itokawa).

Kako su asteroidi tela koja su se najmanje promenila od nastanka Sunčevog sistema, proučavanje njihovih fizičkih karakteristika nam omogućava da testiramo modele nastanka. Pored toga, videli smo da su asteroidi u GAP izloženi dinamičkim uticajima kao i sudarima. Posledice tih sudara i simulacija istih dominantno zavisi od fizičkih karakteristika tela koja u sudaru učestvuju. Na taj način se postiže jasnija slika o samim asteroidima, kao i bolja i tačnija simulacija njihove evolucije i dinamike.

Spektroskopske karakteristike asteroida i podela na taksonomske klase na osnovu tih karakteristika biće detaljno izložena, kao i informacije dobijene analizom infracrvenog dela spektra asteroida (albeda). Od ostalih fizičkih karakteristika asteroida, biće navedene osnovne informacije o masi, rotaciji, veličini i poroznosti asteroida.

#### 3.1 Spektralne karakteristike asteroida

Podela asteroida na osnovu spektroskopske analize reflektovane Sunčeve svetlosti nam omogućava da dobijemo informacije o raznolikosti hemijskog sastava površina tih tela. Koristeći snimljeni spektar asteroida moguće je izvršiti njegovo poređenje sa poznatim spektrima meteorita i pronaći vezu između njih, ukoliko ona postoji. Na taj način moguće je otkriti poreklo i roditeljsko telo nekih meteorita. Analizu spektralnih karakteristika asteroida započecemo osnovnim karakteristikama dela spektra koji se u tu svrhu najčešće upotrebljava (vidljivi i blisko-infracrveni - VBIC<sup>10</sup>), kao i koje informacije iz njega mogu da budu dobijene. Zatim, dat je hronološki

---

<sup>10</sup>eng. visible/near-infrared (VIS/NIR)

pregled klasifikacija asteroida na osnovu njihovih spektara nakon čega je data veza klasa asteroida sa spektrima meteorita. Na kraju, obratićemo pažnju na raspodelu asteroida po taksonomskim klasama u Sunčevom sistemu.

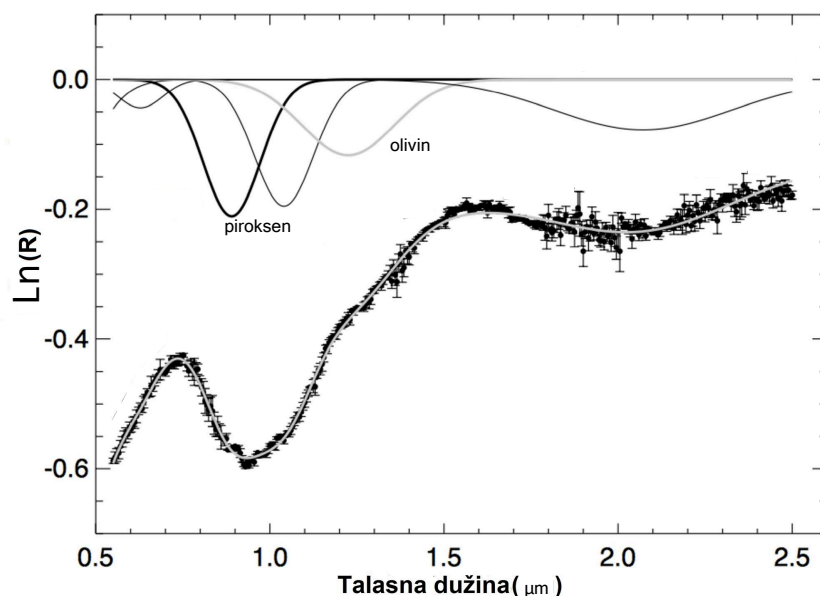
### 3.1.1 Vidljivi i blisko infracrveni deo spektra asteroida

Vidljivi i blisko infracrveni deo spektra pokriva talasne dužine od 0.3 do 2.5  $\mu m$  i najviše se koristi za određivanje prisutnosti minerala u sastavu asteroida. Na osnovu prisutnosti apsorpcionih linija u VBIC delu spektru može se proceniti zastupljenost određenih minerala i hemijskih elemenata u posmatranom objektu.

U spektrima asteroida uočavaju se sledeće glavne karakteristike: (1) prisustvo ili odsustvo apsorpcione linije na talasnoj dužini od oko 1  $\mu m$  (karakteristično za prisustvo silikata  $Si$ ); (2) nagib spektra koji se povećava ka većim talasnim dužinama; (3) prisustvo ili odsustvo apsorpcione linije dva puta jonizovanog gvožđa ( $Fe^{+2}$ ). Apсорpcione linije koje su najistaknutije u spektrima asteroida odgovaraju metaličnim i silikatnim mineralima. Zbog toga, istraživanja njihovih spektara su dominantno fokusirana na otkrivanje prisutnosti minerala olivina ( $[Mg^{+2}, Fe^{+2}]_2SiO_4$ ) i piroksena ( $XY(Si, Al)_2O_6$ , gde je X -  $Ca, Sd, Fe, Mg$  i Y -  $Fe, Al, Ti, Na$ ). Prisustvo olivina u spektru se detektuje kao složena apsorpciona linija na približno 1 $\mu m$  (sastoji se od tri bliske apsorpcione linije). Piroksen ima dve apsorpcione linije na oko 1  $\mu m$  i na oko 2  $\mu m$  (ova linija odgovara liniji  $Fe^{2+}$ ). Tačan položaj apsorpcionih linija kod olivina i piroksena je u direktnoj vezi sa njihovom kristalnom i hemijskom strukturom (Deer et al., 1966). Na Slici 7 prikazan je spektar asteroida (25143) Itokawa, gde se jasno uočava prisustvo apsorpcionih linija karakterističnih za olivin i piroksen.

Radi interpretacije spektara i određivanja sastava asteroida na bazi istog, razvijene su relacije koje opisuju vezu između položaja apsorpcionih linija i količine prisutnih minerala (Gaffey et al., 2002; Gaffey et, 2007; Dunn et al., 2010; Reddy et al., 2011). Bitno je napomenuti da je za preciznu mineralološku analizu potrebno imati kontinuirani spektar što nije situacija kod većine asteroida za koje imamo raspoložive podatke. U većini situacija imamo spektar koji je niže rezolucije ili samo na određenim talasnim dužinama. Ipak, za klasifikaciju asteroida u klase moguće





Slika 7: Spektar asteroida bliskog Zemlji (25143) Itokawa. Na  $x$ -osi je talasna dužina u  $\mu m$ , a na  $y$ -osi prirodni logaritam fluksa reflektovane svetlosti ( $R$ ). U donjem delu slike prikazan je spektar asteroida, dok su iznad njega date tri Gausove krive koje predstavljaju model spektra u kome dominira odgovarajući mineral (crna opisuje piroksen, a tamna i svetlo siva olivin). One su dobijene koristeći Modifikovan Gausov Model (MGM) za rekonstrukciju spektra (Sunshine et al., 1990). Na samom spektru asteroida uočava se duboka apsorpciona linija na oko 0.9 mikrona koja odgovara prisustvu piroksena, a na oko 1.9 mikrona uočava se još jedna plitka apsorpciona linija koja odgovara olivinu. Izvor: Binzel et al. (2001).

je koristiti i spektar niže rezolucije ili boje ukoliko oni dobro opisuju najistaknutije karakteristike koji se koriste u klasifikaciji.

### 3.1.2 Taksonomija asteroida

Taksonomija asteroida predstavlja njihovu klasifikaciju u definisane kategorije (klase) na osnovu njihovih spektralnih karakteristika. Spektroskopska analiza asteroida počinje 1970. kada je snimljen spektar (4) Veste u intervalu od 0.3 do 1  $\mu m$  (McCord et al., 1970). Nakon toga počinje da se povećava broj asteroida sa poznatim spektrima, što dovodi do predloga o podeli asteroida na dve grupe na osnovu njihovih spektralnih karakteristika (ugljenični i silikatni asteroidi; Chapman et al., 1971; Zellner, 1973; McCord & Gaffey, 1974; McCord & Chapman, 1975a,b).

Prvu klasifikaciju asteroida na osnovu njihovog spektra i albeda<sup>11</sup> razvili su Chapman et al. (1975). Po njima postoje tri klase (tipa) objekata koje su određene na uzorku od 98 asteroida. Te klase su *C*, *S* i *U*. Prema toj klasifikaciji, asteroidi *C* klase su ugljenični objekti sa niskim albedom i karakteriše ih relativno ravan spektar, dok asteroidi *S* klase imaju veći albedo i mineralni sastav im je baziran na silikatima (olivin i piroksen). *U* - klasu čine objekti koji nisu mogli da budu razvrstani u *C* ili *S* klasu na osnovu svog spektra.

Nakon obavljene prve taksonomije asteroida, u narednih nekoliko godina drugi autori su je unapređivali koristeći različite podatke (UBV boje<sup>12</sup>, spektar, albedo). Bowell et al. (1978) su razvili CSMERU taksonomiju, gde pored već definisanih *C*, *S* i *U* klasa, imamo novu klasu *M* karakterističnu za metalične asteroide, *R* klasu koju karakteriše visok albedo i istaknute apsorpcione linije piroksena i olivina, *E* klasu koja ima gladak spektar i veoma visok albedo.

Sledeći značajan korak je projekat snimanja asteroida u osam različitih boja, započet maja 1979. godine i završen maja 1983. godine (ECAS - Eight Color Asteroid Survey). Na taj način dobijene su boje 589 različitih objekata (Zellner et al., 1985). Filteri koji su korišćeni u snimanju su birani tako da pokriju ceo vidljivi deo spektra kao i njegove istaknute karakteristike koje su prisutne kod asteroida, kao što su apsorpcione linije olivina i piroksena. Na osnovu tih podataka razvijena je detaljna taksonomija asteroida gde su oni podeljeni na 14 spektralnih klasa (Tholen, 1984).

### **Tolenova klasifikacija**

U svojoj klasifikaciji Tolen je koristeći osam boja i analizu glavnih komponenti svrstao asteroide u 14 klasa (Tholen, 1984). Analiza glavnih komponenti (AGK) se zasniva na dobijanju manjeg broja nekorelisanih promenljivih (glavne komponente) iz većeg broja korelisanih upotrebom linearnih transformacija. Na taj način uočavaju

---

<sup>11</sup>Albedo (*A*) predstavlja procenat količine reflektovane svetlosti sa površine nekog objekta. Objekti sa višim albedom (svetliji objekti) reflektuju veći procenat svetlosti, dok tamniji imaju niži albedo, tj. niži procenat reflektovane svetlosti. Za više informacija o albedu i informacijama koje dobijamo pomoću njega videti 3.2

<sup>12</sup>Boje ili kolori predstavljaju tačno definisani opseg talasnih dužina. Srednje vrednosti najčešće korišćenih boja su: *U* - 365 nm, *B* - 445 nm, *V* - 551 nm, *R* - 658 nm, *I* - 806 nm, *Z* - 900 nm, *Y* - 1020 nm, *J* - 1220 nm, *H* - 1630 nm, *K* - 2190 nm, *L* - 3450 nm, *M* - 4750 nm, *N* - 10500 nm, *Q* - 21000 nm. Ultraljubičastom delu spektra pripada *U* boja, vidljivom *B, V, G, R* boje, blisko-infracrvenom *I, Z, J, H, K, L* i infracrvenom *M, N, Q*.

se tri velike klase, odnosno kompleksa,  $C$ ,  $S$  i  $X$ .  $C$  i  $S$  klase su klasični tipovi uvedeni i kod Chapman et al. (1975). Kompleks  $X$  je zajednički naziv za asteroide  $E$ ,  $M$  i  $P$  tipa koje karakteriše ravan spektar koji nije moguće međusobno razlikovati, pa se oni odvajaju samo po vrednostima albeda ( $E$  ima najviši, pa zatim  $M$  i najniži albedo ima  $P$  klasa). Klase  $B$ ,  $F$  i  $G$  imaju niži albedo karakterističan za ugljenične asteroide (u prethodnoj klasifikaciji oni su bili deo  $C$  klase) i imaju spektar sličan spektru asteroida  $C$  tipa sa blagim razlikama u nagibu spektra. Pored ovih, većih klasa, uvedene su i neke manje klase, koje su opisane u nastavku teksta.

Asteroide koji pripadaju  $V$  klasi karakteriše visok albedo sa veoma izraženim apsorpcionim linijama na  $1\ \mu m$  i  $2\ \mu m$ . Takav spektar nam govori o prisustvu piroksena koji u sebi ima dosta gvožđa na površini asteroida. Asteroidi  $V$  klase su poznati pod nazivom Vestoidi jer je prototip ove klase asteroid (4) Vesta, i najverovatnije većina asteroida ovog tipa pripada Vesta familiji.

$D$  i  $T$  klase imaju nizak albedo i razlikuju se po nagibu spektra. Kod  $D$  klase se primećuje kontinuirano povećanje nagiba spektra ka većim talasnim dužinama, dok se kod asteroida  $T$  tipa primećuje izravnjavanje spektra na talasnim dužinama većim od  $0.85\ \mu m$ . Asteroidi ovih tipova sastavljeni su najverovatnije od organskih ugljenikovih jedinjenja ( $D$ ) i troilita<sup>13</sup> ( $T$ ). Klasu  $A$  karakteriše strm spektar sa jakom apsorpcionom linijom karakterističnom za prisustvo olivina.  $Q$  klasa ima jaku apsorpcionu liniju koja nam sugeriše prisustvo i olivina i piroksena u njenom sastavu. Klasa  $Q$  detektovana je kod asteroida bliskih Zemlji.  $R$  klasa je ista kao i kod CSMERU klasifikacije, i karakteristična je za jako mali broj asteroida.


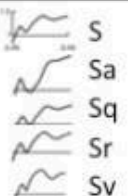
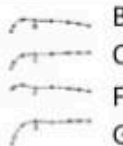
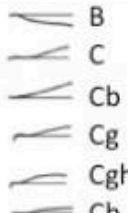

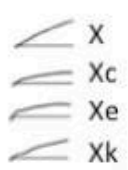


Pregled tipova koje je uveo Tolen i njihovih spektara dat je na Slici 8. Kasniji autori su sa novijim podacima unapređivali Tolenovu taksonomiju koristeći novije podatke kao i drugačiji pristup.

Gaffey et al. (1993) su analizirajući spektre asteroida  $S$  - tipa uočili da je moguće da oni budu razvrstani u dodatne podgrupe koje karakteriše različit sastav i spektar. Oni su dobili sedam novih klasa  $S$  (I) -  $S$  (VII) analizirajući odnose karakterističnih talasnih dužine u spektru koje odgovaraju prisustvu olivina i piroksena (1

---

<sup>13</sup>Troilit ( $FeS$ ) je redak mineral bogat gvožđem. Može da se pronade na Zemlji, ali je se dominantno nalazi u meteoritima, posebno onima koji vode poreklo sa Meseca i Marsa.

i 2  $\mu\text{m}$ ). Time su pokazali različiti površinski sastav asteroida *S* kompleksa, kao i da je najmanje 75% asteroida *S* tipa bilo izloženo određenom stepenu diferencijacije (topljenja tokom njihovog formiranja).

Klasifikacija	Tholen (1984)	Gaffey (1993)	Bus (2002)	Bus-DeMeo (2009)	Prisutni minerali i povezani meteoriti
Talasna dužina:	0.33-1.1 $\mu\text{m}$	0.35-2.50 $\mu\text{m}$	0.45-0.90 $\mu\text{m}$	0.45-2.45 $\mu\text{m}$	
S - Kompleks	 S	SI SII SIII SIV SV SVI SVII	S Sa Sq Sr Sk Sl	 S Sa Sq Sr Sv	Minerali: olivin, piroksen  Meteoriti: R hondriti, Obični hondriti, primitivni ahondriti, bazaltični ahondriti
C - Kompleks	 B C F G		B C Cb Cg Cgh Ch	 B C Cb Cg Cgh Ch	Minerali: ugljenični, filosilikati, neki imaju olivin i piroksen  Meteoriti: ugljenični hondriti (bez CV)
X - Kompleks	 E M P		X Xc Xe Xk	 X Xc Xe Xk	Minerali: M, P - ugljenični, piroksen sa malo Fe; E - enstatiti  Meteoriti: M, P - ugljenični, hondriti (bez CV), CB hondriti, E - enstatiti
Ostale klase	 T D O R V A		T D Q O R V A K L	 T D Q O R V A K L	D - organska jedinjenja Q - LL, OCs R, O - piroksen, olivin V - HED, piroksen A - olivin, R hondriti K - CO, CV, olivin L - CAI

Slika 8: Pregled osnovnih klasa definisanih u četiri taksonomske klasifikacije asteroida.

Sa napretkom tehnike, posebno razvojem CCD uređaja, znatno se povećao broj raspoloživih posmatračkih podataka. Koristeći CCD kamere postalo je moguće dobiti spektar asteroida značajno manjeg sjaja u odnosu na dotadašnja posmatranja. Prve spektre asteroida pomoću CCD kamera dao je SMASS I (Small Main-Belt Asteroid Survey; Xu et al., 1995). U periodu od 1991. do 1993. godine SMASS I je snimao kontinualni spektar asteroida u intervalu od 0.45 do 0.90  $\mu m$ . Xu et al. (1995) su odredili spektar za 312 asteroida i po uzoru na Toleneve klase izvršili klasifikaciju uz uvođenje dve male, granične klase J<sup>14</sup> i O<sup>15</sup>.

### **Bus-Binzel klasifikacija**

Nova spektralna klasifikacija dobijena je zahvaljujući podacima sa SMASS II (Bus & Binzel, 2002a) koji je omogućio dobijanje spektara za 1447 asteroida.

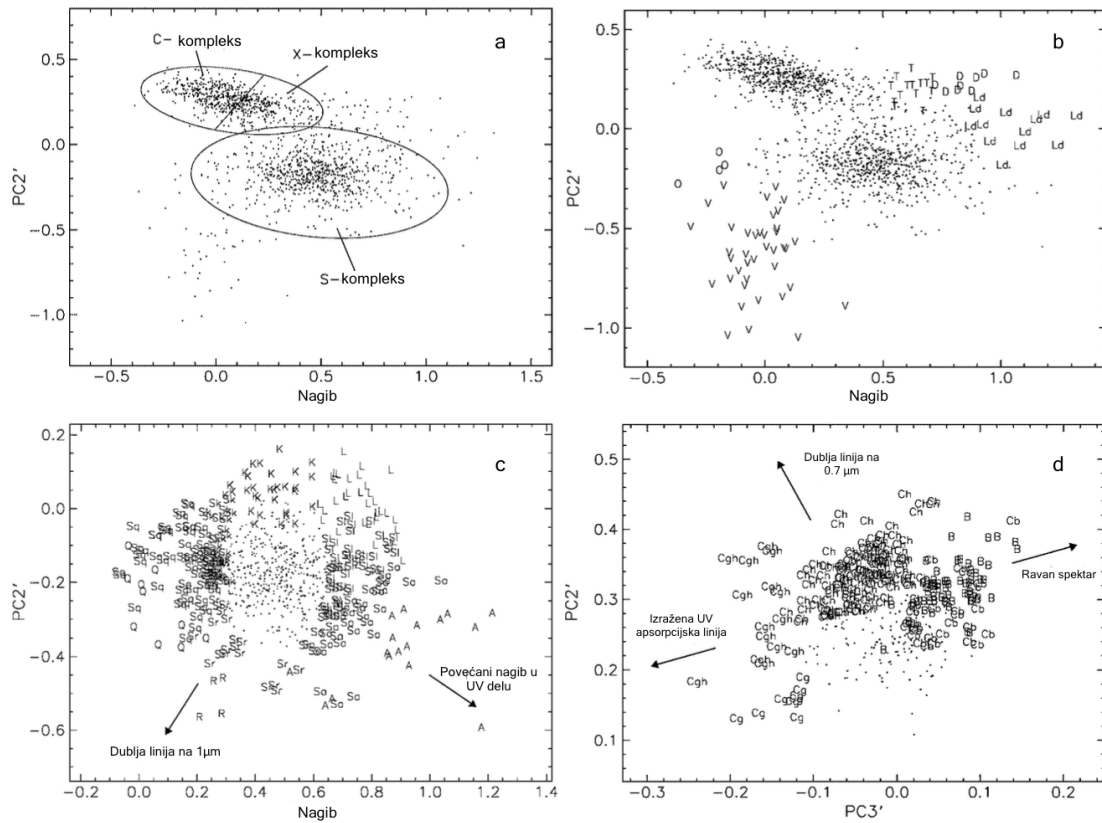
Počevši od najopštijih kompleksa *C*, *S* i *X* (Slika 9a) i koristeći analizu glavnih komponenti dobijena je klasifikacija koja asteroide deli u 26 klasa (Bus, 1999; Bus & Binzel, 2002b). Prikaz njihovih klasa se može videti na Slici 8, a primena AGK na Slici 9.

Prvo su definisane klase koje ne pripadaju nijednom od tri glavna kompleksa: to su *T*, *D*, *L<sub>d</sub>*, *O* i *V* (Slika 9b). Klase *T*, *D* i *V* su iste kao kod Tolena. *L<sub>d</sub>* klasa ima veoma strm spektar koji nakon 0.75  $\mu m$  postaje ravan i asteroidi ove grupe su kod Tolena bili klasifikovani kao *S* tip. Klase *V* i *O* se razlikuju po dubini apsorpcione linije na 1  $\mu m$  (klasa *O* je prvi put definisana prilikom analize podataka dobijenih pomoću SMASS I).

Razdvajanje asteroida *C* i *S* kompleksa izvršeno je izdvajanjem prvo objekata koji se nalaze na obodu, pri čemu su zadržane karakteristike Tolenovih klasa (videti Sliku 9c,d). Obodni članovi *S* kompleksa su *A*, *K*, *L*, *Q* i *R*. Novouvedene klase su *K* i *L* koje imaju slabo izraženu apsorpcionu liniju na 1  $\mu m$  i međusobno se mogu razlikovati na osnovu nagiba spektra u UV delu (*K* ima veći nagib u odnosu na *L* koji je izravnat u ovom delu spektra). Nakon izbacivanja obodnih klasa, nastavljeno je razgraničavanje *S* kompleksa i dobijene su sledeće klase koje mu pripadaju: *S* (jezgro), *S<sub>a</sub>*, *S<sub>k</sub>*, *S<sub>l</sub>*, *S<sub>q</sub>* i *S<sub>r</sub>*. Na isti način dobijene su klase koje su deo *C* kompleksa:

<sup>14</sup>Asteroidi *V* tipa sa izrazito dubokom apsorpcionom linijom na 1  $\mu m$

<sup>15</sup>Ovoj klasi pripada samo asteroid (3628) Boznenmcova koji ima spektar sličan asteroidima *V* tipa



Slika 9: Prikaz AGK koju su primenili Bus & Binzel (2002b) za klasifikaciju određenih grupa asteroida. Glavne komponente su "Nagib" koji predstavlja normalizovani nagib spektra,  $PC2'$  je komponenta koja je osetljiva na prisustvo i jačinu apsorpcione linije na talasnoj dužini od  $1 \mu m$  i što je njena vrednost manja, linija je dublja,  $PC3'$  je osetljiva na varijacije u spektru koji sadrže UV apsorpcione linije ili široke  $0.7 \mu m$  linije. Prva slika (a) prikazuje odnos  $PC2'$  i nagiba gde se jasno uočavaju grupisanja koja odgovaraju osnovnim kompleksima  $C$ ,  $S$  i  $X$ , uz napomenu da nije prisutno jasno razdvajanje  $C$  od  $X$  kompleksa. Druga slika (b) prikazuje obodne asteroide koji ne pripadaju osnovnim kompleksima. Treća slika (c) prikazuje razdvajanje klasa u okviru  $S$  kompleksa, kao tačkice prikazani su asteroide  $S$  tipa. Četvrta slika (c) prikazuje razdvajanje asteroida  $C$  kompleksa, gde su asteroide  $C$  tipa prikazani kao tačkice. Izvor: Bus & Binzel (2002b).

$B$ ,  $C_b$ ,  $C$ ,  $C_g$ ,  $C_h$ ,  $C_{gh}$ , kao i kod  $X$  kompleksa:  $X$ ,  $X_c$ ,  $X_k$  i  $X_e$ .

Poređenjem klasa uvedenih u Bus-Binzel sistemu sa Tolenovim klasama uočavaju se razlike pogotovo kod manjih klasa, dok je najveće slaganje prisutno kod asteroida koji su deo  $S$  kompleksa (Bus & Binzel, 2002b).

Bus-Binzel klasifikacija je detaljnija od Toleneve jer je za analizu korišćen kontinualni spektar, dok je Tolen koristio osam različitih talasnih dužina. Bus-Binzel

klasifikacija je primenjena i na podatke dobijene iz S3OS2 pregleda neba (Angeli & Lazzaro, 2002)

Bus-Binzel klasifikaciju su unapredili DeMeo et al. (2009) koji su uključili i infracrveni deo spektra. Na taj način uspeli su da preciznije izvrše klasifikaciju asteroida. Oni su zadržali skoro sve klase definisane u Bus-Binzel klasifikaciji sa nekim izmenama (videti Sliku 8). Ukinuta je klasa  $L_d$  i asteroidi ove klase su pridruženi  $D$  ili  $L$  klasi. Takođe, ukinute su klase  $S_l$  i  $S_k$  koje su ušle u sastav  $S$  klase. Jedina nova klasa koja je dodata je  $S_v$  i ona ima spektar sličan spektru  $V$  asteroida međutim, sa nešto manjom dubinom apsorpcionih linija na 1 i 2  $\mu m$  u odnosu na asteroide  $V$  tipa.

Sledeći značajan doprinos na polju klasifikacije spektara asteroida je dao SDSS (Sloan Digital Sky Survey; York et al., 2000; Ivezić et al., 2001). SDSS pregledom dobijeni su fotometrijski podaci u 5 različitih opsega talasnih dužina ( $u$ ,  $g$ ,  $r$ ,  $i$ ,  $z$ ). Iako SDSS podaci nisu precizni kao spektroskopski, njihov značaj je ogroman zbog velikog broja obuhvaćenih asteroida. Poslednji katalog sa vrednostima koji sadrži podatke dobijene putem SDSS-a je verzija 4 (SDSS Moving Object Catalog 4, SDSS MOC4; Juric et al., 2007). U toj verziji dati su podaci za preko 471 569 posmatranja, od kojih je 220 101 povezano sa 104 449 poznatih asteroida.

Ivezić et al. (2002) su pokazali da SDSS fotometrijski sistem može biti korišćen prilikom razdvajanja najistaknutijih kompleksa, kao što su  $C$  i  $S$ . Tu ideju su primenili Nesvorný et al. (2005) i Parker et al. (2008) koji su koristili analizu glavnih komponenti na SDSS MOC katalog<sup>16</sup> radi razdvajanja osnovnih taksonomskih klasa. Dve glavne komponente su:  $i - z$  i  $a^*$  (Ivezić et al., 2001):

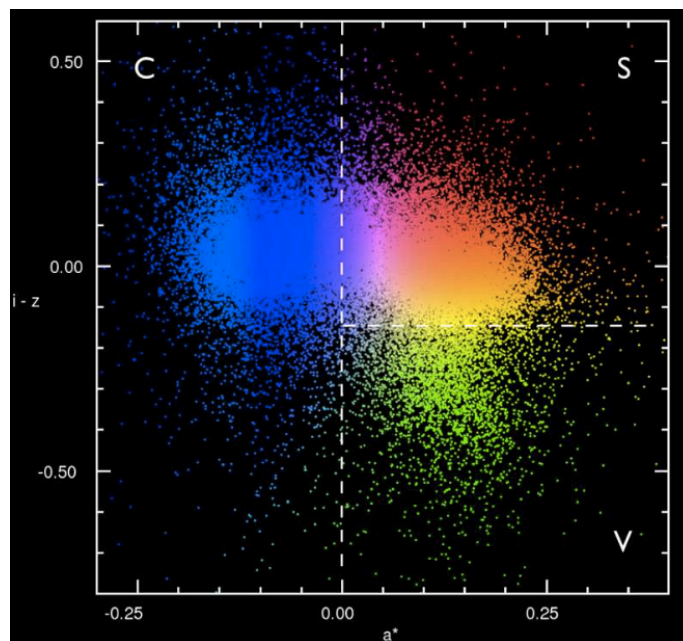
$$a^* = 0.89(g - r) + 0.45(r - i) - 0.57, \quad (3.1)$$

gde su  $i$ ,  $z$ ,  $g$ ,  $r$  izmereni fluksevi za četiri različite talasne dužine. Fluks koji odgovara talasnoj dužini  $u = 0.354\mu m$  nije korišćen jer ima veliku grešku (Parker et al., 2008).

Na Slici 10 prikazana je raspodela asteroida u ravni  $(i - z, a^*)$ . Na njoj se

---

<sup>16</sup>Napominjemo da je Nesvorný et al. (2005) koristio treću verziju kataloga, dok je Parker et al. (2008) koristio poslednju, četvrtu verziju kod koje postoji veća greška kod  $u$  filtera.



Slika 10: Raspodela asteroida posmatranih od strane SDSS-a u ravni  $(i - z, a^*)$ . Izvor: Parker et al. (2008).

uočava da  $a^* = 0$  razdvaja asteroide  $C$  i  $S$  kompleksa.  $X$  kompleks nije moguće jasno razdvojiti od  $C$  kompleksa jer postoji njihovo preklapanje u  $(i - z, a^*)$  ravni (videti i Sliku 9a).

Koristeći SDSS MOC4 katalog Carvano et al. (2010) su definisali novu taksonomiju baziranu isključivo na SDSS bojama koja je kompatibilna sa Bus-Binzel taksonomijom. Oni su konvertovali SDSS boje u sintetički spektar pomoću koga su izvršili podelu na 9 klasa. DeMeo & Carry (2013) su takođe koristili SDSS katalog za taksonomiju asteroida kompatibilnu sa Bus-DeMeo klasifikacijom i na taj način dobili 10 klasa (razlika je klasa  $B$  koja nije prisutna u Karvano klasifikaciji). DeMeo-Kari i Karvano klasifikacije se veoma dobro slažu, a osnovna razlika je u metodi koja je primenjena, kao i u tome što se u Karvano klasifikaciji koristi  $u$  fliter, dok kod DeMeo-Kari se ne koristi zbog njegove nepreciznosti koja je prisutna u SDSS MOC4 katalogu.

Prednost SDSS-baziranih taksonomija ogleda se u velikom broju raspoloživih podataka, dok je nedostatak manja pokrivenost spektra u odnosu na druge kataloge. Bus-DeMeo klasifikacija odrađena je na uzorku koji pokriva mnogo veće delove spektra, pa samim tim je i češće u upotrebi u odnosu na klasifikacije bazirane na



SDSS bojama.

### 3.1.3 Veza asteroida sa meteoritima

Najveći značaj razvijanja taksonomije asteroida je u jedinstvenom povezivanju klasa sa njihovim površinskim sastavom. Videli smo da određene karakteristike spektra daju informacije o minerologiji asteroida. Spektar mnogih asteroida sličan je spektru poznatih meteorita<sup>17</sup> što nas navodi na zaključak da oni imaju zajedničko poreklo, odnosno da su neki asteroidi roditeljska tela određenim meteoritima (videti npr. Adams, 1974; Gaffey & McCord, 1978; Pieters & McFadden, 1994; Hardersen et al., 2004; Sanchez et al., 2013; Migliorini et al., 2017). Osim toga, komparacija postojećih taksonomskih klasa sa grupama meteorita može nam dati detaljniji uvid u samu strukturu asteroida, kao i stepen njihove diferencijacije.

Pregled veza između nekih klasa meteorita i taksonomskih tipova dat je na Slici 8. Navešćemo neke osnovne veze koje su do sada utvrđene.

Asteroidi *S* kompleksa i *Q* tipa se po spektru mogu najbolje povezati sa najčešćim

---

<sup>17</sup> Klasifikacija meteorita usko je vezana za vreme i lokaciju njihovog nastanka u protoplanetarnom disku. Temperaturni gradijent uticao je na mogućnost kondenzacije određenih elementata koji su ulazili u sastav planetezimala. Osnovna podela meteorita je na *hondrite* i *ne-hondrite* (Krot et al., 2014). Ne-hondriti su nastali nakon hondrita.

U sastav hondrita ulaze dve glavne komponente: refraktorne inkluzije i hondrule. Refraktorne inkluzije su najstariji poznati objekti (Connelly et al., 2012) koji u sebi sadrže refraktorne elemente, odnosno one elemente koji mogu da se kondenzuju pri veoma visokim temperaturama. One se dele po svom sastavu na inkluzije bogate *Ca* i *Al* (CAI) i agregate olivina (AOA). CAI inkluzije su najstariji otkriveni objekti u Sunčevom sistemu i koriste se za procenu njegove starosti (Connelly et al., 2012). Hondrule nastaju oko 1-3 miliona godina nakon inkluzija (Lundgaard et al., 2004). U hondrulama se kondenzuju prvi silikatni minerali (olivin, piroksen) kao i metali. Hondriti se dele na tri osnovne grupe:

- Obični (O) hondriti se dele na H (dosta oksidovanog gvožđa i olivina), L (mala količina gvožđa) i LL (izrazito niska koncentracija oksidovanog gvožđa) klase.
- Enstatski (E) hondriti imaju veće količine metala i silikata u poređenju sa običnim hondritima.
- Ugljenični (C) hondriti su najprimitivniji hondriti kod kojih neki ne sadrže ni hondrule već samo inkluzije. Dele se na dosta podgrupa: CI, CM, CR, CO, CV, CK, CH i CB.

Ne-hondriti potiču od diferenciranih tela, pa su samim tim bogatiji silikatima a manje metalima. Dele se na:

- Ahondrite koji su slični bazaltnim stenama i čiji najvažniji predstavnici su HED (Hovarditi, Eukriti, Diogeniti) ahondriti. Bogati su silikatima.
- Gvožđeviti. Oni potiču iz jezgara diferenciranih planetezimala i samim tim su uglavnom sastavljeni iz legure gvožđa i nikla.
- Stenovito-gvožđeviti koji predstavljaju mešavinu gvožđa i nikla sa silikatnim jedinjenjima.

tipom meteorita, običnim hondritima. Ta veza je potvrđena zahvaljujući misiji Hayabusa koja je donela uzorak asteroida Itokawa koji je *S* tipa (Yurimoto et al., 2011). Kod asteroida *A* tipa u spektru dominira olivin i oni su najsličniji ahondritima (de León et al., 2004).

Ugljenični hondriti povezani su sa asteroidima *C* kompleksa (Cloutis et al., 2011a,b). Asteroidi *B* tipa pripadaju *C* kompleksu, međutim osim razlika u spektru (nagib spektra, veći albedo), isti imaju i veće gustine nego većina asteroida *C* tipa. Zahvaljujući analizi Almahata Sita meteorita koji je ostao nakon udara asteroida 2008 *TC*<sub>3</sub> u oktobru 2008. godine, pronađena je veza asteroida *B* tipa sa urelite ahondritima (Jenniskens et al., 2009).

HED ahondriti su u direktnoj vezi sa asteroidima *V* tipa jer se dominantno sastoje od piroksena. Asteroidi koji pripadaju *X* kompleksu nemaju izražene apsorpcione linije i za sada ne postoje jedinstveni meteoriti koji se pridružuju nekoj od klasa iz *X* kompleksa. Zanimljivo je da su asteroidi *L* tipa verovatno najstariji poznati asteroidi jer u njihovom sastavu ulazi veliki procenat CAI inkluzija (Sunshine et al., 2008). Asteroidi *K* tipa su najverovatnije prelazni tip između *S* i *C* kompleksa (DeMeo et al., 2009) i najčešće su povezivani sa ugljeničnim hondritima (Clark et al., 2009). Asteroidi *E* tipa se povezuju sa enstatskim hondritima. Za preostale tipove nije pronađena jasna korelacija između poznatih meteorita i njihovog spektra.

### 3.1.4 Raspodela asteroida po taksonomskim klasama

Nakon prve taksonomije asteroida uočeno je da postoji razlika u raspodeli asteroida po klasama sa heliocentričnim rastojanjem (Chapman et al., 1975). Asteroidi sa izraženijim apsorpcionim linijama u spektru (*S* kompleks) dominiraju u unutrašnjosti glavnog asteroidnog prstena, dok su asteroidi sa ravnijim spektrom prisutni u spoljašnjim delovima GAP.

Kasnije, sa novim posmatračkim podacima i preciznijom klasifikacijom (Tholen, 1984) uočena je finija raspodela asteroida. Na samom početku asteroidnog prstena dominiraju asteroidi *E* tipa (Hungarija region), zatim asteroidi *S* (unutrašnji prsten) i *C* (spoljašnji prsten) tipa (Gradie & Tedesco, 1982; Gradie et al., 1989). Tada

je uočena i dominacija asteroida  $P$  i  $D$  tipa redom u regionima Hilda grupe i Jupiterovih Trojanaca. Varijacije u klasama asteroida na različitim heliocentričnim rastojanjima su objašnjena različitim gradijentom temperature u protosolarnoj maglini koja je uzrokovala različit sastav objekata.

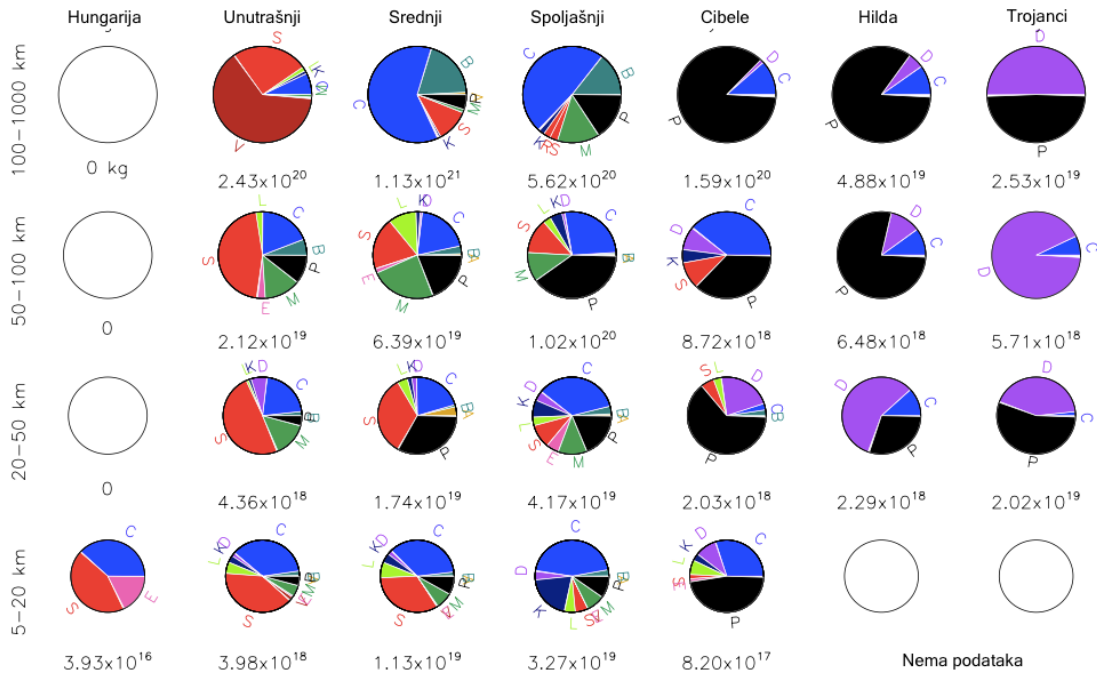
Kraj devedesetih godina prošlog veka doveo je do značajnog povećanja spektroskopskih podataka (Bus & Binzel, 2002a; Angeli & Lazzaro, 2002) za oko 2 000 asteroida što je rezultovalo novim analizama. Mothé-Diniz et al. (2003) su pronašli da se raspodela objekata  $C$  tipa razlikuje u zavisnosti od nagiba njihove ravni, kao i da broj asteroida  $S$  tipa veoma polako opada sa rastojanjem od Sunca, odnosno da su oni prisutni i u spoljašnjim delovima Glavnog asteroidnog prstena.

Misija prvenstveno namenjena za posmatranje vangalaktičkih objekata, SDSS (Ivezić et al., 2001) omogućila je veliki broj raspoloživih spektro-fotometrijskih podataka, pa samim tim i motivisala dalja istraživanja. U daljem tekstu biće izložena raspodela asteroida po taksonomskim klasama na osnovu svih raspoloživih spektroskopskih podataka (DeMeo & Carry, 2013, 2014).

Opisivanje raspodele asteroida po spektralnim klasama (Slika 11) počecemo od Hungarija regiona koji se nalazi na samom obodu unutrašnjeg dela GAP. U tom delu dominiraju asteroidi sa izrazito visokim albedom koji pripadaju  $E$  tipu (Bus & Binzel, 2002b). Pored asteroida  $E$  klase prisutni su u manjoj meri i drugi tipovi (Carvano et al., 2001). Pretpostavlja se da su asteroidi  $E$  tipa u ovom regionu članovi (434) Hungarija familije asteroida.

U unutrašnjem prstenu dominiraju asteroidi  $S$  kompleksa i  $V$  tipa. Asteroidi  $V$  tipa su jedinstveni po svom spektru i sastavu i oni su većinski deo Vesta familije. Kod velikih asteroida (prečnik  $D > 100$  km) asteroidi  $C$  kompleksa skoro pa nisu prisutni (6% ukupne mase), međutim oni čine četvrtinu mase kod asteroida srednjih veličina ( $20 < D < 100$  km), dok kod malih ( $5 < D < 20$  km) su izjednačeni sa asteroidima  $S$  kompleksa. Zanimljivo je da su u unutrašnjem delu kod malih objekata otkriveni i asteroidi  $D$  tipa, što može biti posledica kasne migracije velikih planeta ili uticaja efekta Jarkovskog i orbitalnih rezonanci.

U središnjem delu prstena kod velikih objekata najveću ulogu imaju (1) Ceres ( $C$  tip) i (2) Pallas ( $B$  tip). Na manjim rastojanjima je raspodela slična kao i kod



Slika 11: Raspodela osnovnih taksonomskih kompleksa u GAP u zavisnosti od veličine asteroida i mase (kg). Masa i veličina su izračunati na osnovu prosečnih vrednosti albeda za svaki tip. Asteroidi su podeljeni na nekoliko osnovnih zona: Hungarija grupa, unutrašnji, srednji i spoljašnji deo GAP, Cibeles grupa, Hilda asteroidi i Trojanci. Ukupna masa svake zone na svakoj veličini je data ispod odgovarajućeg kruga. Izvor: DeMeo & Carry (2013).

unutrašnjeg prstena (Slika 11).

Kod velikih asteroida u spoljašnjem delu prstena dominiraju asteroidi *C* kompleksa. Na manjim veličinama isto dominiraju asteroidi *C* kompleksa, međutim ukupna masa asteroida *S* kompleksa je ipak značajna jer je masa spoljašnjeg dela oko 2 - 10 puta veća u odnosu na unutrašnji deo prstena.

Asteroide bliske zemlji karakteriše prisustvo skoro svih taksonomskih klasa (Binzel et al., 2015), međutim prisutna je dominacija svetlijih asteroida *S* kompleksa (oko 50%), što je i očekivano ukoliko se uzme u obzir da ABZ uglavnom vode poreklo iz unutrašnjeg dela GAP (61 %). Razlog manjeg prisustva asteroida *C* kompleksa, kojih ima oko 16% od ukupnog broja OBZ, je postojanje kritičnog perihelskog rastojanja (Granvik et al., 2016), kao i mogućih selekcionih efekata (asteroidi *C* kompleksa su tamniji pa se teže detektuju).

Raspodela većih asteroida po sastavu u Sunčevom sistemu je posledica njegovog

nastanka (videti 2.6.3). Međutim, kod manjih asteroida je prisutno značajnije mešanje različitih tipova usled dejstva gravitacionih i negravitacionih mehanizama.

Sama raspodela asteroida u Sunčevom sistemu treba da bude u saglasnosti sa dominantnim tipom otkrivenih meteorita, odnosno procentom običnih hondrita (Keil et al., 1994). Obični hondriti su zastupljeni u izrazito visokom procentu (80 %) i njihov spektar odgovara asteroidima  $S$  tipa koji su dominantniji u unutrašnjem delu GAP što je i očekivano, jer iz tog regiona imamo najveći transport u pojas objekata bliskih Zemlji. Zato se i pretpostavlja da su kod ABZ asteroidi  $S$  kompleksa dominantniji, što i jeste situacija koju potvrđuju posmatranja (Carry et al., 2016).

### 3.2 Termalne karakteristike asteroida

Usled Sunčevog zračenja, površine asteroida se zagrevaju na temperaturu od približno 250 K, pa zato asteroidi imaju maksimum zračenja na talasnim dužinama između 7 i 25  $\mu m$  koje odgovaraju infracrvenom delu spektra. Termalna emisija asteroida u ovom delu spektra daje nam puno informacija o njegovim fizičkim karakteristikama kao što su albedo, prečnici i rotacija asteroida. Allen (1970) je prvi posmatrao asteroid (4) Vestu u infracrvenom delu spektra i na taj način odredio njen albedo.

Albedo predstavlja procenat reflektovane Sunčeve svetlosti sa površine asteroida. Ukoliko aproksimiramo asteroid sferom, ukupna apsorbirana Sunčeva svetlost  $S_{abs}$  se može izraziti relacijom (Harris & Lagerros, 2002):

$$S_{abs} = \pi \frac{D^2}{4} \frac{F_{\odot}}{r^2} (1 - A), \quad (3.2)$$

gde je  $D$  prečnik asteroida,  $F$  je Sunčev fluks,  $r$  je heliocentrično rastojanje i  $A$  je bolometrijski Bond albedo. Bolometrijski Bond albedo predstavlja ukupno reflektovano zračenje u svim pravcima i na svim talasnim dužinama. Za objekte u Sunčevom sistemu Bondov albedo  $A_v$  u V filteru je dovoljno dobra aproksimacija albeda  $A$ . Albedo uzima vrednost iz intervala  $[0, 1]$ , gde 0 odgovara apsolutno crnom telu, dok 1 ima apsolutno belo telo.

Geometrijski albedo  $p_v$  definisan je kao odnos vizuelnog sjaja nekog objekta

posmatranog tokom nultog faznog ugla i savršenog difuznog Lambertovog diska iste površine i na istom rastojanju kao posmatrani objekat. Odnos  $A_v/p_v = q$  naziva se fazni integral i može da se odredi pomoću relacije (Bowell et al., 1989):

$$q = 0.29 + 0.68 \times G = \frac{A_v}{p_v}, \quad (3.3)$$

gde je  $G$  parametar koji predstavlja strmost koja se određuje iz grafika fotometrijskih posmatranja pri različitim faznim uglovima (ukoliko on nije poznat koristi se vrednost od 0.15).

### 3.2.1 Termalni modeli za određivanje albeda asteroida

Za određivanje albeda asteroida najčešće se koriste dva modela: STM (Standardni Termalni Model, eng. Standard Thermal Model; Lebofsky et al., 1986) i TMABZ (Termalni Model Asteroida Bliskih Zemlji, eng. Near-Earth Asteroid Thermal Model; Harris, 1998). Oba modela aproksimiraju asteroid kao sferno telo i razlikuju se jedino u načinu na koji modeliraju promenu temperature na površini.

Fluks Sunčevog zračenja  $F_\odot$  koji dospeva na asteroid prečnika  $D$  jednak je zbiru emitovanog  $L_e$  i reflektovanog  $L_r$  zračenja sa površine asteroida:

$$F_\odot \frac{S}{r^2} = L_r + L_e = \frac{L_e}{1 - A}, \quad (3.4)$$

gde je  $S$  projektovana površina asteroida,  $r$  njegovo heliocentrično rastojanje,  $A$  je Bond albedo i važi  $L_r/L_e = A/(1 - A)$ . Ideja iza svih termalnih modela je određivanje emitovanog zračenja iz dobijenog fluksa zračenja (koji je dobijen samo u jednom pravcu) iz posmatranja. Iz prethodne jednačine dobijamo:

$$L_e = (1 - A)F_\odot S \frac{1}{r^2} \quad (3.5)$$

Na osnovu Stefan-Bolcmanovog zakona i jednačine (3.5) sledi:

$$(1 - A)F_\odot S \frac{1}{r^2} = \sigma \epsilon T_{SS}^4, \quad (3.6)$$

gde je  $\epsilon$  emisivnost tela,  $\sigma$  Stefan-Bolcmanova konstanta i  $T_{SS}$  maksimalna (subso-

larna) temperatura. Temperatura na asteroidu se razlikuje u zavisnosti od uglovnog rastojanja  $\varphi$  od subsolarne tačke:  $T(\varphi) = T_{SS} \cos^{1/4} \varphi$ . Iz Plankovog zakona zračenja imamo da je ukupan fluks emitovanog zračenja na talasnoj dužini  $\lambda$  dat sa:

$$f(\lambda) = \frac{\epsilon \sigma D^2}{2\Delta^2} \int_0^{\pi/2} B(\lambda, T(\varphi)) \cos \varphi d\varphi, \quad (3.7)$$

gde je  $\Delta$  rastojanje između Zemlje i asteroida i  $B(\lambda, T)$  zračenje apsolutnog crnog tela temperature  $T$  na talasnoj dužini  $\lambda$ . Na taj način se na osnovu fluksa dobijaju prečnici asteroida. Geometrijski albedo se računa iz formule ukoliko je poznata apsolutna magnituda asteroida  $H$  (Bowell et al., 1989):

$$D[km] = 1329 \frac{10^{-H/5}}{2\sqrt{p_v}}. \quad (3.8)$$

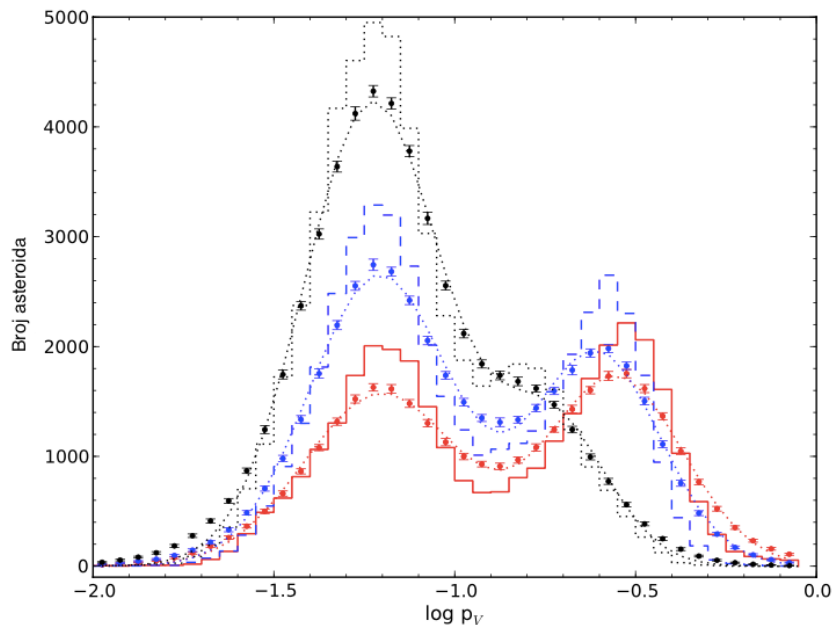
Lebofsky et al. (1986) pronašli su da su prečnici određeni ovako definisanim STM modelom sistematski veći u odnosu na prečnike određene drugim tehnikama. Zato su uz temperaturu u jednačinama (3.6) i (3.7) uveli parametar bimovanja,  $\eta$ , procenivši njegovu vrednost na 0.756. STM pretpostavlja da su merenja izvršena tokom opozicije pri faznim uglom od  $0^\circ$ . Ovaj model primenjen je za određivanje albeda i poluprečnika 2470 objekata iz IRAS kataloga (Infrared Astronomical Satellite; Tedesco et al., 2002) kao i 5120 asteroida iz misije AKARI (Usui et al., 2011).

TMABZ kao i STM, koristi sferni model asteroida, ali parametar bimovanja nije fiksiran, niti se pretpostavlja da merenje mora biti vršeno pri malom faznom uglu i tokom opozicije. Parametar bimovanja  $\eta$  je u TMABZ modelu slobodan parametar i bira se tako da najbolje fituje raspodelu dobijenih flukseva posmatranog objekta. Rezultati dobijeni pomoću TMABZ modela su u većoj saglasnosti sa očekivanim rezultatima u poređenju sa drugim modelima (videti npr. Harris et al., 2007). Albedo i dijametri su dobijeni pomoću TMABZ modela iz podataka dobijenih putem misije WISE (Wide-field Infrared Survey Explorer; Mainzer et al., 2011; Masiero et al., 2011). Pomoću WISE misije određeni su prečnici i albeda za više od 100 000 asteroida glavnog asteroidnog prstena.

STM i TMABZ zanemaruju rotaciju asteroida. Brzo rotirajući model (BRM, eng. fast rotating model) bolji je za objekte koji brzo rotiraju i kod njega je vrednost

parametra bimovanja  $\eta = \pi$  (Lebofsky & Spencer, 1989).

### 3.2.2 Raspodela asteroida po albedu



Slika 12: Bi-modalna raspodela asteroida po geometrijskom albedu za unutrašnji (crvena puna linija), središnji (plava isprekidana linija) i spoljašnji (crna tačkasta linija) deo glavnog asteroidnog prstena. Ostale krive predstavljaju Gausove krive kojima su fitovani korišćeni podaci. Podaci su dobijeni iz WISE kataloga. Izvor: Masiero et al. (2011).

Na osnovu dostupnih podataka o albedima asteroida u GAP uočeno je da asteroidi imaju bi-modalnu raspodelu po vrednostima albeda (videti Sliku 12). Na raspodeli za svaki deo GAP (unutrašnji, središnji i spoljašnji) uočavaju se pikovi koji odgovaraju svetlijim i tamnijim objektima. Srednja vrednost pikova svetlijih objekata je na  $p_v = 0.23$ , a tamnijih za  $p_v = 0.06$  (Masiero et al., 2011). Takođe, vrednosti albeda opadaju sa heliocentričnim rastojanjima, što se može uočiti i na Slici 12. Na samom obodu GAP, u Hungarija grupi dominiraju asteroidi sa visokim albedom ( $p_v > 0.2$ ). Dominacija svetlijih asteroida se u manjoj meri primećuje i u unutrašnjem prstenu, ali sa većim heliocentričnim rastojanjima zapaža se sve veća prisutnost tamnih objekata. Asteroidi sa niskim albedom dominiraju u spoljašnjem delu GAP.



Takva raspodela nam omogućava da i podake o albedu iskoristimo za razlikovanje osnovnih kompleksa asteroida (prvenstveno  $C$  i  $S$  kompleksa). Asteroidi koji pripadaju  $C$  kompleksu imaju manji albedo, dok oni koji su deo  $S$  kompleksa imaju visok albedo. Geometrijski albedo  $p_v$  ne može biti iskorišćen za detaljnije razvrstavanje u taksonomske klase. Međutim, koristeći albedo izračunat na talasnoj dužini od  $3 \mu m$  ( $p_{IR}$ ) moguće je razdvojiti asteroide  $C/P$  tipa od asteroida  $D$  tipa (Grav et al., 2012).

### 3.3 Ostale fizičke karakteristike asteroida

#### 3.3.1 Masa

Masa asteroida određuje se na osnovu merenja njihovog gravitacionog dejstva na okolne objekte i ti načini se mogu podeliti u nekoliko kategorija (Britt et al., 2002):

- **Bliski prilazi asteroidima.** Gravitacioni efekti koje imaju veći asteroidi na kretanje manjih asteroida tokom bliskih prilaza se mogu iskoristiti za određivanje mase većeg asteroida (videti npr. Michalak, 2000, 2001; Kovacevic & Kuzmanoski, 2005; Baer et al., 2011; Kuzmanoski et al., 2010; Goffin, 2014). Ne mogu svi bliski prilazi da budu iskorišćeni u svrhu određivanja masa asteroida. Za definisanje kriterijuma se najčešće upotrebljava ugao skretanja ( $\theta$ ) manjeg asteroida usled bliskog prilaza (Hilton et al., 1996):

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{GM(m+M)}{v^2 b M}, \quad (3.9)$$

gde su  $M$  i  $m$  mase većeg i manjeg asteroida,  $v$  je njihova relativna brzina,  $b$  je najmanje rastojanje između njih i  $G$  je gravitaciona konstanta. Ukoliko uzmemo da je  $M \gg m$  i zanemarimo masu manjeg asteroida i pretpostavimo sferno-simetrični oblik većeg asteroida, prethodna jednačina (3.9) postaje:

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{4}{3} \pi \rho G \frac{r^3}{v^2 b}, \quad (3.10)$$

gde je  $r$  prečnik većeg asteroida i  $\rho$  njegova gustina. Celobrojna vrednost log-

aritma ugla skretanja upotrebljava se za određivanje kvaliteta bliskog prilaska između dva asteroida. Vrednost kvaliteta kreće se u intervalu od 1 do 5, gde bliski prilasci sa većom vrednošću označavaju posmatranja koja su dovoljno precizna za dobru procenu mase većeg asteroida.

- **Bliski prilazi svemirskih letelica.** Promena brzine letelice nakon bliskog prilaska asteroidu direktno je proporcionalna njegovoj masi i obrnuto proporcionalna rastojanju tokom prilaska i njihovoj relativnoj brzini. Promena brzine na letelici detektuje se na osnovu Doplerovog efekta. Za sada, ovo je najpreciznija metoda određivanja mase asteroida, međutim do sada nije bio veliki broj objekata koje su posetile letelice. Neke od poznatijih misija koje su posetile neki asteroid su Dawn (Russell et al., 2004; Rayman et al., 2006) misija koja je posetila asteroid (4) Vesta i (1) Ceres, i Hayabusa misija (Fujiwara et al., 2006) koja je posetila asteroid (25143) Itokawa.
- **Dvojni i višestruki asteroidi.** Kod asteroida koji pripadaju dvojnim ili višestrukim sistemima, masu je moguće izračunati pomoću trećeg Keplerovog zakona (videti npr. Belton et al., 1995; Merline et al., 1999).
- **Uticao na unutrašnje planete.** Iako su mase asteroida značajno manje od masa planeta, oni mogu da izazovu merljive poremećaje putanje Marsa. Na taj način određene su mase tri najveća asteroida u GAP (Ceres, Palas i Vesta), jer je njihov uticaj na Mars moguće detektovati (poremećaj je reda veličine oko 50 m; Standish & Hellings, 1989; Somenzi et al., 2010).

Do sada su izračunate mase za 267 različitih asteroida koristeći gore navedene metode. Od tih metoda najpreciznije su mase određene kod dvojnih ili višestrukih asteroida, kao i one kod bliskih prilaza letelica asteroidu. Najveći broj masa dobijen je računajući međusobne bliske prilaze asteroida. Carry (2012) je radio analizu preciznosti određenih masa različitim metodama i prema njegovim rezultatima samo polovina masa je određena sa relativnom tačnošću većom od 20%. Pored navedenih načina, masu možemo dobiti ukoliko imamo poznatu veličinu i gustinu asteroida (videti poglavlje 3.3.3).

U Tabeli 1 dat je pregled masa za 10 najvećih asteroida u Glavnom asteroidnom prstenu. Najveći objekat u Glavnom asteroidnom prstenu je patuljasta planeta (1)

Tabela 1: Prečnici i mase 10 najvećih asteroida u Glavnom asteroidnom prstenu.  $R$  predstavlja radijus asteroida. (Carry, 2012; Russell et al., 2016)

Asteroid	Masa [ $M_{\odot}$ ] $\times 10^{-12}$	R [ $km$ ]	Asteroid	Masa [ $M_{\odot}$ ] $\times 10^{-12}$	R [ $km$ ]
(1) Ceres	$472.17 \pm 0.79$	975	(7) Iris	$6.54 \pm 0.30$	240
(2) Pallas	$104.72 \pm 0.92$	570	(8) Flora	$2.05 \pm 0.18$	161
(3) Juno	$14.67 \pm 0.25$	320	(9) Metis	$1.63 \pm 0.25$	222
(4) Vesta	$130.27 \pm 0.00$	578	(10) Hygiea	$41.61 \pm 1.34$	530
(6) Hebe	$4.05 \pm 0.46$	205	(14) Irene	$3.61 \pm 0.28$	167

Ceres. Zatim, sledi (4) Vesta koja ima veoma precizno određenu masu ( $130.27 \times 10^{-12} M_{\odot}$ ), zahvaljujući poseti svemirske letelice Dawn (Russell et al., 2016).

Ukupna masa celog asteroidnog prstena se procenjuje na  $M_{GAP} = (12.24 \pm 0.19) \times 10^{-10} M_{\odot}$  (Pitjeva and Pitjev, 2016). U ukupnoj proceni mase GAP skoro 90% čine najmasivniji asteroidi (radijus  $R > 100 km$ ), dok skoro polovina mase GAP otpada na (1) Ceres ( $M_{GAP} \approx 2.5M_{(1)}$ ).

### 3.3.2 Poroznost

Poroznost predstavlja procenat šupljikavosti asteroida i određuje jačinu unutrašnjih veza koje drže asteroid. Oni koji imaju veću poroznost imaju više pukotina, a samim tim su i slabiji. Najveći asteroidi su kompaktni sa eventualno minimalnom poroznošću. Ista se razlikuje u zavisnosti od tipa objekta (npr. kod kometa i trans-neptunskih objekata je izrazito visoka, kao posledica njihovog sastava). Poroznost asteroida zavisi i od njegovog sastava i računa se pomoću formule (Carry, 2012):

$$\mathcal{P}(\%) = 100 \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_m} \right), \quad (3.11)$$

gde  $\rho$  predstavlja gustinu asteroida,  $\rho_m$  gustinu meteorita koji je po sastavu sličan asteroidu čiju poroznost određujemo.

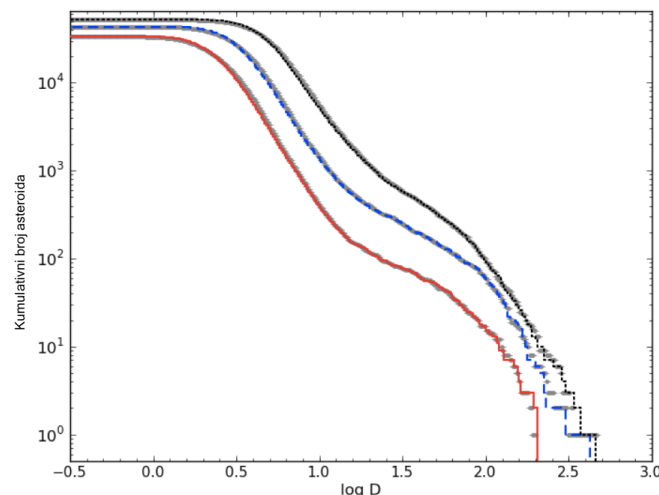
U zavisnosti od stepena poroznosti asteroide možemo svrstati u nekoliko kategorija (Britt et al., 2002): 1. *"krhotine na gomili"* (eng. rubble-pile) predstavlja objekat koji je nastao od ostataka asteroida koji se raspao tokom sudara. Njega karakteriše izrazito visoka poroznost ( $\mathcal{P} > 30\%$ ). 2. *Frakturisani* asteroidi su oni

kod kojih su nastale pukotine, posledica sudara i njihova poroznost je manja u odnosu na "krhotine na gomili" ( $10 < \mathcal{P} < 30\%$ ). 3. *Kompaktni* su oni asteroidi sa izrazito jakim i čvrstim unutrašnjim vezama  $\mathcal{P} \approx 0\%$ .

Razlika u poroznosti može se uočiti i između velikih taksonomskih kompleksa, tako da asteroidi *C* kompleksa imaju veću poroznost u odnosu na asteroide *S* kompleksa (Britt et al., 2002; Carry, 2012). Pored toga, poroznost se smanjuje sa masom, pa su zato najmasivniji asteroidi kompaktni usled postojanja velikog pritiska u njihovoj unutrašnjosti (Britt et al., 2002). Razlika u poroznosti između asteroida *C* i *S* kompleksa posledica je njihovog sastava (videti odeljak 3). Kao i kod gustine, asteroidi *X* kompleksa imaju međusobno različite vrednosti poroznosti.

### 3.3.3 Veličina i gustina

Veličina asteroida određuje se različitim metodama, a najpreciznije su one koje se zasnivaju na radarskim posmatranjima (Ostro, 2002). Precizno određivanje prečnika asteroida moguće je i direktnim merenjem tokom okultacija. U slučaju da ne postoji prečnik određen na neki drugi način, on se može približno odrediti pomoću geometrijskog albeda  $p_v$  i apsolutne magnitude tela  $H$  (videti jednačinu 3.8).



Slika 13: Kumulativna raspodela po veličinama asteroida iz glavnog asteroidnog prstena (unutrašnji deo - plava, srednji - plava i spoljašnji - crna boja). Na  $x$ -osi je prikazan prirodni logaritam prečnika  $D$ . Izvor: Masiero et al. (2011).

U Glavnom asteroidnom prstenu poznato je preko 200 asteroida sa prečnikom

većim od 100km, a procenjuje se da ima oko milion asteroida čiji prečnik je veći od 1km (Tedesco and Desert, 2002), dok još manjih ima za jedan red veličine više.

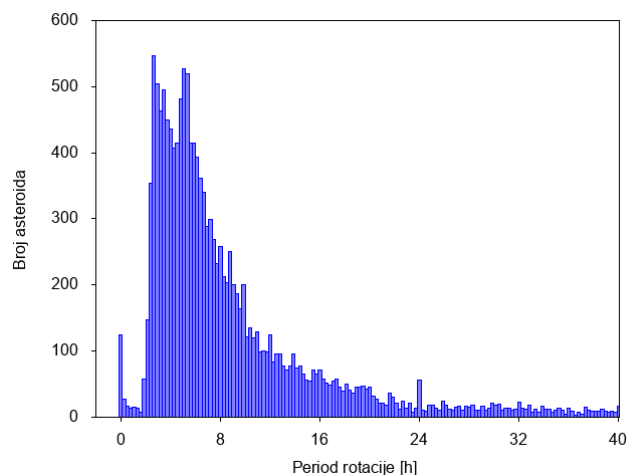
Dohnanyi (1969, 1971) je pokazao da se raspodela asteroida po veličinama može se opisati stepenim zakonom  $D^\alpha$ . Vrednost parametra  $\alpha$  procenjuje se na oko 2.5 (Gladman et al., 2009), iako su početne analize sugerisale veću vrednost (Cellino et al., 1991). Raspodela asteroida GAP po veličinama dobijena upotrebom WISE kataloga data je na Slici 13, i ona je u dobroj saglasnosti sa već dobijenom vrednošću parametra  $\alpha$ .

Određivanje gustine asteroida usko je povezano sa merenjem mase ( $M$ ) i zapremine ( $V$ ):  $\rho = M/V$ , pa samim tim precizne gustine poznate su za jako mali broj asteroida. One se uglavnom kreću u intervalu  $1 - 6 \text{ g/cm}^3$  (Carry, 2012). Gustine asteroida zavise i od njegovog sastava i spektralnog tipa. Asteroidi  $S$  kompleksa imaju gustinu u intervalu  $2 < \rho < 3 \text{ g/cm}^3$ , dok asteroidi koji pripadaju  $C$  kompleksu imaju  $\rho \approx 1.4 \text{ g/cm}^3$ , osim  $B$  tipa kod koga je  $\rho \approx 2.5 \text{ g/cm}^3$  (Britt et al., 2002; Carry, 2012). Asteroidi  $X$  kompleksa pokrivaju širok raspon vrednosti  $\rho$  bez nekog jasnog grupisanja.

### 3.3.4 Rotacija

Brzina rotacije asteroida može se dobiti na osnovu analize krive promene sjaja nekog asteroida koje se javljaju u pravilnim vremenskim intervalima. Do tih promena dolazi usled nepravilnog oblika asteroida jer ukoliko bi oni bili sferni, reflektovali bi istu količinu svetlosti (izuzimajući faze). Poznati su podaci za periode rotacije oko 16 000 asteroida (Harris et al., 2016). Najveći broj asteroida obrne se oko svoje ose za oko 2 - 14 časova (videti Sliku 14).

Najbrža rotacija karakteristična je za male asteroide, tako asteroid 2014  $RC$  koji pripada Apolo grupi, ima period rotacije od svega 15.8 s, a njegov prečnik procenjuje se na nešto više od 20 m. Najduži period rotacije ima 1982  $SM_2$  kome jedan obrtaj traje 79.9 dana, dok posle njega sledi 1997  $AE_{12}$  sa periodom od 78.3 dana. Potrebno je naglasiti da izrazito brzu rotaciju mogu da imaju samo jako mali (nekoliko desetina metara) i kompaktni asteroidi, jer nakon određene brzine rotacije asteroidi počinju da gube masu sa svog ekvatora i da se raspadaju. Kritična brzina



Slika 14: Raspodela asteroida u zavisnosti od njihove brzine rotacije. Prikazani su samo asteroidi sa brzinom rotacije do 40 sati. Histogram je urađen pomoću podataka za oko 16 000 asteroida Izvor: Harris et al. (2016).

rotacije na kojoj dolazi do raspada asteroida razlikuje se u zavisnosti od njegovog sastava i poroznosti. Pravec & Harris (2000) pokazali su da se kritična brzina rotacije  $P_c$  "krševa na gomili" može proceniti izrazom:

$$P_c[h] \sim 3.3 \sqrt{\frac{1+A}{\rho}}, \quad (3.12)$$

gde je  $A$  Bond albedo i  $\rho$  gustina asteroida. Kod kompaktnih asteroida kritična brzina rotacije (tzv. spin barijera) procenjuje se na oko 2.2 h (Pravec & Harris, 2000; Holsapple, 2007).

Pored brzine rotacije, bitna je i orijentacija ose i smer rotacije asteroida. Raspodele nagiba ose i smera rotacije ne pokazuju neko značajno grupisanje, osim kod asteroida sa prečnicima od 100 do 200 km kod kojih dominira direktna rotacija i OBZ koji rotiraju retrogradno (Kryszczyńska et al., 2007). Međutim, noviji rezultati pokazuju da postoji značajnije grupisanje kod nagiba ose rotacije između  $30^\circ - 100^\circ$ , kao i smanjen broj asteroida čiji je nagib ose rotacije u intervalu  $120^\circ - 160^\circ$  (Bowell et al., 2014).

Na rotaciju asteroida utiču i sudari, bliski prilazi i JORP efekat. Vremenom ovi efekti mogu da dovedu do promene parametara rotacije, pogotovo kod manjih objekata (Marzari et al., 2011).

## 4 Familije asteroida

Prošlo je skoro sto godina od kada je japanski astronom Hirajama (Kyotsugu Hirayama) prvi primetio postojanje familija (1918. godine). Njihov značaj je ogroman, pogotovo što bar trećina asteroida većih od nekoliko kilometara u pojasu između Marsa i Jupitera pripada familijama (Masiero et al., 2015). Familije nastaju sudarom asteroida, pa nam omogućavaju izučavanje fizike visoko-energetskih sudara, kao i proučavanje dinamičke evolucije koja je nakon toga usledila. Pored toga, familije nam daju mogućnost proširivanja saznanja o unutrašnjosti asteroida, porekla nekih ABZ itd.

Za proučavanje familija nekoliko stvari nam je neophodno. Prvo je da možemo pouzdano da identifikujemo članove familije, jer bez toga se lako dolazi do pogrešnih zaključaka. Da bi uspešno opisali evoluciju same familije potrebno je da odredimo i njenu starost. Na samu familiju tokom njene evolucije utiču gravitacioni i negravitacioni efekti koji mogu znatno izmeniti njenu strukturu i karakteristike.

U delu koji sledi biće izložen istorijski pregled načina identifikacije asteroida zasnovan na radu Knežević (2016), kao i pregled metode hijerarhijskog grupisanja koja se u tu svrhu najčešće upotrebljava. Nakon identifikacije dat je pregled dinamičke evolucije familija, metoda za određivanje starosti familija i na kraju je dat pregled njihovih fizičkih karakteristika.

### 4.1 Identifikacija familija asteroida

U svom najpoznatijem radu, Hirayama (1918) ukazao je na postojanje određenih grupisanja asteroida za koja je pretpostavio da su dovoljno statistički značajna i da nisu slučajna. Ta grupisanja koja je nazvao familijama asteroida uočena su u prostoru orbitalnih elemenata, i to ekscentriciteta ( $e$ ), nagiba putanjske ravni ( $i$ ) i srednjeg dnevnog kretanja ( $n$ ). Takođe pretpostavio je da familije asteroida potiču od raspada roditeljskog tela i objasnio njihovu raspodelu koristeći pojednostavljenu sekularnu teoriju. Tom prilikom identifikovao je tri familije: Koronis, Eos i Themis

familiju <sup>18</sup>. Hirajama je istakao značaj invarijantnih, nepromenljivih, orbitalnih elemenata za identifikaciju familija čijom primenom je identifikovao njih pet: Themis, Eos, Koronis, Maria i Flora (Hirayama, 1922, 1927). Tih pet familija se po njemu i nazivaju Hirajamine familije.

Dve decenije nakon otkrića familija, Brouwer (1951) je izračunao sopstvene elemente za 1527 asteroida koristeći unapređenu linearnu sekularnu teoriju kretanja velikih planeta (Brouwer & van Woerkom, 1950). Pored ovih elementa, Brouwer je u svoj katalog dodao i zbir  $\varpi_p + \Omega_p$  koji je invarijantan u linearnoj teoriji sekularnih poremećaja. Na osnovu tog kataloga potvrdio je postojanje Hirajaminih familija, osim što je Flora familiju podelio na četiri manje, zasebne familije. Predložio je i postojanje 19 izdvojenih grupa asteroida čije se grupisanje vidi i u prostoru sopstvenih uglova  $\varpi_p + \Omega_p$ . Kasnije je sa razvojem sekularne teorije poremećaja pokazano da zbir uglova  $\varpi_p + \Omega_p$  nije konstantan i da nije pogodan za identifikaciju familija.

Značajan pomak je nastao sa razvojem automatizovane metode za identifikaciju familija (Arnold, 1969). Arnold je koristio Brouwerov katalog sopstvenih elemenata i njegova metoda je identifikovala ukupno 37 familija. Drugi značajan progres došao je sa unapređenjem teorije sekularnih poremećaja (Williams, 1969). Kako je dobijanje rezultata primenom ove teorije bilo veoma zahtevno, prvi publikovani rezultati znanovani na ovoj teoriji objavljeni su 10 godina kasnije (Williams, 1979). Williams je pomoću svoje teorije identifikovao veliki broj malih familija. U međuvremenu, objavljeno je još nekoliko radova vezanih za klasifikaciju familija (Lindblad & Southworth, 1971; Carusi & Massaro, 1978; Kozai, 1979) koje su koristile drugačije metode i različite kataloge orbitalnih elemenata. To je dovelo do potrebe za jedinstvenim katalogom i prvi takav je predstavljen na konferenciji *Asteroidi* (Tukson, SAD) 1979. godine - to je bila tzv. TRIAD datoteka.

Osim jedinstvenog kataloga, bilo je potrebno unaprediti sopstvene elemente za klasifikaciju asteroida u familije i u tom cilju razviti tačniju sekularnu teoriju. Prva takva analitička teorija, drugog reda po masi i četvrtog reda po eskcentricitetu razvijena je početkom 90-ih (Milani & Knežević, 1990, 1994). Ona je omogućila

---

<sup>18</sup>Tada je uvedena nezvanična konvencija, po kojoj se ime familiji asteroida daje po onom asteroidu koji je od svih članova najniže numerisan, odnosno koji je prvi otkriven.



izračunavanje sopstvenih elemenata za veliki broj asteroida i zajedno sa novim metodom za identifikaciju familija asteroida (Zappalá et al., 1990; Bendjoya et al., 1991) predstavila je veliki korak napred u rešavanju problema njihove identifikacije.

Sintetička teorija (Knežević & Milani, 2000) omogućava preciznije izračunavanje sopstvenih elemenata sa znatno većom tačnošću u odnosu na analitičku teoriju. Pomoću nje napravljen je katalog sopstvenih elemenata za oko 580 000 asteroida (jun 2017) koji je javno dostupan na AstDyS portalu (Knežević & Milani, 2003).

#### 4.1.1 Metoda hijerarhijskog grupisanja (MHG)

Kao što je već pomenuto, Arnold (1969) je prvi osmislio automatski algoritam za identifikaciju familija. Tri decenije kasnije, Zappalá et al. (1990) su razvili metodu hijerarhijskog grupisanja (MHG), a ubrzo nakon toga predstavljena je i metoda analize talasića Bendjoya et al. (1991). Obe metode daju saglasne rezultate (Bendjoya & Zappalá, 2002), međutim danas najviše je u upotrebi MHG, pa će ona biti prikazana u nastavku teksta.

Metoda hijerarhijskog grupisanja zasniva se na određivanju rastojanja između asteroida u trodimenzionalnom prostoru sopstvenih elemenata  $(a_p, e_p, i_p)$ . Metrika,  $d$ , u tom prostoru definisana je formulom (Zappalá et al., 1990):

$$d = na_p \sqrt{C_a(\delta a_p/a_p)^2 + C_e(\delta e_p)^2 + C_i(\delta \sin(i_p))^2}, \quad (4.1)$$

gde su  $C_a, C_e, C_i$  proizvoljni koeficijenti,  $n$  je srednje dnevno kretanje tela na heliocentričnoj putanji,  $\delta a_p = a_{p1} - a_{p2}$ ,  $\delta e_p = e_{p1} - e_{p2}$  i  $\delta \sin(i_p) = \sin(i_{p1}) - \sin(i_{p2})$ , gde indeksi (1) i (2) predstavljaju dva tela čije međusobno rastojanje računamo. Za koeficijente najčešće se koriste vrednosti:  $C_a = \frac{5}{4}$ ,  $C_e = 2$  i  $C_i = 2$  (Zappalá et al., 1994). Metrika (4.1) je izvedena pomoću Gausovih jednačina koje opisuju promene orbitalnih elemenata u zavisnosti od komponenata brzine izbačaja prilikom sudara, pa se zato  $d$  izražava u jedinicama  $m s^{-1}$ .

Sama procedura MHG odvija se u nekoliko koraka koji se primenjuju na grupi od  $N$  objekata:

1. Identifikuju se dva najbliža objekta i označavaju se sa  $j$  i  $k$

2. Objekti identifikovani u prethodnom koraku se zamene jednim novim objektom sa oznakom  $j + k$  koji se koristi u daljoj analizi umesto objekata  $j$  i  $k$
3. Izračunavaju se sva rastojanja između objekta iz koraka 2 i ostalih tako da važi:  $d(j + k, i) = \min(d(j, i), d(k, i))$ .
4. Ukoliko postoje bar dva objekta koja su na međusobnom rastojanju manjem od graničnog rastojanja  $d_c$ , vraćamo se na prvi korak. Ta dva objekta se pridružuju listi članova familije.

Primenom ovog algoritma dobija se dijagram, tzv. dendrogram koji povezuje sve objekte i članove familije za zadato  $d_c$ . Da bismo odredili graničnu vrednost kao i statističku značajnost identifikovane familije, koristi se metod koji se zasniva na poređenju sa kvazi generisanim populacijama u istom regionu (QRL; Zappalá et al., 1994). Familije otkrivene koristeći samo sopstvene elemente nazivaju se *dinamičke familije*.

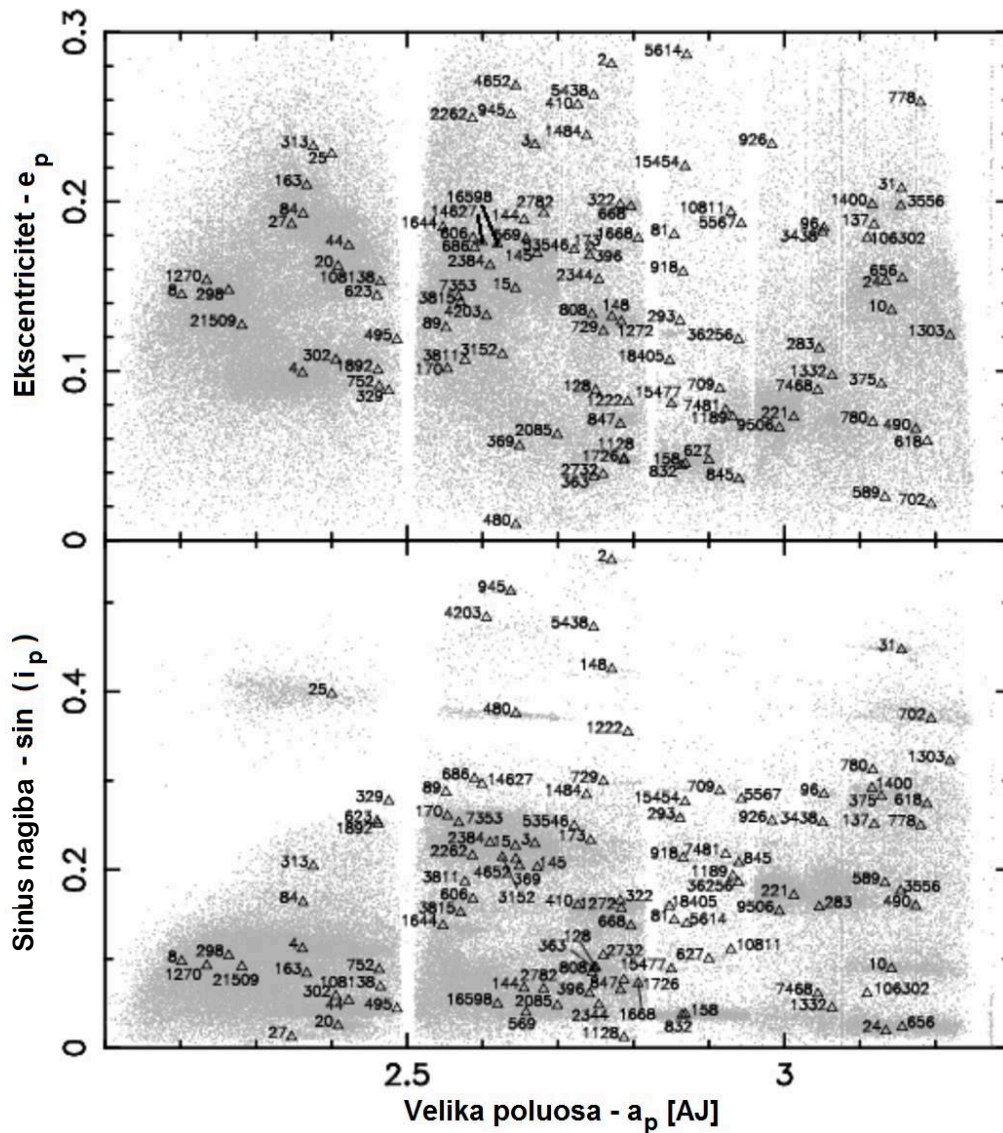
Jedan od problema prilikom primene algoritma MHG je problem *lančanog vezi- vanja* (eng. chaining). MHG određuje pripadnost asteroida familiji mereći njegovo rastojanje do najbližeg člana. Međutim, to može da dovede do uključivanja pozadin- skih objekata, kao i do pravljenja veza sa drugim, susednim familijama (Zappalá et al., 1994; Radović et al., 2017). Zato dolazi do uključivanja asteroida koji ne dele isto poreklo sa drugim članovima familije, tzv. uljeza (eng. interlopers). Migliorini et al. (1995) razvili su statističku metodu za analiziranje očekivanog broja uljeza u familijama, a prema kojoj se kod većine familija očekuje oko 5 - 10 % uljeza u odnosu na ukupan broj članova.

Kao ulazni podaci za MHG koriste se katalozi sopstvenih elemenata (Knežević & Milani, 2000).

Osim klasifikacije pomoću sopstvenih elementa, razvijena je i klasifikacija putem sopstvenih frekvencija  $(n_p, g_p, s_p)$ , gde je  $n_p$  srednje kretanje,  $g_p$  frekvencija perihela i  $s_p$  frekvencija uzlaznog čvora (Carruba & Michtchenko, 2007). Njihov pristup omogućava jednostavnije određivanje efekta nelinearnih sekularnih rezonanci na familije.

Pored sopstvenih elemenata identifikaciju familija možemo vršiti pomoću osku-

latorskih elemenata (Nesvorný et al., 2006) što je moguće kod veoma mladih familija ( $T_{fam} \leq 1$  Mgod). Oni su primenom MHG na oskulatorne elemente otkrili tri moguće mlade familije. Grupisanja u prostoru oskulatornih elemenata nije moguće otkriti kod starijih familija usled disperzije sekularnih uglova  $\varpi$  i  $\Omega$ , kao i drugih orbitalnih elemenata ( $e, i$ ).



Slika 15: Lokacija familija u glavnom asteroidnom prstenu u prostoru sopstvenih elemenata. Trougao se nalazi na mestu asteroida po kome familija nosi ime. Izvor: Nesvorný et al. (2015).

Prvi katalog familija asteroida dobijen primenom MHG dat je u radu Zappalá et al. (1990), nakon čega se broj identifikovanih familija povećavao usled rasta broja otkrivenih asteroida (videti Nesvorný et al., 2015). Kao posledica homogenosti po

sastavu između članova jedne porodice (videti npr. Binzel & Xu, 1993; Cellino et al., 2002), razvijeni su načini poboljšanja identifikacije porodice upotrebom raspoloživih fotometrijskih i spektroskopskih podataka (Nesvorný et al., 2005; Parker et al., 2008; Carruba et al., 2013). Pored korišćenja raspoloživih fizičkih podataka, razvijene su i klasifikacije asteroida na visokim nagibima (Novaković et al., 2011) kao i Trojanaca i Hilda asteroida (Vinogradova, 2015; Milani et al., 2017).

Zbog sve većeg broja otkrivenih asteroida poslednjih godina, katalogi sopstvenih elemenata koji se koriste za identifikaciju porodica konstantno se povećavaju. Sa svakim uvećanjem kataloga potrebno je izvršiti ponovnu identifikaciju. U knjizi *Asteroids IV* Nesvorný et al. (2015) su dali obiman pregled identifikovanih porodica i njihovih karakteristika. Porodice koje su oni identifikovali mogu se videti na Slici 15. Milani et al. (2014) su razvili automatsku metodu koja omogućava da se automatski ažuriraju postojeće klasifikacije. Oni su koristili drugačiji pristup u primeni MHG i njihova metoda je primenjena na najnoviji katalog sopstvenih elemenata koji uključuje i nenumerisane asteroide (Knežević et al., 2014; Milani et al., 2016).

## 4.2 Nastanak i dinamička evolucija porodica asteroida

Evolucija porodice asteroida počinje njenim nastankom za koji je još Hirayama (1918) pretpostavio da je posledica sudara dva asteroida. Petit & Farinella (1993) su modelirali nastanak porodice kao konsekvence sudara dva tela. Detaljan pregled simulacija nastanka porodica dat je u Michel et al. (2015). Ovde ćemo istaći samo najvažnije zaključke i posledice proistekle iz tih simulacija.

Sam proces nastanka porodice može se podeliti u dve odvojene faze koje se mogu zasebno simulirati: (i) faza fragmentacije i (ii) gravitaciona faza. Tokom prve faze, dolazi do raspada roditeljskog tela i nastanka odvojenih fragmenata. Trajanje ove faze određeno je odnosom prečnika udarenog, roditeljskog, tela i brzine prenosa zvuka u materijalu od kog je ono izgrađeno (npr. desetina sekunde za asteroid prečnika 100 km). Za simuliranje ove faze razvijeni su tzv. hidro-kodovi (Jutzi et al., 2008, 2009). Kao izlaz iz faze fragmentacije dobija se  $N$  odvojenih fragmenata, koji se zatim u sledećoj fazi simuliraju numeričkim integratorom koji omogućava

sudare i njihovu reakumulaciju (videti npr. Michel et al., 2003, 2004). Vreme trajanja reakumulacije je proporcionalno  $\propto \sqrt{G\rho}$ , gde je  $G$  gravitaciona konstanta i  $\rho$  gustina roditeljskog tela (vreme reakumulacije meri se satima za tela kod kojih važi  $1 < \rho < 3 \text{ g cm}^{-3}$ ).

Simulacije formiranja familija nam ukazuju da nakon fragmentisanja roditeljskog tela, gravitaciona faza tokom koje dolazi do reakumulacije i formiranja "krhotina na gomili" predstavlja značajan momenat u formiranju familije i reprodukcivanju nastanka postojećih. Obzirom na pretpostavku da većina asteroida druge generacije predstavljaju "krhotine na gomili", postavlja se pitanje kolika je njihova zastupljenost u glavnom asteroidnom prstenu. Campo Bagatin et al. (2001) su pokazali da među asteroidima prečnika od 30 do 200 km, možemo očekivati od 30 - 100% "krhotina na gomili" (procenat varira u zavisnosti od fizičkih parametara). Iz tih simulacija, sledi da su tela koja su veća od 100 km u prečniku najverovatnije primodijalna (videti i Bottke et al., 2005). Granični dijametar između primodijalnih asteroida i kolizionih fragmenata procenjuje se na oko 125 km (Tedesco and Zappalá, 1980; Bottke et al., 2005).

Nakon reakumulacije fragmenata i završetka gravitacione faze dobijamo inicijalni raspored članova familije, koji se može dobiti iz Gausovih jednačina:

$$\begin{aligned} \delta a/a &= \frac{2}{na(1-e^2)^{1/2}} [(1+e \cos f)\delta V_T + (e \sin f)\delta V_R] \\ \delta e &= \frac{(1-e^2)^{1/2}}{na} \left[ \frac{e+2 \cos f + e \cos^2 f}{1+e \cos f} \delta V_T + (\sin f)\delta V_R \right] \\ \delta i &= \frac{(1-e^2)^{1/2}}{na} \frac{\cos(\omega+f)}{1+e \cos f} \delta V_W \end{aligned} \quad (4.2)$$

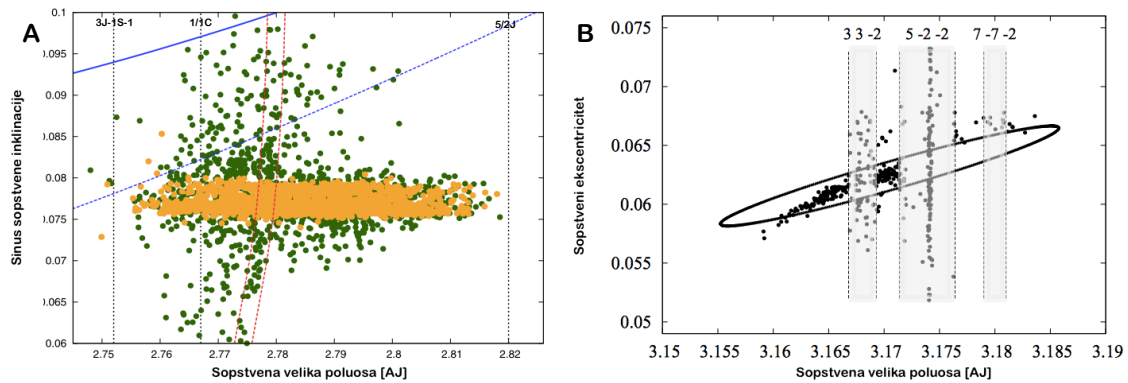
gde su  $a$ ,  $e$ ,  $i$ ,  $f$  i  $\omega$  redom velika poluosa, ekscentricitet, nagib putanjske ravni, prava anomalija i argument perihela,  $na$  je srednja brzina roditeljskog tela i  $\delta V_T$ ,  $\delta V_R$ ,  $\delta V_W$  su komponente brzine izbacivanja fragmenata. Ukoliko pretpostavimo da je inicijalno polje brzina izotropno, dobijamo da je početni raspored članova familije u prostoru oskulaturnih elemenata elipsoid. Međutim, većina posmatranih familija u GAP nema takav oblik. Pored gravitacionih uticaja, veliki značaj ima efekat Jarkovskog

usled koga dolazi do širenja familije po velikoj poluosi (videti npr. Rubincam, 1995; Farinella & Vokrouhlický, 1999; Bottke et al., 2001).

Obzirom da efekat Jarkovskog dovodi do promene velike poluose asteroida, to uzrokuje menjanje same dinamike cele familije. Gravitacioni uticaji na kretanje asteroida su opisani u poglavlju 2.3. Pored poremećaja na kretanje asteroida najviše utiču (i) rezonance u srednjem kretanju, (ii) sekularne rezonance i (iii) bliski prilazi sa masivnim asteroidima i planetama (Nesvorný et al., 2015).

Uticaj rezonance u srednjem kretanju na proizvoljni asteroid zavisi od njene jačine (Gallardo, 2006). Rezonance mogu dovesti do porasta vrednosti ekscentriciteta koje dovode do promena perihelskih rastojanja usled čega može da dođe do bliskih susreta i eventualnog izbacivanja (videti npr. Morbidelli & Moons, 1995; Nesvorný & Morbidelli, 1998; Tsiganis et al., 2000; Nesvorný et al., 2002; Brož et al., 2005). Pored toga rezonance u srednjem kretanju mogu da budu i zaštitni mehanizmi (Morbidelli et al., 1995), što je slučaj kod asteroida iz Hilda grupe o čemu je bilo reči u poglavlju 2.6.4.

Ukoliko je rezonanca u srednjem kretanju jaka (kao npr. 3/1, 4/1 i 5/2 rezonance sa Jupiterom), doći će do postepenog povećanja ekscentriciteta objekta (Klafke et al., 1992; Saha, 1992), što može dovesti do njegovog izbacivanja iz GAP (Wisdom, 1982; Farinella et al., 1994). Pored izbacivanja objekata neke rezonance dovode do stabilnosti u kretanju objekata kao što je slučaj kod Hilda asteroida (videti 2.6.4), a interesantan primer je i 2/1 rezonanca sa Jupiterom kod koje postoje tzv. ostrva stabilnosti (Milani & Nobili, 1992; Milani et al., 1997). Sa druge strane ukoliko je rezonanca slabija ona neće imati tako dramatičan uticaj na kretanje asteroida, ali vremenom može da dovede do merljivih promena u ekscentricitetu. Usled toga, u trenutku napuštanja te rezonance (npr. pod dejstvom efekta Jarkovskog) ekscentricitet može da bude značajno drugačiji od onog koji je objekat imao u trenutku ulaska u rezonancu. Uticaj rezonanci u srednjem kretanju na nagib putanjske ravni je znatno manji, jer da bi došlo do promene u nagibu potrebna je za nekoliko redova veličine veća kinetička energija nego što je potrebna za promenu velike poluose i ekscentriciteta (Michtchenko et al., 2010). Primer uticaja rezonanci u srednjem kretanju dat je na Slici 16b na primeru Veritas familije, gde se uočavaju rezonancom



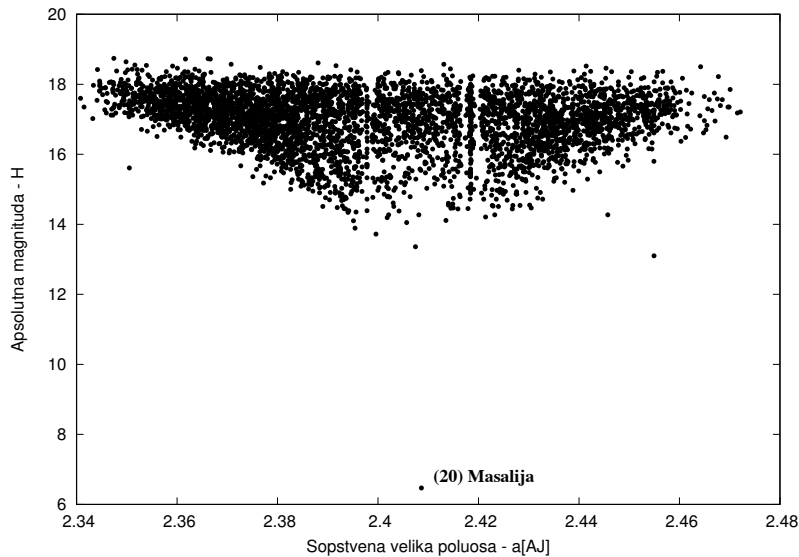
Slika 16: Uticaj sekularnih (A) i orbitalnih (B) rezonanci na evoluciju Hoffmeister (A) i Veritas (B) familija. Na slici A prikazan je trenutak u evoluciji test članova Hoffmeister familije 145 miliona godina nakon formiranja familije (Novaković et al., 2015). Narandžasti krugovi predstavljaju evoluciju čestica pod dejstvom velikih planeta i efekta Jarkovskog. Zeleni kružići pokazuju evoluciju gde je u dinamički model uključen i Ceres. Crvene isprekidane linije na slici A označavaju region uticaja sekularne rezonance sa Ceresom  $\nu_{1c} = s - s_c$ , a plave sekularnu rezonancu  $z_1 = s - s_6 + g - g_6$  sa Saturnom. Na slici B prikazana je raspodela članova Veritas familije u ravni sopstvenih elemenata  $a_p$  i  $e_p$ , kao i projekcija elipsoida koji je nastao nakon kraja gravitacione faze u toj ravni (on je dobijen pomoću Gausovih jednačina (4.2) za vrednosti  $v = 40 \text{ m s}^{-1}$ ,  $f = 30^\circ$ ,  $\varpi = 150^\circ$ ). Osenčeni regioni predstavljaju granice tri rezonance u srednjem kretanju koje utiču na dinamiku Veritas familije. Na toj slici uočavamo kako uhvaćeni članovi trpe znatne promene ekscentriciteta. Slika je preuzeta iz Novaković et al. (2010).

uhvaćeni asteroidi kod kojih dolazi do promena u ekscentricitetu u oblasti rezonance.

milies in the  $(a, \sin i)$  plane appear to be confined in inclination because, as discussed in Michtchenko et al. (2010), to change the plane of its orbits an asteroid must gain several orders of kinetic energy more than the quantity necessary to produce a similar change in proper semi-major axis or eccentricity. Additionally, the Yarkovsky effect predominantly acts on the asteroid semi-major axis.

Pored rezonanci u srednjem kretanju, uticaj sekularnih rezonanci sa velikim planetama u asteroidnom prstenu može da dovede do dinamičke nestabilnosti (Knežević et al., 1991; Milani & Knežević, 1992). Osim sekularnih rezonanci sa velikim planetama, Novaković et al. (2015) su pokazali značaj linearne sekularne rezonance sa Ceresom na dinamiku Hoffmeister familije (Slika 16a). To je dovelo do analize potencijalnog uticaja sekularnih rezonanci sa masivnim asteroidima na dinamiku tela u GAP-u (Tsirvoulis & Novaković, 2016). Uticaji bliskih prilaza masivnim aster-

oidima, u većini slučajeva su znatno manji u odnosu na uticaje efekta Jarkovskog i rezonanci, ali ipak nisu zanemarljivi (videti npr. Carruba et al., 2003, 2012; Delisle & Laskar, 2012)



Slika 17: Raspodela članova Masalija familije identifikovane na graničnom rastojanju od  $30 \text{ ms}^{-1}$ , u ravni sopstvena velika poluosa  $a_p$  i apsolutna magnituda  $H$ . Na slici uočava se V-oblik koji nastaje pod dejstvom efekta Jarkovskog, kao i lokacija asteroida: (20) Masalija.

Spomenuto je da efekat Jarkovskog može značajno da izmeni dinamiku cele familije. Njegov uticaj je dominantan kod manjih članova jer je on obrnuto proporcionalan prečniku asteroida, što dovodi do formiranja tzv. V-oblka (Slika 17). V-oblik predstavlja karakterističan oblik kod sudarnih familija u ravni sopstvena velika poluosa ( $a_p$ ) i apsolutna magnituda ( $H$ ) ili inverzni prečnik ( $1/D$ ), a posledica je većeg uticaja efekta Jarkovskog na kretanje manjih članova familije (Bottke et al., 2006; Vokrouhlický et al., 2015). On može biti korišćen za određivanje starosti familija (videti poglavlje 4.3), kao i potvrđivanje postojanja familija (Walsh et al., 2013; Bolin et al., 2017).

### 4.3 Određivanje starosti familija asteroida

Do sada je razvijeno više metoda za određivanje starosti familija asteroida, odnosno za utvrđivanje trenutka sudara nakon čega dolazi do raspada roditeljskog



tela. Najčešće korišćene metode za određivanje starosti mogu se grubo podeliti u nekoliko osnovnih tipova: (i) metoda integracije unazad (MIU); (ii) metode koje se baziraju na simulaciji evolucije familije u prostoru sopstvenih elemenata pod dejstvom rezonantnih efekata (haotična hronologija); (iii) metode bazirane na analizi V-oblika; (iv) ostale metode (npr. brojanje kratera).

Metoda haotične hronologije (MHH) zasniva se na ideji da vreme koje je potrebno najhaotičnijim članovima familije da napuste region u kome se familija nalazi ne može biti veće od starosti same familije. Milani & Farinella (1994) su prvi primenili ovu metodu za određivanje starosti Veritas familije čime su dobili procenu za gornju granicu njene starosti. Oni su numeričkim integracijama pokazali da dva člana Veritas familije (490) Veritas i (3542) Tanjiazhen napuštaju granice familije za približno 60 miliona godina što predstavlja gornju granicu starosti Veritas familije.

Tsiganis et al. (2007) su unapredili MHH tako što su upotrebom numeričkih integracija izračunali tzv. koeficijente difuzije  $\mathcal{D}(J_k)$  ( $k = 1, 2$ ). Koeficijenti difuzije su računati kao nagib krive koja se dobija linearnim fitovanjem promene akcija  $\langle (\Delta J_1)^2 \rangle$  i  $\langle (\Delta J_2)^2 \rangle$  ( $J_1 \approx \sqrt{a_p} e_p^2/2$ ,  $J_2 \approx \sqrt{a_p} i_p^2/2$ ) u vremenu. Starost familije procenjuje se fiksiranjem koeficijenata difuzije i praćenjem evolucije fiktivnih asteroida u prostoru sopstvenog eskcentriciteta  $e_p$  i nagiba  $i_p$ . Ova metoda je unapređena korišćenjem Monte-Karlo simulacija i uključivanjem uticaja Jarkovskog koji dovodi do promene brzine difuzije članova (Novaković, 2010; Novaković et al., 2010).

Novo metode za određivanje starosti familija razvijene su nakon otkrića uticaja efekta Jarkovskog na kretanje asteroida. Osnovna ideja kod metoda baziranih na simulaciji efekta Jarkovskog je određivanje promene sopstvene velike poluose asteroida usled njegovog dejstva, pri čemu se ona povećava ili smanjuje u zavisnosti od smera dejstva efekta Jarkovskog (Farinella & Vokrouhlický, 1999). Procenjujući promenu velike poluose  $\delta a_p$  u odnosu na centar familije  $a_c$  (uglavnom je to najveći član familije) i granicu V-oblika, možemo dobiti aproksimativnu starost familije.

Metode bazirane na simulaciji efekta Jarkovskog mogu se grubo podeliti na one koje koriste Monte-Karlo metode i one koje koriste analizu V-oblika.

Vokrouhlický et al. (2006a,b) su unapredili metodu koju su razvili Farinella &

Vokrouhlický (1999) i na taj način odredili starost za pet familija asteroida. Pored procene starosti, njihov metod omogućava i određivanje vrednosti brzine izbačaja fragmenata u trenutku formiranja familije. Da bi se procenila starost familije prvo se formira mapa vrednosti proučavane, realne, familije pomoću tzv.  $C$ -parametra (Vokrouhlický et al., 2006a,b):

$$0.2H = \log(\Delta a/C), \quad (4.3)$$

gde je  $\Delta a = a_p - a_c$ ,  $a_c$  velika poluosa roditeljskog (uglavnom i najvećeg) tela u familiji,  $a_p$  velika poluosa člana familije i  $H$  njegova apsolutna magnituda. Zatim se kreiraju fiktivne raspodele test objekata upotrebom različitih početnih uslova (kao što je npr. brzina izbačaja fragmenata). Nakon toga se Monte-Karlo metodama simulira kretanje fiktivnih članova familije pod uticajem efekta Jarkovskog (i JORP). Simulacija se zaustavlja kada se postigne tražena  $C$ -parametar mapa. Dobijene raspodele se zatim porede sa realnom familijom i statističkim metodama dobija se procena starosti. Kasnije, ova metoda je unapređena time što su od dodatnih efekata uključeni uticaji stohastičnog JORP efekta i promene Sunčeve luminoznosti (Bottke et al., 2015a; Carruba et al., 2015, 2016a).

Analiza V-oblika zasniva se na njegovom vizuelnom fitovanju u ravni ( $a, H$ ). Na taj način može da se proceni starost familije tako što se određuje vreme potrebno da članovi familije dođu do takvog oblika pod dejstvom efekta Jarkovskog (videti npr. Nesvorný et al., 2003; Bottke et al., 2007). Milani et al. (2014); Spoto et al. (2015) su modifikovali ovaj pristup tako što su numerički fitovali obe strane V-oblika u ( $a, 1/D$ ) ravni iz čega su odredili starost za 37 familija asteroida.

Pored efekta Jarkovskog, na formiranje V-oblika utiču i različite brzine izbacivanja malih i većih fragmenata prilikom nastanka familije, što dovodi do njihovih različitih rastojanja u odnosu na centar familije (Cellino et al., 1999; Carruba & Nesvorný, 2016). Taj efekat je značajan kod familija mlađih od 50 miliona godina, dok kod starijih familija efekat Jarkovskog je znatno dominantniji.

Nedostatak metoda baziranih na praćenju evolucije članova familija usled efekta Jarkovskog jeste sporost njegovog delovanja. Time se postavlja ograničenje da se on može upotrebiti samo kod starijih familija gde je mogao da dovede do značajnije

promene u velikoj poluosi ( $T > 50$  miliona godina). Osim toga, ukoliko se familija nalazi u dinamički aktivnoj oblasti primena ove metode je otežana (kao posledica nemogućnosti detektovanja V-oblika).

Metoda integracije unazad zasniva se na tome da su sekularni uglovi  $\Omega$  i  $\varpi$  članova familije u trenutku njenog nastanka bili jako bliski. To znači da numeričkim integraljenjem orbita članova familije unazad u vremenu možemo doći do trenutka grupisanja sekularnih uglova, čime bi se procenila njena starost. Nesvorný et al. (2002) su prvi primenili ovu metodu za određivanje starosti Karin familije koja je njom procenjena na oko  $5.8 \pm 0.2$  miliona godina. Prednost ove metode je njena tačnost, ali mana je što se ona može primeniti samo kod mladih familija, ali samo na stabilne članove. Do sada nije određena granica do koje je moguće MIU uspešno primeniti, što je jedan od zadataka ove disertacije.

Pored navedenih metoda postoje i druge koje se manje primenjuju usled njihove nepouzdanosti. Jedna od takvih metoda je prebrojavanje kratera na površini asteroida, što bi zajedno sa učestalošću njihovog nastanka dalo procenu starosti familije (Chapman et al., 1996). Mane ove metode su neprecizno određivanje učestalosti sudara, ukupnog broja kratera na asteroidu itd.

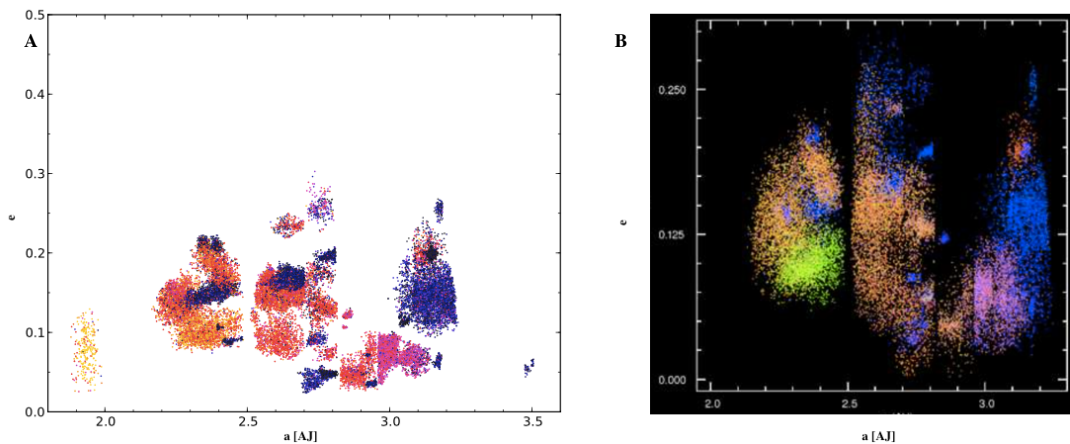
Od navedenih metoda MIU najčešće se koristi kod mladih familija, dok se metode bazirane na efektu Jarkovskog koriste kod starijih. MHH se upotrebljava u situacijama kada se familije nalaze u izrazito dinamički aktivnim regionima.

#### 4.4 Fizičke karakteristike familija asteroida

Da bi se svi raspoloživi podaci o fizičkim karakteristikama asteroida primenili u kontekstu proučavanja familija, moramo prvo da se zapitamo da li članovi jedne familije moraju da imaju isti fizički sastav ili on može da bude različit?

Znamo da familije nastaju kao posledica sudara tokom kojeg dolazi do raspada roditeljskog dela. Ukoliko bi roditeljski asteroid bio heterogen po svom sastavu, očekivano je i da onda članovi imaju različit sastav i karakteristike. Obrnuto, raspad homogenog roditeljskog tela bi rezultirao nastankom familije sa sličnim fizičkim karakteristikama. Istraživanja su pokazala da većina familija ipak ima slične fizičke karakteristike, što govori o homogenosti roditeljskog tela (Cellino et al., 2002;

Masiero et al., 2015). U prilog tome govore i raspodele albeda i boja za neke familije, o čemu će biti reči u nastavku teksta.



Slika 18: Raspodela članova familija asteroida u prostoru sopstvene velike poluose i ekscentriciteta i (A) albeda, (B) SDSS boja. Na slici A svetlo žutom bojom su predstavljeni asteroidi sa visokim albedom i kako albedo opada, tako i boja postaje tamnija. SDSS boje na slici B odgovaraju bojama koje se mogu videti na Slici 10. Izvor: Parker et al. (2008); Masiero et al. (2011).

Na Slici 18a prikazan je raspored članova 48 familija u prostoru sopstvene velike poluose, ekscentriciteta i geometrijskog albeda (Masiero et al., 2011). Na slici uočavamo da familije imaju slične vrednosti albeda, osim kod manjeg procenta (10%) familija kod kojih postoji mešanje između svetlih i tamnih članova. Npr. kod Nisa-Polana kompleksa podjednako su prisutni i svetliji i tamniji objekti, što nam daje indikacije o postojanju dve preklapljene familije (Nisa-Polana kompleks će detaljno biti razmatran u poglavlju 5.2.3.2 ove disertacije). Pored toga, postoje i familije sa nekim specifičnostima u vrednostima albeda. Tako članovi Hungarija familije imaju izrazito visok albedo (žute tačkice na Slici 18) ili članovi Eos familije koji u raspodeli po albedu pokazuju prisutnost i sjajnih i tamnih objekata (videti poglavlje 5.2.3.4).

Slično kao i podaci o geometrijskom albedu, spektroskopski podaci i boje se mogu iskoristiti za pokazivanje homogenosti u sastavu familija. Koristeći najveću bazu boja, SDSS, Ivezić et al. (2002) su pokazali da se familije asteroida mogu identifikovati upotrebom njihovih boja u optičkom delu spektra (videti Sliku 18b). Njihovi podaci nam takođe sugerišu većinsku homogenost familija asteroida.

Detaljnijim proučavanjem spektralnih karakteristika familija asteroida može se i

proceniti uticaj kosmičke klime (eng. space weathering) usled koje dolazi do promene nagiba spektra koji postaje strmiji (Nesvorný et al., 2005; Kaluna et al., 2016)

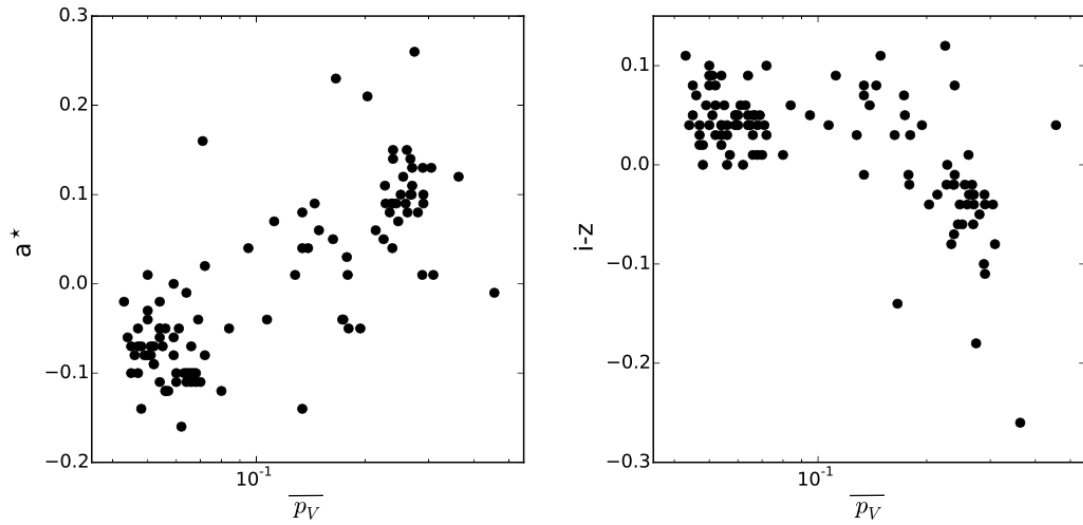
#### 4.4.1 Identifikacija uljeza u familijama na osnovu fizičkih karakteristika

Slične fizičke karakteristike članova familije omogućavaju nam da dobijemo procenu karakteristika cele familije, čime se olakšava identifikacija uljeza, kosmičkih uticaja (eng. space weathering) itd. Predmet ove disertacije je identifikacija uljeza, tako da ćemo u nastavku dati pregled fizičkih karakteristika familija koje su najčešće korišćene za identifikaciju uljeza. To su prvenstveno spektroskopski i fotometrijski podaci.

Kako se vrednosti  $i$  albeda i SDSS boja mogu koristiti za određivanje pripadnosti nekog asteroida  $C$  ili  $S$  kompleksu, potrebno je proveriti da li postoji odgovarajuća korelacija između srednjih vrednosti albeda i SDSS kolora familija. Na Slici 19 prikazane su srednje vrednosti SDSS kolora  $a^*$ ,  $i - z$  i albeda  $p_v$  za familije glavnog asteroidnog prstena. Tu vidimo linearnu korelaciju između  $a^*$  i  $p_v$ , sa bitnim zapažanjem da objektima nižeg albeda odgovaraju negativne vrednosti  $a^*$  i objektima višeg albeda odgovaraju pozitivne vrednosti  $a^*$ . Skrećemo ipak pažnju da postoji primetno rasipanje oko vrednosti  $a^* = 0$ . Kod  $i - z$  se uočava jasan pad ka negativnim vrednostima za veoma visoke vrednosti albeda, dok za niske i srednje vrednosti albeda primetna je koncentracija ka pozitivnim vrednostima.

Sama primena mogućnosti koje pružaju fizički parametri je velika. Jedna od značajnijih je njihova upotreba u identifikaciji uljeza, odnosno preciznijem određivanju članova familije. Parker et al. (2008) su proširili metriku (4.1) uvodeći SDSS boje kao četvrtu dimenziju, i na taj način su unapredili listu članova za 37 familija. Koristeći SDSS boje, izbačeno je oko 10 % članova u poređenju sa njihovom identifikacijom bez korišćenja 4D metrike.

Carruba et al. (2013) su dodatno proširili Parkerov pristup uvodeći albedo kao petu dimenziju. Iako ovaj pristup može doneti određena poboljšanja, veliki problem kod 5D je značajno smanjenje broja objekata na koje se ona može primeniti. Još jedan značajan način na koji su iskorišćeni fizički podaci je deljenje svih poznatih asteroida GAP na dve populacije po vrednosti albeda i koloru. Zatim se MHG pri-



Slika 19: Srednje vrednosti SDSS boja  $i-z$  i  $a^*$  u funkciji logaritma srednje vrednosti za familije asteroida  $\overline{p_V}$ . Izvor: Masiero et al. (2015).

menjuje posebno na svaku grupu. Na taj način se omogućava razdvajanje osnovnih kompleksa  $C$  i  $S$ , međutim problem je znatno smanjeni obim podataka.

Problem kod primene fizičkih podataka jeste u tome što je broj asteroida sa poznatim fizičkim karakteristikama znatno manji u odnosu na njihov ukupan broj. Iz tog razloga su neki autori koristili drugačiji način identifikacije uljeza tako što su nakon dobijanja liste sa članovima familije identifikovali uljeze i direktno ih izbacivali iz lista članova (Novaković et al., 2011; Milani et al., 2014, 2016).

## 5 Izbacivanje uljeza iz familija asteroida

Do sada je identifikovan veliki broj familija asteroida u glavnom asteroidnom prstenu (Zappalá et al., 1990; Nesvorný et al., 2005; Novaković et al., 2011; Masiero et al., 2013; Milani et al., 2014; Nesvorný et al., 2015; Milani et al., 2017). Kako broj otkrivenih asteroida konstantno raste, javlja se problem sve težeg dobijanja pouzdane liste članova familije. Zato je neophodno unaprediti postojeće načine identifikacije familija radi prevazilaženja ovog problema u što većoj meri.

Za identifikaciju članova familije najčešće se upotrebljava metod hijerarhijskog grupisanja. Međutim, on ima dva ograničenja. Prvo je pridruživanje pozadinskih asteroida u listu članova familije - tzv. uljezi (Migliorini et al., 1995). Drugo ograničenje je problem lančanog efekta (Zappalá et al., 1994).

Kako je broj danas poznatih asteroida premašio 500 000, navedeni problemi postaju veoma važni za pouzdanu identifikaciju članova familija. Jedan od načina prevazilaženja tih problema je pored njihovih orbitalnih elemenata, korišćenje dodatnih informacijama o asteroidima. U poglavlju 4.4.1 može se videti pregled načina korišćenja fizičkih parametara u cilju izbacivanja uljeza, dok su raspoloživi fizički podaci detaljno objašnjeni u poglavlju 3.

Ograničenja identifikacije uljeza pomoću fizičkih karakteristika prvenstveno je posledica manjeg broja i tačnosti raspoloživih fizičkih podataka za razliku od sopstvenih elemenata (Milani et al., 2014).

Novi pristup rešavanju ovog problema izložen je u ovoj disertaciji i radu Radović et al. (2017). Osnovna ideja je uvođenje dodatnog koraka u primeni MHG, koji bi trebalo da omogući smanjivanje uticaja lančanog efekta. Predloženi pristup biće detaljno izložen u potpoglavlju koje sledi. Nakon detaljnog izlaganja razvijenog algoritma, prikazani su rezultati njegove primene kao i njihova analiza.

### 5.1 Algoritam za izbacivanje uljeza

Algoritam koji će biti izložen u osnovi je sličan pristupima koji se zasnivaju na identifikaciji dinamičkih familija korišćenjem kataloga sopstvenih elemenata, nakon čega se upotrebljavaju dostupni podaci o fizičkim karakteristikama radi redefinisiranja

liste članova familije. U razvijenom algoritmu, u celu proceduru uveden je dodatni korak radi minimizovanja uticaja lančanog efekta.

Osnovni delovi algoritma mogu se predstaviti u četiri glavna koraka (videti Sliku 20):

1. MHG se primenjuje na katalog sopstvenih elemenata (početni katalog) koji sadrži podatke o asteroidima za koje su oni dostupni. Na taj način se dobija početna lista članova familije.
2. Uljezi se identifikuju na osnovu raspoloživih podataka o refleksionim karakteristikama površine potencijalnih članova. U tom cilju, koriste se SDSS boje i dostupni podaci o geometrijskom albedu (AKARI, IRAS i WISE). Pored njih, upotrebljavaju se i spektralni podaci, ukoliko su poznati.
3. Identifikovani uljezi izbacuju se iz početnog kataloga sopstvenih elemenata, čime se dobija modifikovani katalog sopstvenih elemenata.
4. MHG se primenjuje na modifikovnom katalogu, a time se dobija konačna lista članova familije.

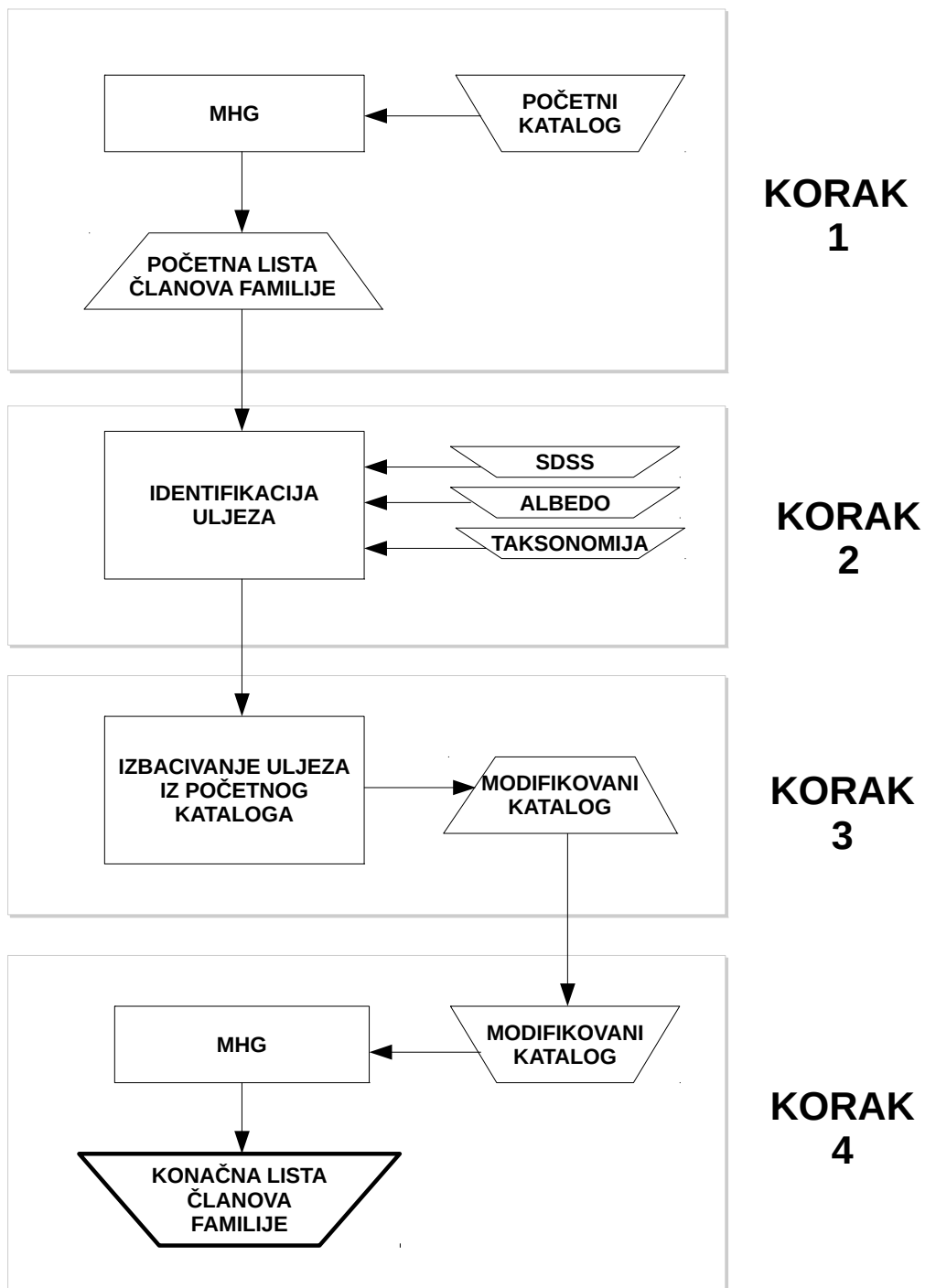
### 5.1.1 KORAK 1: Identifikacija početne liste članova

Za dobijanje početne liste članova familije primenjuje se metoda hijerarhijskog grupisanja u prostoru tri sopstvena elementa:  $a_p$ ,  $e_p$  i  $\sin(i_p)$ . MHG identifikuje proizvoljni asteroid kao član familije ukoliko je njegovo rastojanje  $d$ , od centralnog (izabranog) tela, manje od nekog zadatog, graničnog, rastojanja  $d_{cut}$ . Rastojanje je definisano metrikom (4.1).

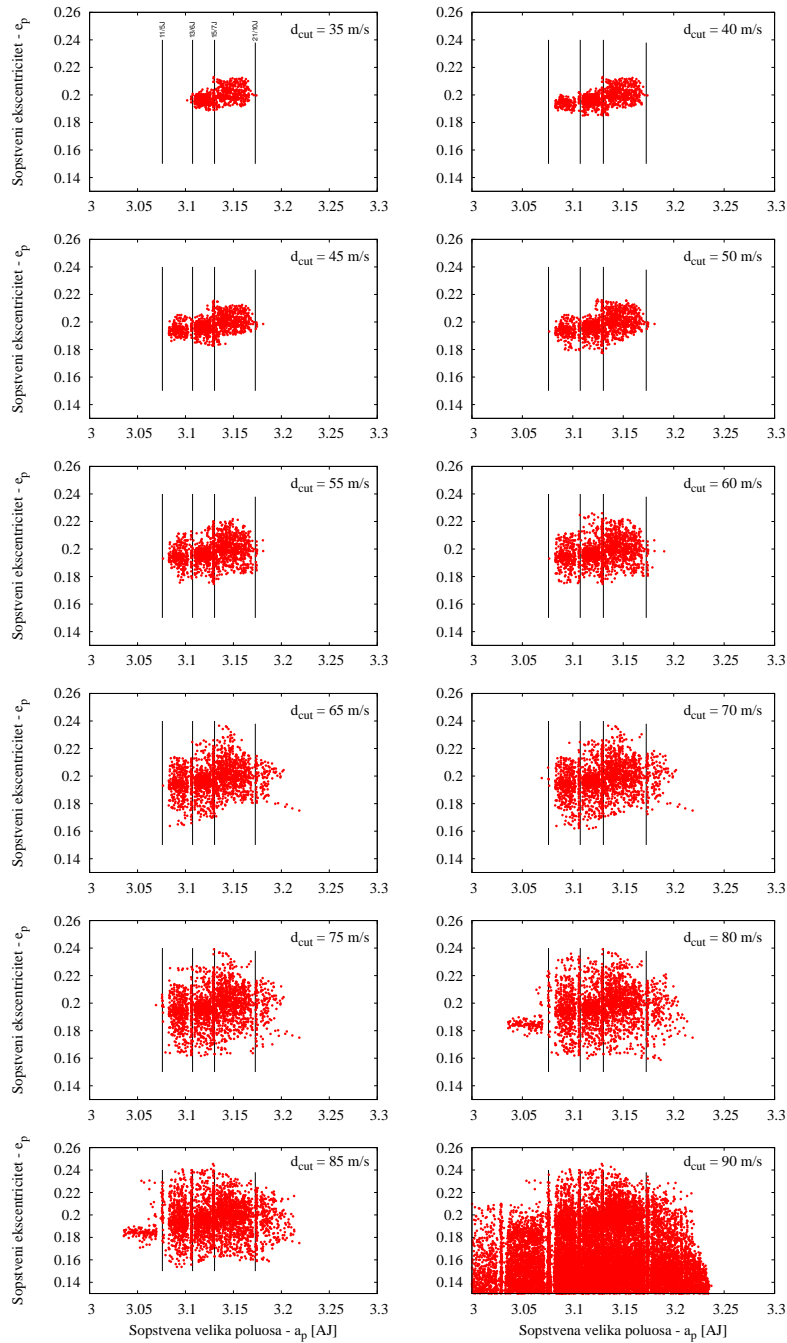
Problem koji se javlja je odabir odgovarajućeg nominalnog rastojanja  $d_{nom}$ . Nominalno rastojanje definišemo kao ono rastojanje koje u prostoru sopstvenih elemenata najbolje opisuje familiju. Međutim, u ovom koraku biraćemo veće rastojanje radi uključivanja većeg broja potencijalnih članova familije u inicijalnu listu, a samim tim i veći broj priključenih uljeza.

Da bi procedura određivanja inicijalnog graničnog rastojanja bila automatska, primenjujemo sledeći algoritam: Počevši od najniže vrednosti graničnog rastojanja  $d_{cut}$  od  $5 \text{ ms}^{-1}$ , vršimo njegovo povećanje upotrebom fiksiranog koraka od  $5 \text{ ms}^{-1}$





Slika 20: Koraci algoritma za izbacivanje uljeza iz familija asteroida. Algoritam je implementiran u okviru onlajn portala AFP.



Slika 21: Raspodele članova Klumpkea familije u ravni  $(a_p, e_p)$  u zavisnosti od graničnog rastojanja  $d_{cut}$ . Na slici se počinje od vrednosti  $d_{cut} = 35 \text{ ms}^{-1}$ , jer na manjim vrednostima nema pridruženih asteroida osim centralnog tela, asteroida (1040) Klumpkea. Na  $d_{cut} = 90 \text{ ms}^{-1}$  vidimo da je zahvaćen ceo region (ukupan broj članova na tom rastojanju je 164 768). Inicijalna granična vrednost je  $80 \text{ ms}^{-1}$  i ista je za  $10 \text{ ms}^{-1}$  manja od vrednosti na kojoj dolazi do spajanja sa pozadinskim asteroidima. Vertikalne linije predstavljaju položaj značajnih rezonanci u srednjem kretanju sa Jupiterom (redom 11/5, 13/6, 15/7, 21/10).

sve dok se familija ne spoji sa pozadinskim asteroidima (Slika 21). Kao izlaz iz svakog koraka dobija se lista identifikovanih članova familije. Za graničnu vrednost bira se ona koja je za dva koraka ( $10 \text{ ms}^{-1}$ ) manja od vrednosti na kojoj dolazi do sapajanja familije sa okolnim asteroidima.

Ovako određeno granično rastojanje uglavnom je suviše veliko da bi se upotrebito kao nominalno rastojanje. Međutim, ono se koristi da bi se postiglo pridruživanje što je moguće većeg broja članova familije, pa samim tim i uljeza.

### 5.1.2 KORAK 2: Identifikacija uljeza

Nakon što se u prvom koraku dobije početna lista članova familije, sledeći korak je identifikacija uljeza među njima. Oni se identifikuju na osnovu poznatih fizičkih karakteristika potencijalnih članova familije. Kao što je već objašnjeno u poglavlju 4.4, pripadnici iste familije dele slične fizičke karakteristike usled homogenosti roditeljskog tela (Bus, 1999; Ivezić et al., 2002; Cellino et al., 2002). To nam omogućava da sve članove koji imaju drugačije karakteristike označimo kao uljeze. Od fizičkih karakteristika, prvenstveno će biti korišćeni podaci o boji i albedu jer su oni poznati za veliki broj asteroida. Pored njih, korišćeni su i spektroskopski podaci, mada su oni poznati za znatno manji broj asteroida.

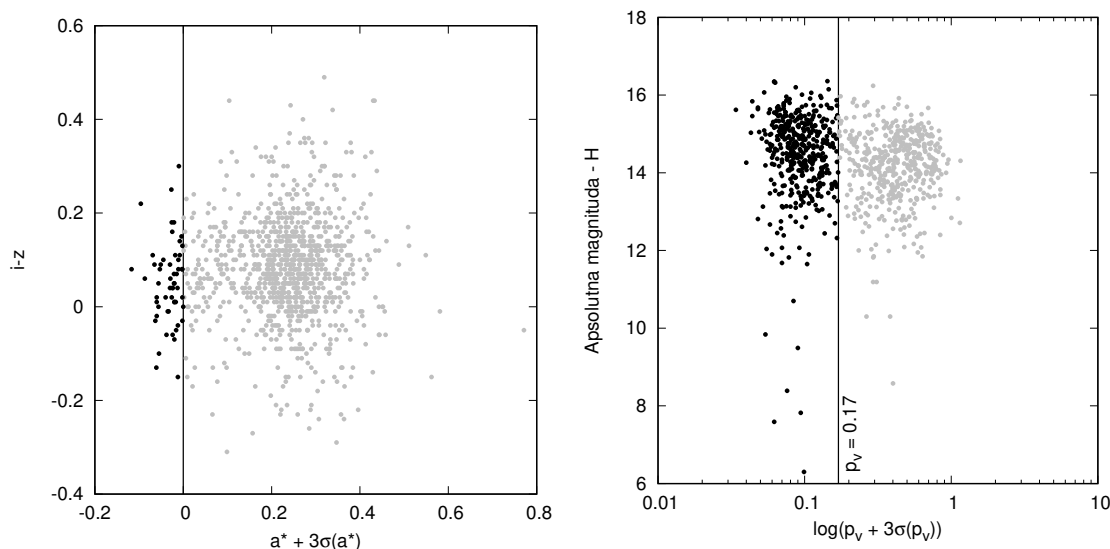
U poglavlju 3.1.2 i 3.2.2 objašnjeno je kako se boje i albeda mogu iskoristiti za pouzdano razdvajanje između dva osnovna kompleksa asteroida *C* i *S*. Izuzetak od tog pravila su spektroskopski podaci pomoću kojih se može izvršiti detaljnija podela, ali njihov nedostatak je veoma mali broj raspoloživih podataka. U principu, podaci o bojama dobijeni putem SDSS-a omogućavaju i finiju podelu na klase (Carvano et al., 2010; DeMeo & Carry, 2013), međutim ona ovde neće biti korišćena zbog manje pouzdanosti takve klasifikacije.

Kod identifikacije uljeza prvo se određuju svi članovi familije za koje imamo poznate fizičke parametre. Od fizičkih parametara koriste se SDSS boje, albeda dobijena pomoću različitih misija, kao i raspoloživi spektroskopski podaci. Pomoću njih najpre se određuje pojedinačno tip familije (*C* ili *S*). Sa ustanovljenim tipom familije, pod uljezima smatraju se objekti čije karakteristike nisu u saglasnosti sa određenim taksonomskim tipom familije.

## SDSS boje

SDSS boje su već korišćene za identifikaciju uljeza (videti npr. Nesvorný et al., 2005; Parker et al., 2008; Novaković et al., 2011). U ovom radu biće korišćen metod sličan onom koji su predložili Parker et al. (2008). Oni su analizom glavnih komponenti pokazali da se pomoću SDSS boja mogu razdvojiti osnovni  $C$  i  $S$  kompleksi asteroida (videti i poglavlje 3).

Radi razdvajanja asteroida korišćemo vrednosti  $a^* = 0.89(g - r) + 0.45(r - i) - 0.57$  i  $i - z$ , gde su  $g, r, i, z$  odgovarajuće talasne dužine na kojima su vršena SDSS posmatranja (Ivezić et al., 2001). Raspodela asteroida po vrednostima  $a^*$  je bi-modalna, i ova veličina razdvaja dva najšira kompleksa,  $C$  i  $S$  (videti poglavlje 3.1.2), pa ćemo nju isključivo upotrebljavati. Objekte koji pripadaju  $C$  kompleksu karakteriše negativna vrednost parametra  $a^* < 0$ , dok  $S$  kompleks ima pozitivne vrednosti  $a^* > 0$ .



Slika 22: Identifikovani uljezi u Klumpkea familiji prema SDSS bojama (levi panel) i albedu (desni panel). Crni kružići predstavljaju uljeze, a sivi članove familije. Vertikalne linije označavaju usvojenu granicu između pravih članova familije i uljeza. Na slici se uočava primetna razlika u udelu uljeza među populacijom asteroida sa poznatom bojom, odnosno albedom. Pomenuta razlika u najvećoj meri je posledica različitih selekcionih efekata kod određivanja ovih karakteristika, jer se boje određuju iz posmatranja u optičkom, a albeda u infracrvenom delu spektra.

Da bi se identifikovali uljezi, neophodno je prvo da se odredi tip familije na osnovu SDSS podataka. Prvo je potrebno izračunati srednju vrednost  $a_m^*$  cele

familije, koja se zatim koristi za određivanje dominantnog spektralnog tipa familije. Pri identifikaciji samih uljeza koristi se margina koju određuje greška u određivanju  $a^*$  svakog pojedinačnog asteroida  $\sigma(a^*)$ . Veličina margine se bira tako da mogućnost pogrešne identifikacije uljeza svedemo na što je moguće nižu meru.

Ukoliko je familija deo  $C$  kompleksa, pod uljezom se smatraju svi objekti kod kojih važi  $a^* > 3\sigma(a^*)$ . U obrnutom slučaju, ako familija pripada  $S$  kompleksu, objekti sa  $a^* < -3\sigma(a^*)$  su uljezi. Granice  $3\sigma$  su birane da bi se postigla što veća restriktivnost pri identifikaciji uljeza, odnosno da se smanji verovatnoća pogrešne identifikacije asteroida koji se ne mogu pouzdano klasifikovati na ovaj način. Ova metodologija izložena je na Slici 22 na primeru Klumpkea familije.

### **Albedo**

Vrednosti geometrijskog albeda dobijenog korišćenjem IRAS (Tedesco et al., 2002), WISE (Masiero et al., 2011) i AKARI (Usui et al., 2011) kataloga, takođe se mogu uspešno koristiti za proveru da li asteroid pripada  $C$  ili  $S$  kompleksu.

Isto kao i kod SDSS podataka, prvo je potrebno da odredimo tip same familije. U tu svrhu računa se srednji geometrijski albedo  $\overline{p_v}$  svih članova za koje je on poznat. Vrednosti albeda dobijaju se korišćenjem sva tri kataloga, pri čemu ukoliko je albedo dat u više od jednog kataloga, prednost se daje novijem. Kao granicu koja razdvaja dva osnovna kompleksa ( $C$  i  $S$ ) uzimamo vrednost albeda od 0.13 (videti poglavlje 3.2.2), pri čemu uvodimo sigurnosnu marginu između ova dva tipa. Zato, ako važi  $\overline{p_v} < 0.12$  familija je deo  $C$ , a ako je  $\overline{p_v} > 0.14$ , familija je deo  $S$  kompleksa. Većina poznatih familija može se svrstati u intervale koji pripadaju jednom od ova dva osnovna kompleksa. Međutim, kako se ova dva intervala ne preklapaju, može da dođe do neodređenosti u određivanju tipa familije. Zato, kod familija čiji je srednji albedo u intervalu  $[0.12, 0.14]$  koristimo unapred predefinisane intervale koji odgovaraju tačno toj familiji, što je slučaj npr. kod Eos familije (videti sekciju 5.2.3.4).

Napomenimo još jednom da se i za albeda i za boje posebno računa tip familije, jer kao što je objašnjeno u poglavlju 4.4, postoji mogućnost dobijanja različitih vrednosti. Do toga može doći ukoliko je familija deo  $X$  kompleksa, jer njegov albedo može da uzima vrednosti od niskih do visokih.

DeMeo & Carry (2013) su izračunali srednje vrednosti albeda  $\overline{p_v}$  za različite taksonomske klase i njima pripadajuće standardne devijacije  $\sigma(\overline{p_v})$ . Ti rezultati će biti korišćeni za razdvajanje uljeza između osnovnih taksonomskih kompleksa. Da bi bili što restriktivniji, za interval poverenja za svaki kompleks koristimo  $[\overline{p_v} - 3\sigma(\overline{p_v}), \overline{p_v} + 3\sigma(\overline{p_v})]$ . Kako je srednji albedo za  $C$  kompleks  $\overline{p_v} = 0.06$  i  $\sigma(\overline{p_v}) = 0.01$ , odgovarajući interval poverenja je  $[0.03, 0.09]$ , slično kako su  $\overline{p_v} = 0.23$  i  $\sigma(\overline{p_v}) = 0.02$  vrednosti za  $S$  kompleks dobijamo interval poverenja od  $[0.17, 0.29]$ .

Zato, ako je familija deo  $C$  kompleksa, svi članovi kod kojih je  $p_v - 3\sigma(p_v) > 0.09$  su uljezi, a ako je ona deo  $S$  kompleksa, članovi koji imaju  $p_v + 3\sigma(p_v) < 0.17$  se identifikuju kao uljezi. Kod familija koje imaju unapred usvojeni interval poverenja, uljezi su oni koji imaju vrednost  $p_v \pm 3\sigma$  van definisanog intervala (Slika 22).

Gore definisani kriterijum je dovoljno strog jer interval poverenja od  $3\sigma$  obezbeđuje da se 99.73 % objekata nalazi u njemu. Zato je takav kriterijum dobar i kod manjih objekata gde imamo preklapanja između  $C$  i  $S$  kompleksa (Mainzer et al., 2011).

### **Spektroskopski podaci**

Spektroskopski podaci omogućavaju nam mnogo finiju podelu asteroida u odnosu na grubu klasifikaciju u osnovne komplekse. Nažalost, broj raspoloživih objekata sa dostupnim spektroskopskim podacima znatno je manji u odnosu na one za koje su nam poznati boja i/ili albedo.

Da bismo mogli da poredimo raspoložive spektroskopske podatke, prvo moramo da odredimo tip familije. Kako je broj spektroskopskih podataka jako mali, za tip familije koristimo onaj koji je određen pomoću kolora ili albeda. Ukoliko se ovi tipovi razlikuju spektroskopski podaci se ne koriste. Do razlike u tipu dolazi kod familija koje su deo  $X$  kompleksa, jer SDSS boja  $a^*$  ne može da razdvoji  $C$  od  $X$  kompleksa (videti poglavlje 3.1.2).

U slučaju kada podaci o boji i albedu jednoznačno određuju tip familiji, za razdvajanje osnovnih kompleksa koristimo raspoložive spektralne podatke. U tu svrhu koristićemo osnovne klasifikacije asteroida (Tolen, Bus-Binzel, Bus-DeMeo), kao i podatke dobijene putem ECAS (Tedesco et al., 2002) pregleda, SMASS II (Bus & Binzel, 2002a). Ukoliko neki asteroid ima podatke prikupljene pomoću više različitih klasifikacija, prednost dajemo novijoj klasifikaciji (hronološki: Bus-DeMeo

(2009), Bus-Binzel (2002) i Tholen (1984)).

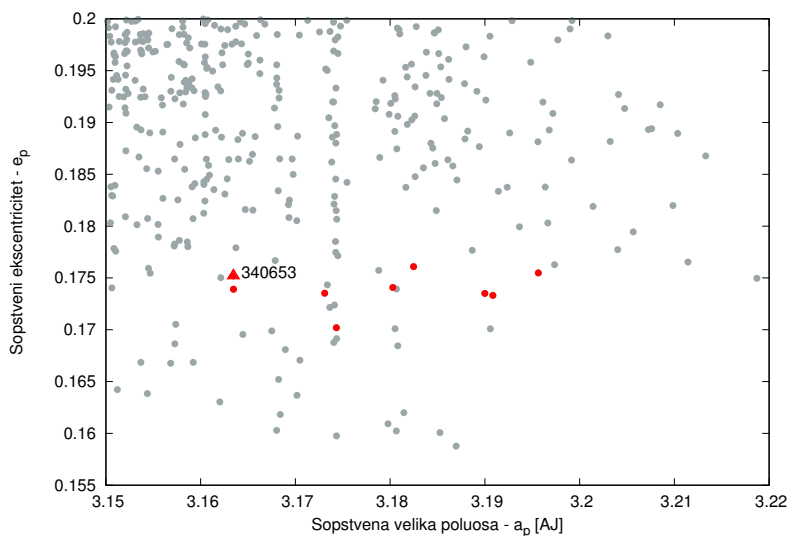
Tholen (1984) je pomoću rezultata sa ECAS pregleda neba klasifikovao asteroide u 14 različitih klasa. Počevši od osnovnih kompleksa  $C$ ,  $S$  i  $X$  on je analizom glavnih komponenti razvrstao osnovne komplekse na detaljnije tipove. Ako je familija deo  $C$  kompleksa uljezi su svi asteroidi koji pripadaju  $S$  kompleksu:  $S$ ,  $E$ ,  $M$ ,  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $V$ ,  $D$  i  $T$ . Slično, uljezi su objekti  $C$ ,  $B$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $D$ ,  $T$ ,  $E$ ,  $M$  i  $P$  tipa, ukoliko je familija deo  $S$  kompleksa.

Bus & Binzel (2002b) su koristili podatke sa SMASS pregleda koji se bitno razlikuje u odnosu na ECAS u tome što je korišćen kontinualni spektar (videti poglavlje 3.1.2) i na taj način su podelili asteroide u 26 klasa. Svi asteroidi koji pripadaju  $S$  kompleksu su u Bus-Binzel klasifikaciji podeljeni u  $S_a$ ,  $S_k$ ,  $S_l$ ,  $S_q$ ,  $S_r$  i  $S$  klase i zato, ako je familija deo  $C$  kompleksa, svi asteroidi koji su deo  $S$  kompleksa identifikovani su kao uljezi. Pored njih, uljezi su  $V$ ,  $O$ ,  $L$ ,  $D$ ,  $T$ ,  $A$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $K$  i  $E$  klase. Slično, ako familija pripada  $S$  kompleksu, uljezi su svi asteroidi koji su deo  $C$  kompleksa i  $B$ ,  $V$ ,  $T$  i  $D$  klase. Slična ideja primenjena je i kod Bus-DeMeo klasifikacije (DeMeo et al., 2009) koji su unapredili Bus-Binzel klasifikaciju koristeći i infracrveni deo spektra. Razlika je u tome što je kod Bus-DeMeo klasifikacije eliminisano nekoliko klasa koje su prisutne u Bus-Binzel klasifikaciji ( $L_d$ ,  $S_k$ ,  $S_l$ ), dok je uvedena nova klasa  $S_v$  koja predstavlja deo  $S$  kompleksa.

### **5.1.3 KORAK 3 & 4: Izbacivanje uljeza i dobijanje konačne liste članova familije**

U trećem koraku asteroidi identifikovani kao uljezi izbacuju se iz početnog kataloga sopstvenih elemenata. Na taj način se dobija modifikovani katalog sa izbačenim uljezima na osnovu fizičkih karakteristika razmatrane familije. Do sada su se uljezi uglavnom direktno isključivali iz same liste članova familije (videti poglavlje 4.4), a ne iz kataloga sopstvenih elemenata.

U sledećem, četvrtom koraku, MHG se primenjuje ponovo ali na modifikovanom katalogu sopstvenih elemenata koji je dobijen u trećem koraku. Ovaj korak zajedno sa prethodnim predstavlja glavnu razliku u odnosu na načine izbacivanja uljeza koji su se do sada primenjivali. Značaj ova dva koraka je u smanjenju lančanog efekta koji



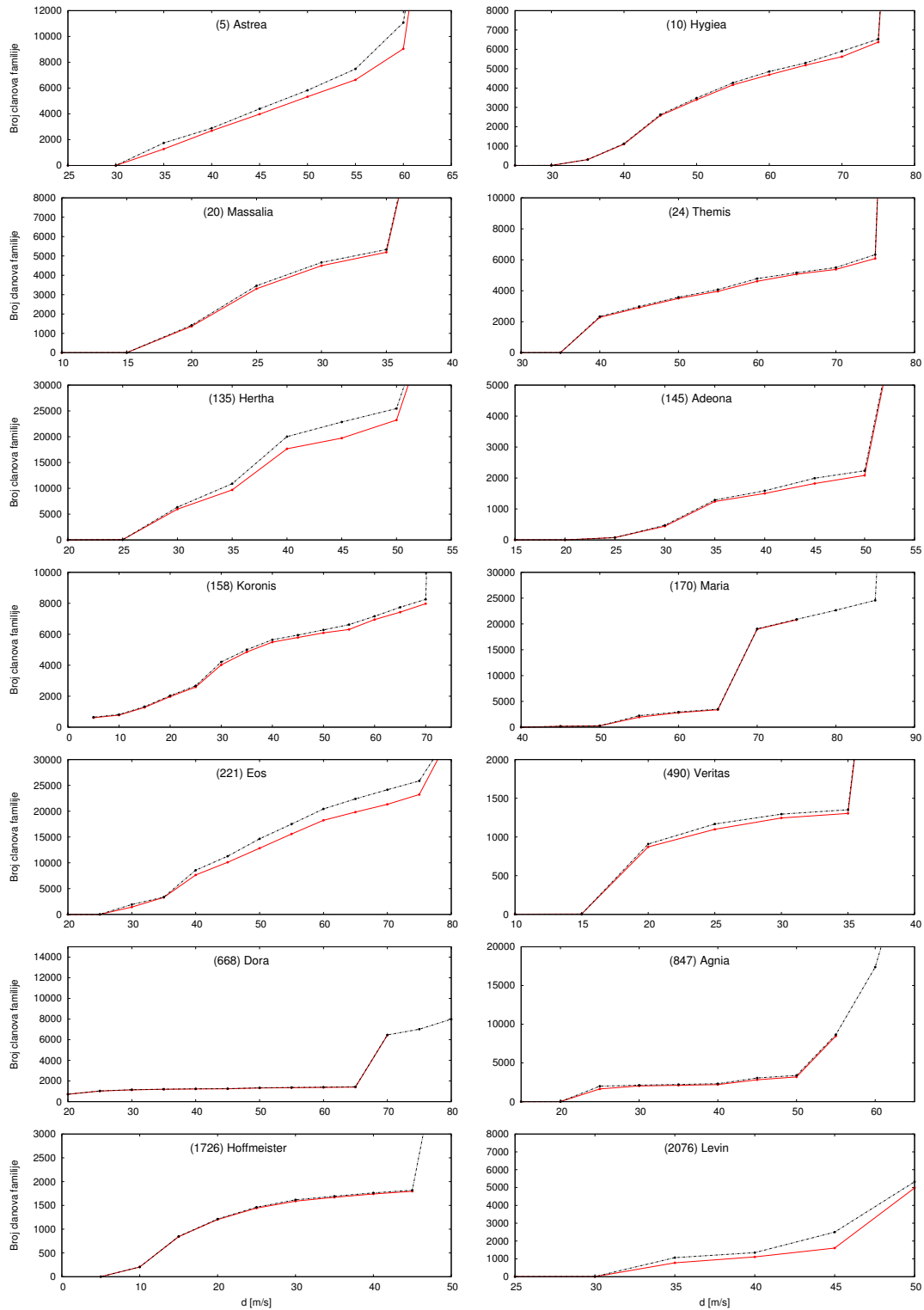
Slika 23: Primer efekta lančanog vezivanja u Klumpkea familiji. Crveni trougao označava lokaciju asteroida (340653) za koji je u drugom koraku ustanovljeno da je uljez, dok crveni krugovi reprezentuju dodatnih osam uljeza, uključenih u familiju usled efekta vezivanja preko asteroida (340653). Sive tačkice su ostali potencijalni članovi familije dobijeni u prvom koraku.

nastaje primenom metode hijerarhijskog grupisanja. Postigli smo da izbacivanjem uljeza iz početnog kataloga sprečimo pridruživanje novih objekata vezanih preko njih. Primer efikasnosti ovog pristupa pokazan je na asteroidu (340653) koji je identifikovan kao uljez u familiji Klumpkea na osnovu podataka o albedu (Slika 23). Nakon njegovog izbacivanja iz inicijalnog kataloga i ponovnom primenom MHG, dodatnih 8 objekata je izbačeno.

Članovi familije se u četvrtom koraku ponovo identifikuju na isti način kao i u prvom, ali upotrebom modifikovanog kataloga. Kao izlaz dobijaju se liste članova familije u funkciji različitih graničnih vrednosti. Granična vrednost usvojena u prvom koraku se u četvrtom koraku koristi isključivo radi poređenja dobijenih rezultata, jer je ona previše velika da bude iskorišćena kao nominalna vrednost (videti 5.1.1).

Zato se u poslednjem koraku određuje nominalno rastojanje koje najbolje opisuje veličinu familije u prostoru sopstvenih elemenata. Prvo se određuje kako se broj članova familije menja sa promenom graničnog rastojanja  $d_{cut}$  (Slika 24). Zatim je potrebno odrediti tzv. *plato* koji predstavlja interval gde su vrednosti broja članova familije na sukcesivnim rastojanjima približno konstantne. Kao pravilo, ukoliko je





Slika 24: Broj članova različitih familija u zavisnosti od graničnog rastojanja izračunat koristećenjem početnog (isprekidana linija) i modifikovanog kataloga (puna linija).

moguće detektovati takav plato, za nominalnu vrednost uzimamo onu vrednost koja se nalazi na njegovoj sredini. Međutim, u nekim slučajevima on nije jasno definisan (npr. Astrea familija na Slici 24), pa je tada potrebno izvršiti dodatnu analizu (videti 5.2.4).

## 5.2 Rezultati

U ovom potpoglavlju detaljno su prikazani rezultati dobijeni primenom algoritma razvijenog tokom rada na ovoj disertaciji na 17 velikih familija sa preko 1000 članova preuzetih iz klasifikacije koju su izvršili Milani et al. (2014). Kako izabrane familije imaju veliki broj članova, očekujemo prisustvo velikog broja uljeza. Pored njih u Prilogu A dati su rezultati za veliki broj familija koje su dostupne u okviru veb protala AFP (videti Prilog B).

Rezultati za 17 analiziranih familija prikazani su u tabelama 2, 3 i 4. Relevantan pokazatelj je procenat izbačenih uljeza, koji varira od veoma malih vrednosti ( $< 1\%$ ) do onih koje prelaze  $20\%$ . Mali procenti izbačenih uljeza karakteristični su za familije koje su dobro izolovane u odnosu na okolne asteroide, čime se minimizira mogućnost kontaminacije članova familije njima (npr. Hoffmeister familija kod koje imamo samo  $0.5\%$  odbačenih članova). Veliki procenti izbačenih uljeza sugerišu nam potencijalno prisustvo dodatne familije, kao što je slučaj kod Klumpkea familije, gde je izbačeno približno  $25\%$  inicijalno pridruženih članova. I pored prisutnih razlika, dobijeni rezultati su uglavnom u saglasnosti sa očekivanim procentom uljeza određenim u radu Migliorini et al. (1995).

Još jednom ističemo značaj koraka #4, koji predstavlja glavno unapređenje u odnosu na dosadašnje pristupe ovoj problematici. Sedma kolona u Tabeli 2 daje nam ukupan broj uljeza koji su klasifikovani na osnovu njihovih fizičkih karakteristika, dok je u osmoj koloni dat broj asteroida izbačenih kao posledica lančanog efekta. Poređenjem ove dve vrednosti uočava se da je broj izbačenih objekata usled lančanog efekta približan broju identifikovanih uljeza, kao i da je u nekim situacijama znatno veći u odnosu na njega.

Jedan od primera kod koga se može videti značaj lančanog efekta je Higia familija gde su 38 asteroida identifikovani kao uljezi na osnovu podataka o albedu i boji.

Tabela 2: Pregled rezultata dobijenih primenom algoritma za izbacivanje uljeza. Kolone su redom: (1) Naziv familije (2) Granična vrednost rastojanja ( $d_{cut}$ ), (3) Broj asteroida identifikovanih u prvom koraku (početni katalog) (# STEP1), (4) Broj identifikovanih uljeza primenom SDSS kolora (# SDSS), (5) Broj identifikovanih uljeza primenom podataka o albedu (# ALBEDO), (6) Broj identifikovanih uljeza na osnovu raspoloživih spektroskopskih podataka (# TAX.), (7) Ukupan broj identifikovanih uljeza (# STEP2), (8) Broj izbačenih objekata usled efekta lančanog vezivanja (Vezivanje), (9) Broj članova familije identifikovanih pomoću modifikovanog kataloga (# STEP 4), (10) Procenat izbačenih asteroida (%)

Familija	$d_{cut}$	# STEP1	# SDSS	# ALBEDO	# TAX.	# STEP2	Vezivanje	# STEP 4	%
(5) Astraea	55	7482	92	295	2	361	234	6887	7.9
(10) Hygiea	70	5904	24	15	3	38	86	5780	2.1
(15) Eunomia	60	11889	411	1421	12	1595	316	9978	16.1
(20) Massalia	30	4663	7	8	0	13	2	4648	0.3
(24) Themis	70	5499	20	39	0	59	31	5409	1.6
(93) Minerva	75	7015	352	845	39	1057	-	-	-
(135) Herta	45	22849	465	1138	10	1358	1363	20128	11.9
(145) Adeona	45	1994	45	21	0	62	78	1854	7.0
(158) Koronis	65	7743	28	81	1	101	38	7604	1.8
(170) Maria	60	2939	20	28	0	45	44	2850	3.0
(221) Eos	70	24155	555	1706	39	2089	757	21309	11.8
(490) Veritas	30	1295	6	7	0	13	0	1282	1.0
(668) Dora	60	1401	9	3	1	13	0	1388	0.9
(847) Agnia	45	3054	14	52	0	61	84	2909	4.7
(1040) Klumpkea	80	2794	56	435	3	452	227	2115	24.5
(1726) Hoffmeister	40	1763	6	3	1	9	0	1754	0.5
(2076) Levin	45	2500	52	30	2	83	71	2346	6.2

Nakon izbacivanja uljeza iz inicijalnog kataloga i primenom MHG na modifikovani katalog dobijamo da je dodatnih 86 članova eliminisano kao posledica vezivanja preko nekog od uljeza. Ovaj, kao i primeri za druge familije, ukazuju na značaj i opravdanost uvedenog koraka #4.

U daljem tekstu data je analiza većine familija koje se mogu videti u Tabeli 2. Familijama Klumpkea i Eunomia posvećena je posebna pažnja jer je na njima detaljno prikazan razvijeni algoritam. Klumpkea familija je izabrana zbog njene lokacije u glavnom asteroidnom prstenu. Ona se nalazi u spoljašnjem delu GAP, gde preovladavaju asteroidi  $C$  kompleksa, dok je Klumpkea deo  $S$  kompleksa. Zato se očekuje da će među njenim članovima biti prisutan veliki broj uljeza. Eunomia je velika familija u središnjem delu GAP, kod koje veliki broj identifikovanih uljeza sugeriše postojanje druge familije unutar nje. Takođe, analizirane su i druge interesatne familije gde dolazi do međusobnog preklapanja. Tokom analize familija kod kojih dolazi do problema usled preklapanja data su objašnjenja načina njegovog prevazilaženja upotrebom razvijenog algoritma. Na kraju, date su prednosti i mane uvedenog algoritma za izbacivanje uljeza.

### 5.2.1 Prikaz metode: Klumpkea familija

Asteroid (1040) Klumpkea se nalazi u spoljašnjem delu asteroidnog prstena na velikoj poluosi od  $a_p = 3.12$  AJ. Oktirven 1929. godine, prečnik mu iznosi 18 km (Jekhowsky, 1929), a brzina rotacije je na osnovu perioda promene sjaja procenjena na 59.2 h (Stephens, 2002).

Klumpkea familija je prvi put definisana u radu Milani et al. (2014), a prisutna je u familijama koje su dali Nesvorný et al. (2015) pod nazivom Tirela familija (FIN 612). Familija Tirela je dobro definisana na graničnom rastojanju od  $50 \text{ ms}^{-1}$  i svrstava se u  $S$  klasu (Nesvorný et al., 2015).

U prvom koraku algoritma, primenjujemo MHG na asteroid (1040) Klumpkea kao centralno telo<sup>19</sup>. Na rastojanju od  $90 \text{ ms}^{-1}$  dolazi do pridruživanja pozadinskih asteroida, stoga se za graničnu vrednost uzima za  $10 \text{ ms}^{-1}$  manja od nje, tj.

---

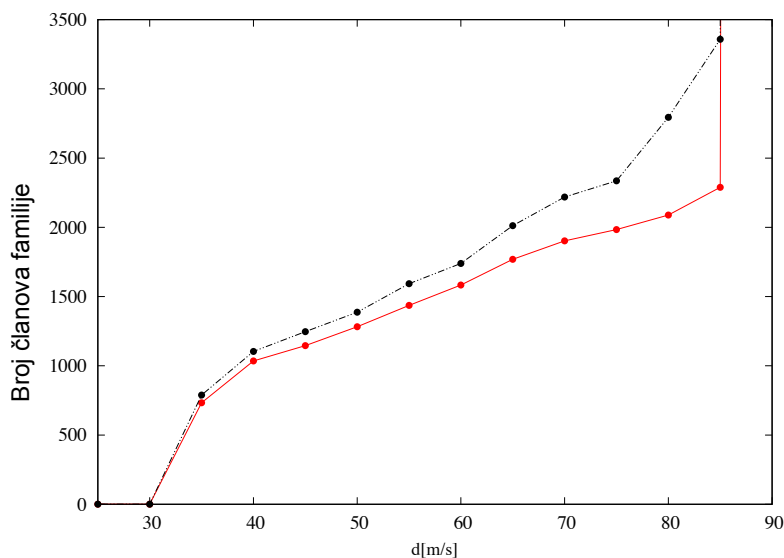
<sup>19</sup> Ovde primenjujemo MHG na izabrani centralni asteroid. U tom slučaju oblast u prostoru sopstvenih elemenata nije a priori fiksirana, već raste oko centralnog objekata zajedno sa povećanjem graničnog rastojanja.

Tabela 3: Srednje vrednosti kolora  $a^*$  i geometrijskog albeda  $p_v$  za analizirane familije. Kolone su redom: (1) Naziv familije, (2) srednja vrednost SDSS  $a^*$  kolora ( $a_m^*$ ), (3) standardna devijacija srednjeg  $a^*$  ( $\sigma_m(a^*)$ ), (4) srednji albedo ( $p_v^*$ ), (5) standardna devijacija srednjeg albeda ( $\sigma(p_v^*)$ ), (6) Taksonomski kompleks (TK)

Familija	$a_m^*$	$\sigma_m(a^*)$	$p_v^*$	$\sigma(p_v^*)$	TK
(5) Astraea	0.09	0.03	0.19	0.06	S
(10) Hygiea	-0.10	0.03	0.07	0.02	C
(15) Eunomia	0.08	0.03	0.20	0.05	S
(20) Massalia	0.07	0.04	0.24	0.09	S
(24) Themis	-0.11	0.03	0.07	0.02	C
(135) Herta	0.08	0.03	0.17	0.06	S
(145) Adeona	-0.09	0.04	0.07	0.02	C
(158) Koronis	0.09	0.03	0.23	0.07	S
(170) Maria	0.11	0.03	0.25	0.08	S
(221) Eos	0.03	0.03	0.13	0.04	S
(490) Veritas	-0.07	0.03	0.07	0.02	C
(668) Dora	-0.11	0.03	0.06	0.02	C
(847) Agnia	0.07	0.03	0.19	0.07	S
(1040) Klumpkea	0.11	0.03	0.14	0.04	S
(1726) Hoffmeister	-0.09	0.03	0.05	0.02	C
(2076) Levin	0.04	0.03	0.21	0.07	S

Tabela 4: Rezultati dobijeni primenom na početni i krajnji katalog koristeći nominalne granične vrednosti. Kolone su redom: (1) Naziv familije, (2) Nominalna granična vrednost ( $d_{nom}$ ), (3) Inicijalni broj članova familije (# Početni), (4) Finalni broj članova familije (# Krajnji), (5) Procenat izbačenih asteroida (%)

Familija	$d_{nom}$	# Početni	# Krajnji	%
(5) Astraea	45	4390	3915	10.8
(10) Hygiea	55	4272	4234	0.8
(15) Eunomia	55	10042	8128	19.1
(20) Massalia	30	4663	4648	0.3
(24) Themis	55	4076	3996	1.9
(135) Herta	35	10901	9813	10.0
(145) Adeona	45	1994	1854	7.0
(158) Koronis	40	5644	5613	0.5
(170) Maria	55	2229	2146	3.7
(221) Eos	35	3352	3272	2.4
(490) Veritas	25	1168	1156	1.0
(668) Dora	40	1243	1234	0.7
(847) Agnia	30	2125	2110	0.7
(1040) Klumpkea	60	1739	1568	9.8
(1272) Gefion	50	2541	2306	9.2
(1726) Hoffmeister	35	1692	1686	0.4
(2076) Levin	45	2500	2346	6.2



Slika 25: Broj asteroida familije Klumpkea u zavisnosti od graničnog rastojanja. Isprekidana (crna) linija predstavlja brojeve dobijene primenom MHG na početnom katalogu, dok puna (crvena) linije predstavlja rezultate dobijene primenom metode na modifikovanom katalogu.

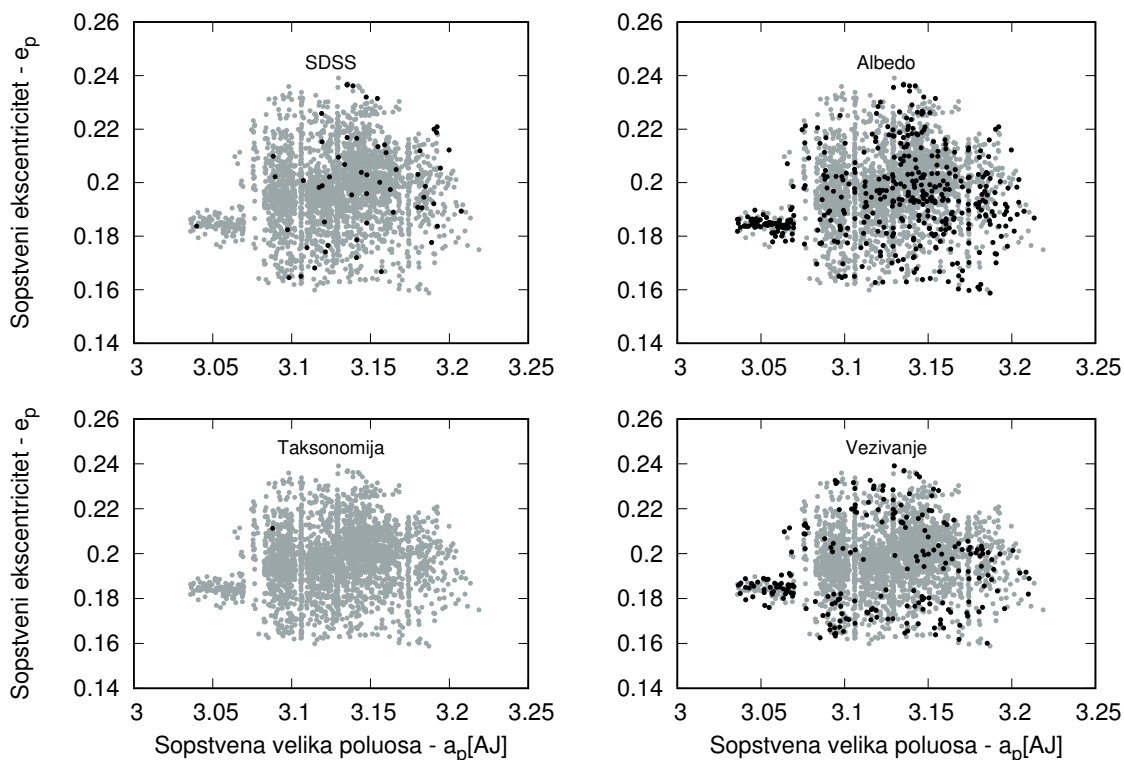
$80 \text{ ms}^{-1}$ . Na toj vrednosti graničnog rastojanja dobijamo ukupno 2 794 asteroida identifikovanih kao članovi familije (Slika 21 i 25).

Prostor koji zauzima Klumpkea familija preseca nekoliko rezonanci u srednjem kretanju sa Jupiterom (Slika 21). Analizirajući rast ove familije u prostoru sopstvenih elemenata sa promenom rastojanja  $d$ , zapažaju se trenuci kada familija prelazi preko tih rezonanci. Tako, na rastojanjima manjim od  $55 \text{ ms}^{-1}$  članovi Klumpkea familije nalaze se između  $11/5$  i  $21/10$  rezonance sa Jupiterom. Međutim, pri sledećem koraku ( $60 \text{ ms}^{-1}$ ), oni prelaze  $21/10$  rezonancu, a na rastojanju od  $80 \text{ ms}^{-1}$  prelaze i  $11/5$  rezonancu. Ovde se postavlja pitanje da li su te rezonance dinamičke granice familije ili su njeni članovi zaista prešli preko njih? Analizom Klumpkea familije primenom razvijenog algoritma u ovoj disertaciji dat je odgovor na to pitanje.

Nakon definisanja inicijalne liste potencijalnih članova familije, sledeći korak je da na osnovu raspoloživih podataka o albedu i bojama odredimo njen spektralni tip. Srednji albedo cele familije iznosi  $\bar{p}_v = 0.142 \pm 0.044$ , a srednja vrednost  $a^*$  boje je  $0.112 \pm 0.035$  (Tabela 3). Prema tome, familiju svrstavamo kao deo  $S$  kompleksa jer je srednji albedo veći od 0.14 i srednja vrednost  $a^*$  je pozitivna. Treba primetiti da je

vrednost srednjeg albeda Klumpkea familije na samoj granici intervala neodređenosti  $[0.12, 0.14]$ , što nam može sugerisati da postoje dve familije različitih tipova, ili izrazito veliki broj prisutnih uljeza. Dobijeni spektralni tip Klumpkea familije je u saglasnosti sa već određenim spektralnim tipom Tirela familije (Nesvorný et al., 2015).

Na osnovu dobijenog tipa familije, možemo da odredimo uljeze primenjujući kriterijume definisane u prvom delu ovog poglavlja. Posebno treba istaći da se Klumpkea nalazi u spoljašnjem delu asteroidnog prstena gde su asteroidi  $C$  kompleksa dominantniji. Stoga, kako je familija  $S$  tipa očekujemo veliki procenat identifikovanih uljeza.



Slika 26: Identifikovni uljezi u Klumpkea familiji u  $a_p - e_p$  ravni. Crni kružići reprezentuju potencijalne uljeze. Donji desni panel prikazuje značaj novog koraka usled velikog broja izbačenih asteroida kao posledica lančanog vezivanja.

Sa ustanovljenim tipom cele familije i nakon primene kriterijuma opisanih u koraku dva, identifikovano je 452 uljeza (Tabela 2). Na Slici 22 jasno se uočava na koji način definisane granice između  $C$  i  $S$  kompleksa prave razliku i između pravih članova i uljeza. Raspodela identifikovanih uljeza u  $a - e$  ravni može se videti na

Slici 26 . Na njoj se uočava veliki broj uljeza lociranih na  $a < 3.075$  AJ i svi objekti koji se nalaze na tim vrednostima sa velikom verovatnoćom ne pripadaju Klumpkea familiji. Tim vrednostima ( $a \approx 3.075$  AJ) odgovara položaj 11/5 rezonance, stoga ona predstavlja granicu koja verovatno razdvaja dve familije različitog tipa.

Posle identifikacije uljeza u listi početnih članova, oni se izbacuju iz kataloga sopstvenih elemenata čime se dobija modifikovani katalog na koji se sada ponovo primenjuje MHG. Na rastojanju od  $80 \text{ ms}^{-1}$ , korišćenom u prvom koraku algoritma, ustanovljeno je 2 115 asteroida kao članova familije (Slika 27). Ako uporedimo tu vrednost sa onom dobijenom u prvom koraku, vidimo da je broj za 679 manji. Od broja izbačenih asteroida 227 su posledica lančanog vezivanja, što je oko 33% od ukupnog broja uljeza. Ovde se jasno primećuje značaj uvedenog koraka koji omogućava sprečavanje lančanog vezivanja preko uljeza u familijama. Još jedan zanimljiv rezultat je da se u ravni  $a - H$  (donji desni ugao na Slici 27) uočava da je većina objekata koji se nalaze ispod V-oblika identifikovana kao uljezi.

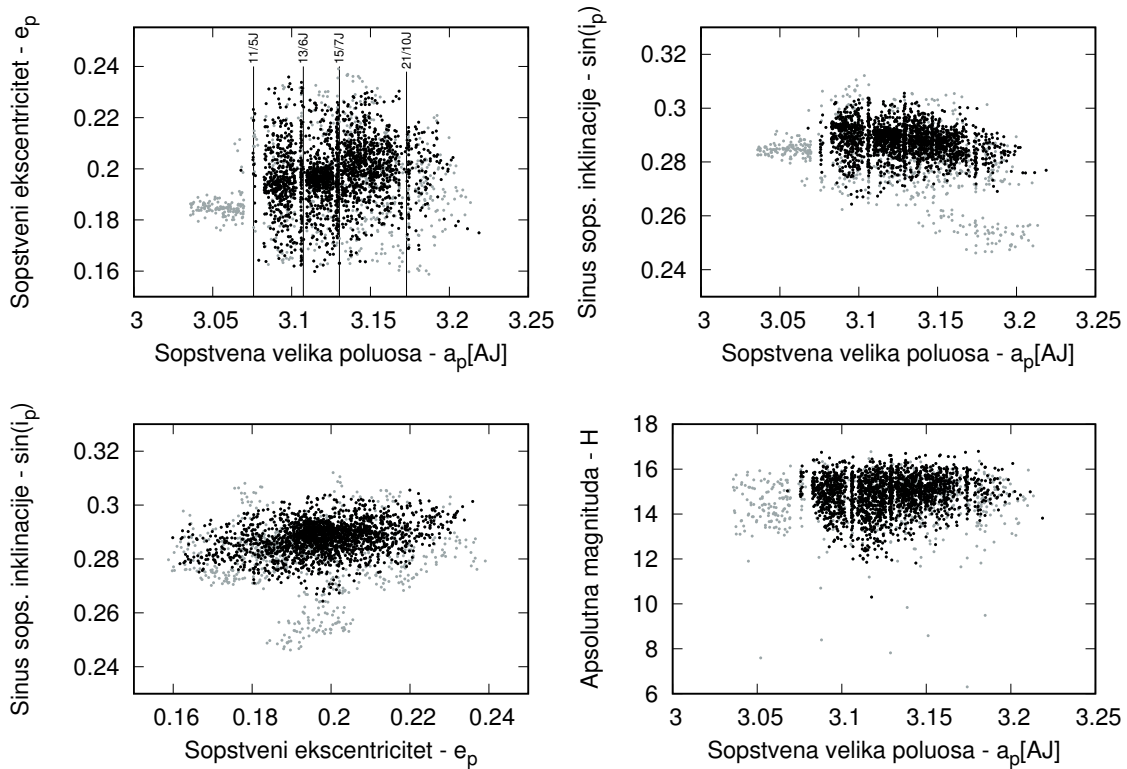
Analizirajući rast broja članova familije sa rastojanjem (Slika 25) na modifikovanom katalogu, notiramo da oni više ne prelaze 11/5 rezonancu za sve vrednosti graničnog rastojanja manjeg od  $85 \text{ ms}^{-1}$  kada dolazi do spajanja sa pozadinskim asteroidima. Ovi rezultati su konzistenti sa poslednjim urađenim klasifikacijama (Milani et al., 2014; Nesvorný et al., 2015), gde se na unutrašnjoj strani 11/5 rezonance nalazi familija  $C$  klase, (96) Aegle.

Poslednji korak je utvrđivanje nominalne granične vrednosti koja najbolje opisuje familiju. Za nju uzimamo vrednost od  $60 \text{ ms}^{-1}$ . Poređenjem vrednosti na nominalnom rastojanju sa početnim i modifikovanim katalogom vidimo da se izbacuje 9.8% asteroida, od kojih je njih 18% usled lančanog vezivanja (Tabela 4).

### 5.2.2 Prikaz metode: Eunomia familija

(15) Eunomia je najveći asteroid  $S$  tipa u Sunčevom sistemu i nalazi se u središnjem delu asteroidnog prstena ( $a = 2.644$  AJ). Na osnovu vrednosti albeda njen prečnik je procenjen na oko  $255 \pm 15$  km (Tedesco et al., 2002). Gaffey et al. (1993) su svrstali Eunomiu u  $S$  III tip koji karakterišu široke apsorpcione linije na talasnim dužinama oko  $1 \mu\text{m}$ , što odgovara prisustvu kalcijum-piroksena. Kasnije je

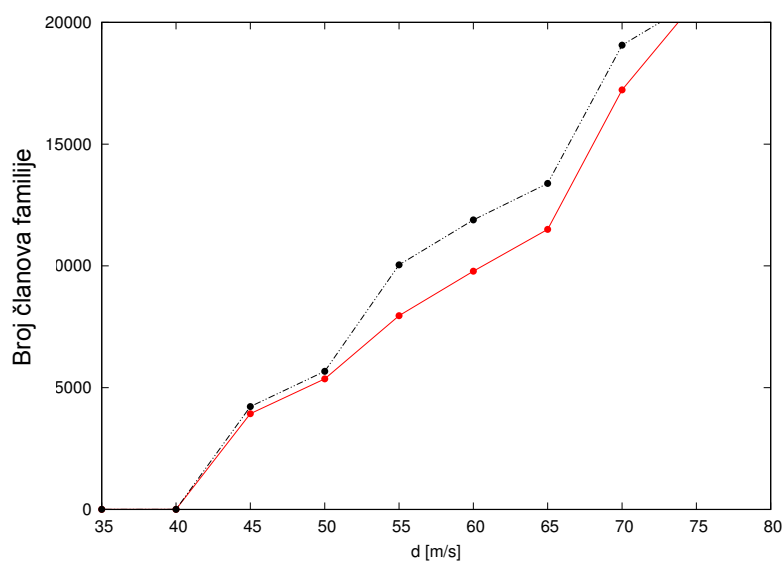




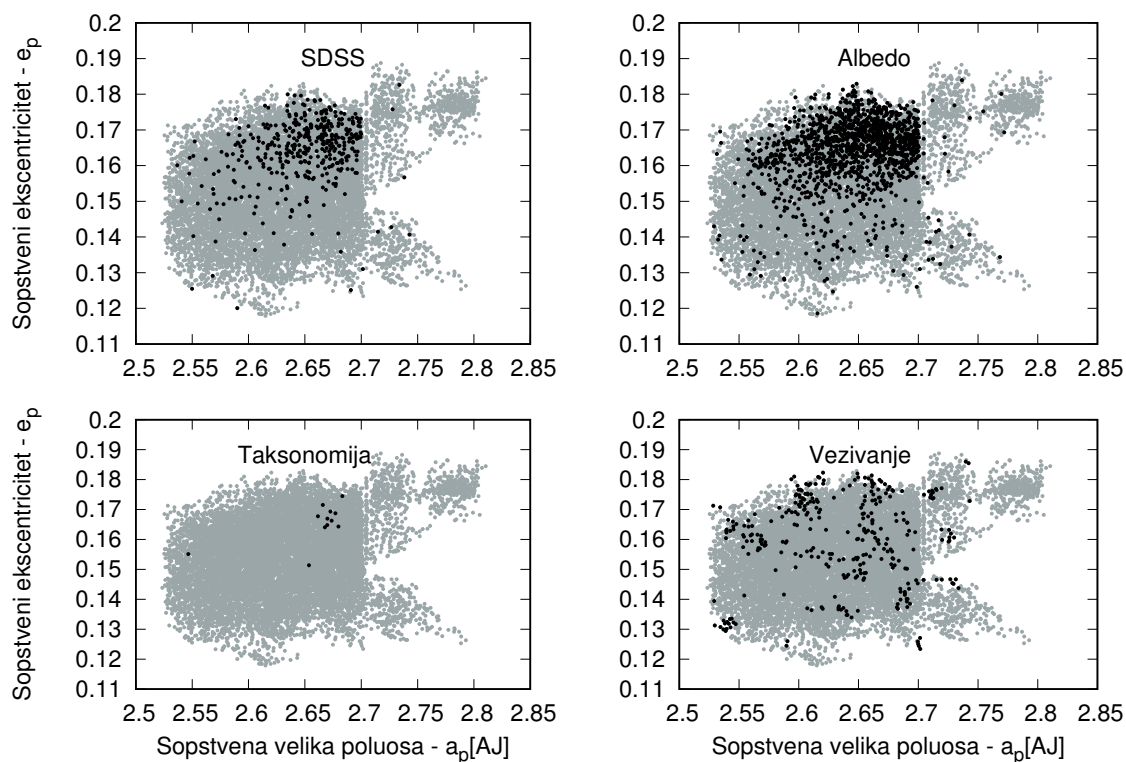
Slika 27: Poređenje između identifikovanih uljeza (sivi kružići) i konačne familije (crni kružići) u prostoru sopstvenih elemenata i apsolutne magnituda. Vertikalne linije u gornjem levom panelu markiraju položaj najvažnijih rezonanci u srednjem kretanju koje seku Klumpkea familiju.

njen sastav detaljno proučavan i ustanovljeno je da je Eunomia verovatno parcijalno diferenciran heterogeni asteroid (Nathues et al., 2005). DeMeo et al. (2009) su Eunomiu klasifikovali kao  $K$  tip koji predstavlja obodni član  $S$  kompleksa. Varijacije u sastavu ovog asteroida se zadržavaju u okviru  $S$  kompleksa, pa se na ovu familiju uspešno može primeniti razvijeni metod.

Određivanje inicijalne liste članova Eunomia familije iterativnom primenom MHG daje nam vrednost od  $d_{cut} = 60 \text{ ms}^{-1}$ , jer na rastojanju od  $70 \text{ ms}^{-1}$  imamo nešto manje od 20 000 pridruženih članova i za faktor dva veći rezultat u odnosu na vrednost na rastojanju od  $65 \text{ ms}^{-1}$  (Slika 28). Na odabranom rastojanju broj članova je 11 889. Tako definisana familija ima srednji albedo  $p_v = 0.199 \pm 0.056$  i srednju SDSS  $a^*$  boju od  $a^* = 0.084 \pm 0.030$ . a ti podaci nam sugerišu da je familija deo  $S$  kompleksa, što je u saglasnosti sa dosadašnjim saznanjima (Gaffey et al., 1993; DeMeo et al., 2009).

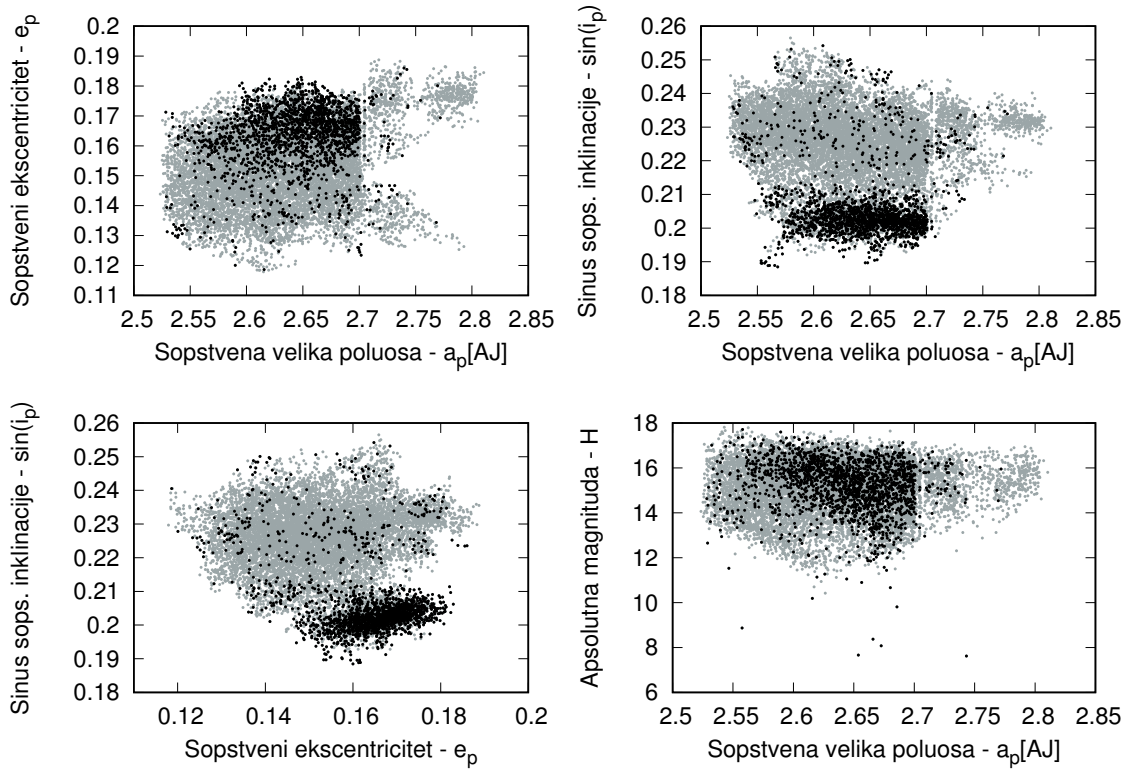


Slika 28: Broj asteroida Eunomia familije u zavisnosti od graničnog rastojanja. Isprekidana (crna) linija predstavlja brojeve dobijene primenom MHG na početnom katalogu, dok je kod pune, crvene linije metoda primenjena na modifikovanom katalogu.



Slika 29: Identifikovni uljezi u Eunomia familiji prikazani u  $a_p - e_p$  ravni. Crni kružići reprezentuju potencijalne uljeze. Donji desni panel prikazuje značaj novog koraka usled velikog broja izbačenih asteroida kao posledica lančanog vezivanja.

U preliminarnoj listi članova identifikovano je 1 595 uljeza čiji se raspored u ravni  $a_p - e_p$  može videti na Slici 29. Primenom MHG na modifikovanom katalogu i graničnom rastojanju određenom u prvom koraku dobijamo 9 978 asteroida kao članova familije, odnosno imamo oko 16 % (1 911) izbačenih članova, od kojih je 316 posledica lančanog efekta (Slika 30).



Slika 30: Poređenje između identifikovanih uljeza (crni kružići) i konačne familije (sivi kružići) u prostoru sopstvenih elemenata i apsolutne magnitude.

Za nominalnu graničnu vrednost izabrano je  $55 \text{ ms}^{-1}$ , što je jedan korak manje od srednje vrednosti na intervalu određenom rastojanjem na kome se registruje jezgro familije ( $45 \text{ ms}^{-1}$ ) i rastojanjem na kome se familija spaja sa pozadinskim asteroidima ( $75 \text{ ms}^{-1}$ ). Ovakav pristup se koristi jer plato nije jasno definisan, što se vidi na Slici 28.

Na usvojenoj nominalnoj graničnoj vrednosti dobijamo izbacivanje od oko 20% uljeza, što je u saglasnosti sa prethodnim procenama (Migliorini et al., 1995, i Tabelu 4). Moguće objašnjenje za prisustvo velikog broja uljeza je postojanje druge familije unutar Eunomie.

U prilog postojanju dodatne familije ide i raspodela uljeza u ravni sopstvenih

elemenata. Uočava se da se uljezi grupišu u jednom delu familije i to na nižim nagibima i većim eskcentricitetima (Slika 30). Pored toga, analizom V-oblika primećuje se da je on dobro definisan i da su većina objekata koji se nalaze van V-oblika identifikovana kao uljezi. Takođe, sami uljezi formiraju jasno uočljiv V-oblik koji je odsečen 8/3 rezonancom sa Jupiterom ( $a \approx 2.7$  AJ). Jasno definisan deo V-oblika koji formiraju uljezi je još jedan prilog tvrđenju o postojanju dodatne familije. Detaljnom analizom utvrđeno je da je u pitanju Adeona familija koja je  $C$  tipa, kao i da njene granice odgovaraju položajima uljeza u familiji.

Eunomia familija nam pokazuje da veliki broj prisutnih uljeza može sugerisati postojanje više preklapajućih familija. Takođe, ukoliko su familije različitih tipova, uspešno ih možemo razdvojiti, osim u specifičnim situacijama o kojima će biti reči u nastavku teksta.

### 5.2.3 Specijalni slučajevi

Pod specijalnim slučajevima se smatraju familije kod kojih dolazi do preklapanja jedne ili više familija, što je najčešće posledica velike vrednosti inicijalno korišćenog graničnog rastojanja ili bliskosti više familija u prostoru sopstvenih elemenata. Na taj način, dobijaju se grupe koje nazivamo *klanovima* (Cellino & Zappala, 1993). Kako se razvijenim algoritmom jedino razdvajaju familije  $C$  i  $S$  kompleksa, nije očekivano da se vrši razdvajanje više od dve preklapajuće familije. Naredne sekcije demonstriraju primenu i mogućnosti razvijenog algoritma u ovim specijalnim situacijama.

Takođe, prikazana je i situacija familije Eos kod koje dolazi i do neodređenosti u determinisanju dominantnog tipa familije na osnovu podataka o albedu.

#### 5.2.3.1 Minerva i Gefion familija

Asteroidi koji se nalaze u blizini Ceresa su pod jakim uticajem sekularnih rezonanci sa njim (Novaković et al., 2015; Tsirvoulis & Novaković, 2016). Usled poremećaja koji tada nastaju, identifikacija familija u ovom regionu znatno je otežana. Asteroid (93) Minerva prvo je bila smatrana delom Ceresove dinamičke familije (Zappalá et al., 1995). Kasniji radovi su registrovali ovu grupu ali kako su prestali da

smatraju da je Ceres deo nje, nazvali su je Minerva familijom. Sledeća promena naziva ove grupacije došla je sa utvrđivanjem spektralnog tipa Minerve. S obzirom da je ona *C* tipa, dok je većina članova njene familije *S* tipa, sledi da je ona uljez, usled čega dolazi do preimenovanja familije u sledeći najmanje numerisani asteroid (1272) Gefion.

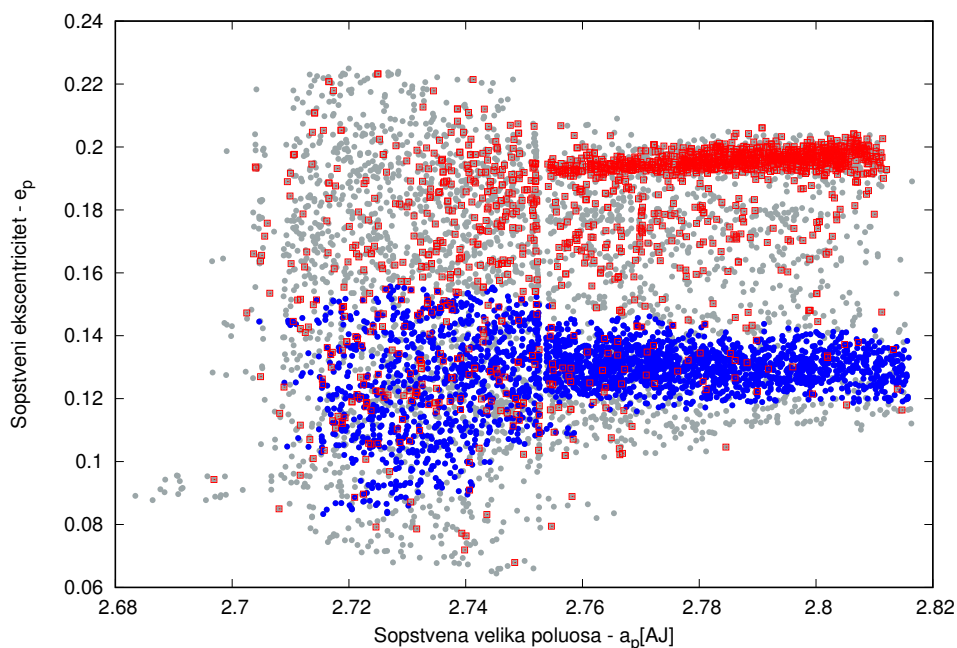
Milani et al. (2014) ovu grupaciju su nazvali Minerva familija jer su je identifikovali dinamičkim putem. Zato naša analiza počinje sa tim asteroidom kao centralnim telom. U prvom koraku, koristeći MHG na rastojanju od  $75 \text{ ms}^{-1}$  u sastav ove grupe ušlo je 7 015 članova (Slika 24). Kako se u njoj nalazi veliki broj asteroida različitog spektralnog tipa (Minerva i Gefion) u daljem nastavku ćemo celu grupu nazivati klanom (Cellino & Zappala, 1993). U drugom koraku algoritma primenjenog na Minerva klan dobijene su srednje vrednosti njene SDSS boje:  $a^* = 0.044 \pm 0.032$  i albeda:  $\overline{p}_v = 0.137 \pm 0.04$ . Upotrebom definisanih kriterijuma, na osnovu vrednosti  $a^*$  dobijamo da je klan deo *S* kompleksa. Međutim, vrednost srednjeg albeda familije upada u interval neodređenosti, stoga je nemoguće pouzdano odrediti dominantni taksonomski kompleks na osnovu njega. Kod Eos familije imali smo sličnu situaciju koja je bila posledica njenog specifičnog spektralnog tipa, dok u ovom slučaju vrednosti predstavljaju indikaciju da u Minerva klanu postoje dve familije različitih spektralnih tipova. Tu hipotezu dodatno potvrđuje prisustvo nekoliko velikih asteroida u samom klanu: (1) Ceres, (668) Dora i (1272) Gefion koji su različitih spektralnih tipova<sup>20</sup>. Treba imati u vidu da je upotrebom veće granične vrednosti došlo do priključenja Dore, pošto na manjim vrednostima ona nije prisutna u Minerva klanu.

Kako izgleda da u Minerva klanu postoje dve familije različitog spektralnog tipa, primenjuje se sledeća metodologija. Prvo se analizira ceo klan uz pretpostavku da je on deo *S* kompleksa, a zatim se ponavlja ceo postupak stavljajući da je *C* dominantni spektralni kompleks u klanu.

U prvom slučaju pronađeno je 1 497 uljeza koji nisu deo *S* kompleksa, među kojima su i asteroidi (1), (93) i (668). Od preostalih članova najniže numerisan asteroid koji nije uljez je (1272) Gefion. Nakon izbacivanja uljeza iz početnog kataloga, dobi-

---

<sup>20</sup>Po Bus-DeMeo klasifikaciji, asteroid Ceres je *C* tipa, dok je na osnovu Bus-Binzel klasifikacije Dora  $C_h$  tipa, a Gefion  $S_I$  tipa.



Slika 31: Minerva klan. Sive tačkice predstavljaju ceo Minerva klan identifikovan u prvom koraku sa (93) Minervom kao centralnim telom. Crveni kvadratići su uljezi  $C$  tipa, dok je plavim označena Gefion familija, odnosno asteroidi  $S$  tipa. U gornjem desnom uglu uočava se grupacija asteroida  $C$  tipa koja odgovara Dora familiji.

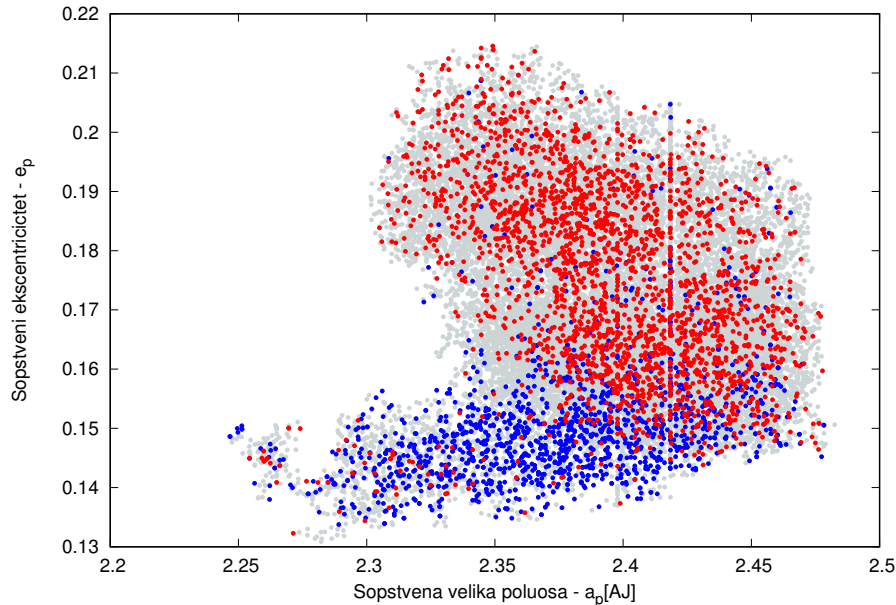
jamo modifikovani katalog u kome asteroid (93) Minerva nije prisutan. Zato, MHG primenjujemo na (1272) Gefion kao centralno telo. Upotrebom metodologije date u 5.1.3, kao nominalna vrednost odabrana je  $d_{nom} = 50 \text{ ms}^{-1}\text{s}$  i tako je definisana Gefion familija sa 2 306 članova (Tabela 4).

Za drugi slučaj smo pretpostavili da je Minerva klan deo  $C$  kompleksa i broj uljeza određenih uz ovu pretpostavku je 985, uključujući i asteroid (1272) Gefion. Primenjujući istu proceduru kao i u prvom slučaju, dobijamo grupu gde je (93) Minerva centralno telo. Koristeći nominalno rastojanje od  $65 \text{ ms}^{-1}$  dobijamo Minerva familiju sa 3 184 članova. Razlika između početnog Minerva klana i ovako definisane njene familije je 1 356 asteroida. Veliki broj identifikovanih uljeza (preko 30%) je posledica prisustva Gefion familije.

Najveća koncentracija objekata u Minerva klanu odgovara Gefion familiji (Slika 31). Pored nje, primećuje se manja grupacija asteroida  $C$  tipa na nešto većim ekscentricitetima koji pripadaju Dora familiji. Ona je pridružena ovom klanu zbog veće vrednosti usvojenog graničnog rastojanja. Ako izuzmemo Dora familiju, tamni as-

teroidi  $C$  tipa su pretežno uniformno raspoređeni. Na osnovu toga može da se zaključi da dinamička familija Minerva ne predstavlja sudarnu familiju i u njenoj blizini postoje dve familije: jedna svetla (Gefion) i jedna tamna (Dora).

### 5.2.3.2 Herta klan



Slika 32: Herta klan. Položaj asteroida  $C$  i  $S$  kompleksa u okviru Herta klana (sivi kružići). Crveni kružići su asteroidi identifikovani kao deo  $S$  kompleksa, dok su plavi deo  $C$  kompleksa.

Herta je jedna od najvećih familija koje su razmatrane u ovoj disertaciji. U drugim radovima ona se naziva i Nisa-Polana kompleks asteroida. Taj kompleks je prvi put kao izolovanu familiju uveo Brouwer (1951), ali kasnije je pokazano da su u pitanju dve ili više familija koje se međusobno preklapaju (Cellino et al., 2001; Walsh et al., 2013; Dykhuis & Greenberg, 2015). Kako je poznato da se u ovoj grupi nalazi više različitih familija nju ćemo nazivati Herta klanom, kao i kod Minerve.

Primenjujući razvijeni algoritam na ovaj klan, u prvom koraku se na graničnom rastojanju od  $45 \text{ ms}^{-1}$  identifikuje 22 851 asteroida koji su njegovi pripadnici (Slika 32). Podaci o srednjoj vrednosti kolora i albeda ne navode na izvođenje zaključka da je u pitanju više taksonomski različitih familija. Herta klan, po albedu i boji pripada  $S$  kompleksu (Tabela 3). Ipak, pošto očekujemo da Herta klan obuhvata više familija

i to različitog spektralnog tipa, primenićemo istu metodologiju kao i kod Minerva klana.

Prvo smo pretpostavili da je ceo klan  $S$  tipa, a zatim da je  $C$  tipa. Primenom razvijenog algoritma identifikovani su uljezi u oba slučaja. U Herta klanu na osnovu raspoloživih podataka o albedima i boji imamo 1 603 asteroida koji su deo  $C$  kompleksa, dok je čak 2 537 deo  $S$  kompleksa. Veliki procenat prisutnih asteroida  $S$  kompleksa u odnosu na asteroide  $C$  kompleksa, objašnjava zašto su dobijene srednje vrednosti albeda i boja (Tabela 3) karakteristične za  $S$  kompleks. Među, asteroidima koji su deo  $C$  kompleksa je asteroid (142) Polana, dok kod onih koji su  $S$  tipa imamo asteroide: (20) Masaliu, (44) Nisu i (135) Hertu. Na Slici 32 vide se dve jasno odvojene grupacije koje odgovaraju bar dvema po spektralnog tipu različitim sudarnim familijama.

Eliminacijom asteroida  $C$  tipa iz inicijalnog kataloga sopstvenih elemenata, dobijamo modifikovani katalog na koji primenjujemo metodu hijerarhijskog grupisanja sa Hertom kao centralnim telom. Na nominalnom rastojanju od  $35 \text{ ms}^{-1}$ , identifikovano je 9 815 asteroida, među kojima je (135) Herta najniže numerisan. Tako smo eliminacijom uljeza  $C$  kompleksa dobili Herta familiju. Asteroid (44) Nysa se pridružuje familiji na rastojanju od  $45 \text{ ms}^{-1}$ . Cellino et al. (2001) Herta familiju su nazvali (878) Mildred jer su asteroid (135) identifikovali kao uljez na osnovu razlike u spektru između njega i ostatka familije. Dykhuis & Greenberg (2015) su ovu familiju podelili na dve pod-familije Herta1 i Herta2, međutim pomoću razvijenog algoritma nije moguće dobiti te dve pod-familije.

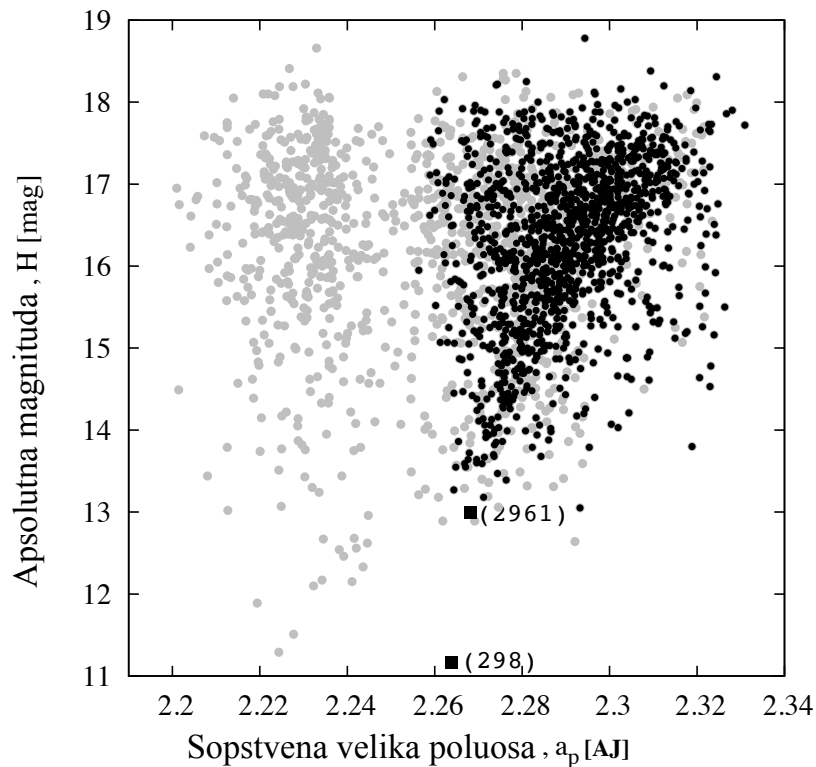
Da bismo dobili tamnu familiju  $C$  tipa, izbačeni su uljezi koji pripadaju  $S$  kompleksu (2 537 asteroida) iz početnog kataloga, a samim tim i asteroidi (135) Herta i (44) Nisa. Stoga, MHG primenjujemo koristeći modifikovani katalog ali na (142) Polanu kao centralni objekat jer je ona najmanje numerisani asteroid koji se nalazi u početnoj listi potencijalnih članova Herta klana. Kao rezultat izvršavanja MHG na nominalnom rastojanju od  $45 \text{ ms}^{-1}$  dobija se Polana familija sa 11 522 članova. Ova familija je znatno kompleksnija i potencijalno sadrži više sudarnih familija. Walsh et al. (2013) su ovu familiju nazvali Eulalia, dok su Dykhuis & Greenberg (2015) identifikovali čak tri različite grupacije u okviru Polana familije.



Raspored  $C$  i  $S$  uljeza u Herta klanu dat je na Slici 32. Oni su raspoređeni u dve odvojene grupe što sugeriše postojanje najmanje dve sudarne familije različitog spektralnog tipa. Uljezi  $C$  kompleksa nalaze se na nižim ekscentricitetima, dok se oni koji su deo  $S$  kompleksa nalaze na nešto većim vrednostima. Identifikovani uljezi u Herta klanu su u suštini članovi tih sudarnih familija.

Primenom razvijenog algoritma uspeli smo da razdvojimo dve familije iz Herta klana: Polanu i Hertu. Dalje razdvajanje ovih familija na sub-familije zahteva detaljniju analizu i drugačiju metodologiju od one koja je ovde korišćena.

### 5.2.3.3 Levin familija



Slika 33: V-oblik kod familija Baptistina (sivi kružići) i Levin (crni kružići). Izgled i međusobni položaj ovih oblika ukazuju na potencijalno zajedničko poreklo ove dve familije. Asteroid (2961) Katsurahama je najveći asteroid u Levin familiji.

Familiju Levin su prvi put predložili Milani et al. (2014). Ona se nalazi u unutrašnjem delu asteroidnog prstena, gde složena dinamika i velika gustina asteroida otežavaju pouzdanu identifikaciju familija. Pored toga, u ovom regionu GAP dolazi do čestog preklapanja familija u prostoru sopstvenih elemenata.

U prvom koraku algoritma, primenjuje se MHG na asteroid Levin kao centralno telo. Na graničnom rastojanju od  $55 \text{ ms}^{-1}$  (Slika 24) Levin familija se spaja sa pozadinskim asteroidima, pa prema opisanom kriterijumu, kao inicijalno granično rastojanje uzeta je vrednost od  $45 \text{ ms}^{-1}$ . Levin familiji se na početnom graničnom rastojanju pridružuje (298) Baptistina familija.

Zanimljivo je obratiti pažnju na dosadašnje klasifikacije familija u ovom regionu. Milani et al. (2014) su dinamički identifikovali i razdvojili Levin i Baptistina familije. U klasifikaciji koju su predložili Nesvorný et al. (2015), Baptistina familija (FIN403) definisana je na graničnom rastojanju od  $d_{cut} = 45 \text{ ms}^{-1}$  i lista njenih članova se poklapa sa listom članova Levin familije koja je dobijena u prvom koraku primene razvijenog algoritma. Takođe, na sličan način je Baptistina familija definisana u radu Masiero et al. (2012). Očito je da dosadašnja saznanja pokazuju neslaganje oko toga da li ove dve familije čine jednu ili dve odvojene grupacije, stoga će biti interesatno proučiti na koji način izbacivanje uljeza utiče na celu situaciju.

Srednji albedo i SDSS boje ukazuju da je Levin familija deo  $S$  kompleksa ( $\bar{p}_v = 0.21 \pm 0.07, a^* = 0.04 \pm 0.03$ ). Nakon izbacivanja identifikovanih uljeza iz inicijalnog kataloga i ponovne analize MHG na modifikovanom katalogu imamo 6.2% manje asteroida u odnosu na broj članova u prvom koraku algoritma. Izbacivanje uljeza nam nije rezultiralo razdvajanjem pomenute dve familije, što može biti objašnjeno time da one pripadaju istoj sudarnoj familiji.

Na Slici 33 dat je uporedni prikaz V-oblika Levin i Baptistina familija koji nam sugerise da obe pripadaju jednoj familiji. Interesantno je primetiti da je deo V-oblika vidljiv i na levoj strani (Slika 33) za apsolutne magnitude iznad 15.5, što je u saglasnosti sa rezultatima koje su dobili Milić Žitnik & Novaković (2016), po kojima bi većina objekata sa tim magnitudama trebalo da pređe  $7/2$  rezonancu u srednjem kretanju sa Jupiterom.

Iako postoje indicije o zajedničkom poreklu ovih familija, problem je da se objasni njihova raspodela u prostoru sopstvenih elemenata (Milani et al., 2014). Isti bi mogao da bude izbegnut upotrebom nešto većeg graničnog rastojanja. Međutim, za sada pitanje o poreklu familija Levin i Baptistina ostaje otvoreno i ne uspeva da bude rešeno nakon izbacivanja uljeza.

#### 5.2.3.4 Eos familija

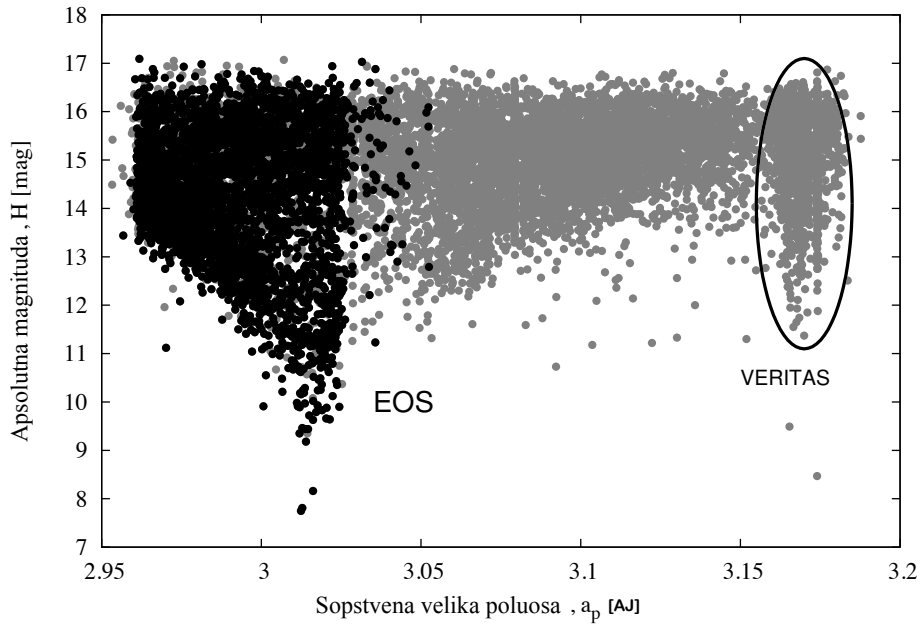
Eos familija je jedna od najduže poznatih familija u spoljašnjem delu glavnog asteroidnog prstena i pripada Hirajaminim familijama (Hirayama, 1918). Nećemo ulaziti u detaljnije predstavljanje njenih karakteristika, nego ćemo samo istaći osnovne osobine ove interesantne familije radi boljeg razumevanja rezultata koji se dobijaju primenom algoritma za izbacivanje uljeza.

Eos familija ima izrazito kompleksnu strukturu u ravni sopstvenih elemenata što je posledica njene dinamike. Veliki uticaj na njenu dinamiku ima efekat Jarkovskog (Vokrouhlický et al., 2006a) usled koga dolazi do ulaska velikog broja članova familije u rezonance koje je okružuju. Starost Eos familije procenjena je na oko 1.3 milijarde godina upotrebom metode bazirane na efektu Jarkovskog. U prostoru sopstvenih elemenata jedan deo ove familije odsečen je sa  $7/3$  rezonancom sa Jupiterom (Slika 34) i postoji mogućnost da su neki njeni članovi prešli tu rezonancu (Tsirvoulis et al., 2017), ali zbog njene jačine nije ih moguće detektovati jer je potrebno upotrebiti veliku graničnu vrednost. Upravo velika granična vrednost dovodi i do pridruživanja susedne Veritas familije, o čemu će biti reči kasnije.

Pored složene dinamike, Eos familiju karakteriše i specifičan sastav. U njoj je prisutan veliki broj različitih taksonomskih klasa (Mothé-Diniz et al., 2008). To dovodi do zaključka da su njeni članovi potomci heterogenog, delimično diferenciranog roditeljskog tela (Mothé-Diniz & Carvano, 2005). Cela familija je svrstana u spektralni tip  $K$ . Bell et al. (1988) su prvi definisali  $K$  spektralni tip uočivši da on ima karakteristike objekata  $C$  kompleksa u blisko infracrvenom delu spektra (ravnijsi spektar) i karakteristike  $S$  kompleksa u vidljivom delu spektra (jake apsorpcione linije silikata na  $0.9 - 1.0\mu m$ ). Bus & Binzel (2002b) su  $K$  klasu definisali kao obodnu klasu  $S$  kompleksa. Spektar asteroida  $K$  tipa je sličan ugljeničnim hondritima i to CV, CO i CK hondritima (Clark et al., 2009)

I pored specifičnosti spektralnog sastava Eos familije, ona je i drugačija od okolnih asteroida, pa se uljezi mogu identifikovati na osnovu razlike u bojama, spektru i albedu (u okolini dominiraju tamni asteroidi  $C$  kompleksa).

Primenom razvijene metode dobijamo da je srednji albedo identifikovanih članova



Slika 34: Članovi Eos familije u  $a_p - H$  ravni. Crni kružići predstavljaju familiju identifikovanu na rastojanju od  $35 \text{ m s}^{-1}$ , dok se sivi priključuju familiji na  $40 \text{ m s}^{-1}$ . Zaokruženi deo na grafiku su priključeni članovi Veritas familije

familije  $p_v = 0.13 \pm 0.04$  (manja vrednost srednjeg albeda može da bude i posledica prisustva Veritas familije). On upada u interval albeda za koji ne možemo jasno definisati da li je familija deo  $C$  ili  $S$  kompleksa. Zato je potrebno predefinisati interval poverenja za njen albedo. Eos familija je deo  $K$  tipa, čiji je srednji albedo  $0.14 \pm 0.04$  (DeMeo & Carry, 2013). Međutim, kako ona sadrži veliki broj asteroida  $S$  kompleksa, koristi se nešto širi interval poverenja koji obuhvata  $K$  tip i  $S$  kompleks -  $[0.1, 0.25]$ .

Na osnovu SDSS boja Eos familija pripada  $S$  kompleksu, međutim treba napomenuti da se  $a_m^*$  nalazi na samoj granici između  $C$  i  $S$  tipa.

Nakon izbacivanja uljeza iz inicijalnog kataloga i ponovne reidentifikacije familije na nominalnom rastojanju (Tabela 4) imamo oko 2.4% manje pridruženih asteroida. Znatno viši procenat uljeza je prisutan na većem rastojanju usled priključivanja susedne, Veritas familije. Eos i Veritas familija se spajaju na rastojanju od  $40 \text{ m s}^{-1}$ , tako da bi optimalno rastojanje za dobro definisanje familije moralo da bude manje od njega (Slika 24). Međutim, na  $35 \text{ m s}^{-1}$  skoro polovina Eos familije je odsečena (videti Sliku 34). Prevazilaženje ovog problema bi bilo omogućeno uvođenjem

veštačke granice između ove dve familije, odnosno definisanje granice ( $e, a, \sin(i)$ ) van koje MHG neće vršiti pripajanje novih članova familiji.

#### 5.2.4 Ostale familije

U ovoj sekciji data je kratka diskusija rezultata koji su dobijeni primenom razvijenog algoritma na ostale familije (vidi Tabelu 2). Posebna pažnja data je familijama kod kojih je bila potrebna modifikacija usvojenih kriterijuma (posebno oko određivanja nominalnog graničnog rastojanja).

##### 5.2.4.1 Adeona familija

U prvom koraku algoritma, primenom MHG dobijamo zavisnost broja potencijalnih članova Adeona familije i korišćenog graničnog rastojanja. Na Slici 24 vidimo da broj članova Adeona familije sporo raste počevši od rastojanja  $35 \text{ ms}^{-1}$  do  $50 \text{ ms}^{-1}$ . Nepostojanje jasno uočljivog platoa kod ove familije posledica je bliskih prilaska velikim asteroidima koji su značajno uticali na dinamičku evoluciju Adeona familije (Carruba et al., 2003).

Na rastojanju od  $55 \text{ ms}^{-1}$  broj članova Adeona familije se znatno povećava usled njenog spajanja sa Eunomia familijom, o čemu je i bilo reči u poglavlju posvećenom toj familiji (videti 5.2.2). Pored stapanja sa Eunomiom, ona prelazi na spoljašnju stranu 8/3 rezonance u srednjem kretanju sa Jupiterom koja se nalazi na  $a = 2.705 \text{ AJ}$ . Analizom Adeona familije Milani et al. (2017) su pokazali da je bar polovina članova Adeona familije prešlo 8/3 rezonancu. Međutim, kako se na većem rastojanju ona spaja sa Eunomiom, prinuđeni smo da usvojimo manju vrednost rastojanja kao graničnu iako su u tom slučaju potencijalni članovi na  $a > 2.705 \text{ AJ}$  izgubljeni. Pored toga i na nižim velikim poluosama ( $\approx 2.6 \text{ AJ}$ ) se zapaža pad koncentracije asteroida zbog dejstva tri rezonance u srednjem kretanju sa Jupiterom i Saturnom (Milani et al., 2017).

Iz opisanih razloga u prethodnom paragrafu, prvo manje rastojanje od onoga na kom se Adeona spaja sa Eunomiom koristi se i kao rastojanje u prvom koraku algoritma, ali i kao nominalno granično rastojanje.

Na nominalnom rastojanju identifikovano je 1994 članova upotrebom početnog

kataloga sopstvenih elemenata. Srednje vrednosti geometrijskog albeda i SDSS boja nam nedvosmisleno ukazuju da je Adeona tamna familija koja pripada  $C$  kompleksu (Tabela 3). Nakon izbacivanja uljeza iz inicijalnog kataloga sopstvenih elemenata i reidentifikacijom familije koristeći modifikovani katalog, dobijamo 1854 njenih članova. Na taj način imamo 7% identifikovanih uljeza, od kojih je čak 55% izbačeno zbog lančanog efekta.

#### 5.2.4.2 Masalia familija

Kao i kod Adeone, i kod Masalije zapaža se postepen rast broja članova familije sa malim promenama rastojanja sve do rastojanja od  $40 \text{ m s}^{-1}$ , nakon koga se familija spaja sa pozadinskim asteroidima (Slika 24). Iz tog razloga se nominalna granična vrednost nalazi na rastojanjima između  $20$  i  $35 \text{ m s}^{-1}$ . Za nominalnu vrednost koja definiše Masalia familiju uzimamo  $30 \text{ m s}^{-1}$ , iz razloga dobre definisanosti V-oblika na tom rastojanju. Ukupan broj uljeza identifikovanih kod Masalija familije je jako mali (0.3%), što je u saglasnosti sa očekivanim brojem uljeza (Migliorini et al., 1995).

### 5.3 Diskusija

Ravijeni algoritam detaljno izložen u ovom poglavlju, kombinuje fizičke karakteristike asteroida (albedo, kolore i spektroskopske podatke) zajedno sa MHG radi sticanja što pouzdanije liste članova familije. Dobijeni rezultati ukazuju na veliku mogućnost njegove primene kao i neke značajne prednosti u poređenju sa dosadašnjim pristupima za rešenje problema identifikacije i eliminacije uljeza u familijama asteroida.

Dva najvažnija unapređenja su:

- Redukovanje lančanog efekta.
- Razvoj interaktivnog web portala AFP (pogledati Prilog B za detaljni pregled implementacije i mogućnosti AFP portala).

Uvedeni su strogi kriterijumi za identifikaciju uljeza na osnovu njihovog albeda i SDSS boja. Procenat izbačenih uljeza u dobroj je saglasnosti sa predviđanjima

Tabela 5: Procenat izbačenih uljeza na osnovu efekta lančanog vezivanja. Kolone su: (1) Naziv familije; (2) Broj članova familije nakon izbacivanja uljeza (# Fin); (3) Broj identifikovanih uljeza (# Int); (4) Broj uljeza izbačenih zbog lančanog vezivanja (Vezivanje); (5) Procenat udela vezivanja u ukupnom broju uljeza (%).

Familija	# Fin	# Int	Vezivanje	%
(5) Astraea	6887	595	234	39.3
(10) Hygiea	5780	124	86	69.4
(15) Eunomia	9978	1911	316	16.5
(20) Massalia	4648	15	2	13.3
(24) Themis	5409	90	31	34.4
(135) Herta	20128	2721	1363	50.1
(145) Adeona	1854	140	78	55.7
(158) Koronis	7604	139	38	27.3
(170) Maria	2850	89	44	49.4
(221) Eos	21309	2846	757	26.6
(490) Veritas	1282	13	0	0
(668) Dora	1388	13	0	0
(847) Agnia	2909	145	84	57.9
(1040) Klumpkea	2115	679	227	33.4
(1726) Hoffmeister	1754	9	0	0
(2076) Levin	2346	154	71	46.1

datim u radu Migliorini et al. (1995). Rezultati dobijeni primenom razvijenog algoritma pokazuju da je procenat uljeza izbačenih usled lančanog efekta izrazito veliki. U Tabeli 5 vidimo da za skoro sve razmatrane familije on prelazi preko 10% u odnosu na ukupan broj uljeza. U nekim slučajevima je veći i od 50%, odnosno imamo više izbačenih asteroida zbog lančanog efekta nego identifikovanih uljeza na osnovu dostupnih podataka o fizičkim karakteristikama asteroida. Ti podaci nam nedvosmisleno ukazuju na značaj primene ovog algoritma u cilju što pouzdanijeg određivanja liste članova familije.

Mali broj izbačenih uljeza očekivan je kod izolovanih familija. jer je kod njih minimizovana mogućnost pridruživanja pozadinskih asteroida. Takva situacija je npr. prisutna kod Hofmajster i Veritas familija. Izrazito veliki procenat uljeza nam sugeriše mogućnost preklapanja više familija.

Algoritam se može uspešno iskoristiti za razdvajanje familija različitih tipova (Herta i Minerva), kao i za odbacivanje uključenih familija drugog tipa (npr. kod Klumpkea i Eunomie). U nekim slučajevima to zahteva drugačiji pristup, jer je

neophodno manuelno menjati tip familije da bismo postigli razdvajanje preklopljenih familija.

I pored činjenice da se algoritam u većini slučajeva može uspešno primeniti, postoje i neka ograničenja. Kao ključno ograničenje predstavlja kvalitet i obim samih podataka koji se koriste za dobijanje liste uljeza. Pored toga, pošto možemo pouzdano razdvojiti asteroide koji pripadaju  $C$  od onih koji pripadaju  $S$  kompleksu, javlja se problem razdvajanja familija koje se preklapaju a pripadaju istom spektralnom tipu. Takođe, kod familija, kao što je npr. Eos familija, koje imaju karakteristike negde između  $C$  i  $S$  kompleksa, pouzdanost u određivanju uljeza je nešto niža.

Osim navedenih ograničenja, postoji i problem u definisanju nominalnog graničnog rastojanja, mada on nije direktno povezan sa predstavljanim algoritmom za izbacivanje uljeza, već je generalno povezan sa problemom definisanja familija. Pomenuti problem ogleda se u nemogućnosti jasnog određivanja platoa (videti Sliku 24), što zahteva subjektivnu procenu optimalne nominalne vrednosti.

Mogućnosti za unapređenje algoritma i prevazilaženje pomenutih problema date su u poglavlju 7.



## 6 Granice primene metode integracije unazad

U prethodnom poglavlju izloženi su najznačajniji rezultati ove disertacije vezani za unapređenje identifikacije članova familija asteroida upotrebom raspoloživih spektroskopskih i fotometrijskih podataka.

Pored toga, u poglavlju 4 pokazano je da postoje i mnogi drugi značajni aspekti vezani za proučavanje familija asteroida, kao što su njihova starost, nastanak, dinamička evolucija i fizičke karakteristike. Zbog toga se u ovom poglavlju posvećujemo problemu procene starosti familija i u tu svrhu biće analizirane karakteristike i ograničenja metode za integraciju unazad koja se koristi isključivo kod mladih familija.

### 6.1 Metoda integracije unazad

Metoda integracije unazad (MIU) jedna je od najtačnijih metoda za određivanje starosti familija asteroida (videti poglavlje 4.3). Za razliku od metoda baziranih na efektu Jarkovskog koje se primenjuju kod starijih familija, MIU se može primeniti samo na mlade familije.

U trenutku nastanka familije prilikom sudara dva asteroida dolazi do formiranja velikog broja fragmenata, koji se tada nalaze na međusobno veoma bliskim heliocentričnim orbitama. To znači da imaju približno iste vrednosti kako orbitalnih uglova (longituda uzlaznog čvora  $\Omega$ , longituda perihela  $\varpi$  i srednja longituda  $\lambda$ ), tako i ostalih orbitalnih parametara ( $a, e, i$ ). Kao posledica dinamičke evolucije fragmenti bivaju vremenom raspršeni duž orbite, a nakon dužeg vremenskog intervala i njihove orbite počinju da se značajnije međusobno razlikuju. Zbog toga, grupisanje srednje longituda nije moguće detektovati kod familija starijih od nekoliko desetina hiljada godina, usled brze disperzije članova duž putanje. Disperzija sekularnih uglova ( $\Omega$  i  $\varpi$ ) sporija je u odnosu na disperziju  $\lambda$ , pa se njihovo grupisanje može uočiti do  $\approx 1$  milion godina nakon formiranja familije (Nesvorný et al., 2015).

Metoda integracije unazad zasniva se na ideji da se numeričkim integraljenjem orbita članova familije unazad u vremenu može dobiti grupisanje sekularnih uglova. Kao što je rečeno, to grupisanje se očekuje u trenutku formiranja familije, pa nam

vreme kada su sekularni uglovi na najmanjem rastojanju daju ujedno i procenu starosti familije.

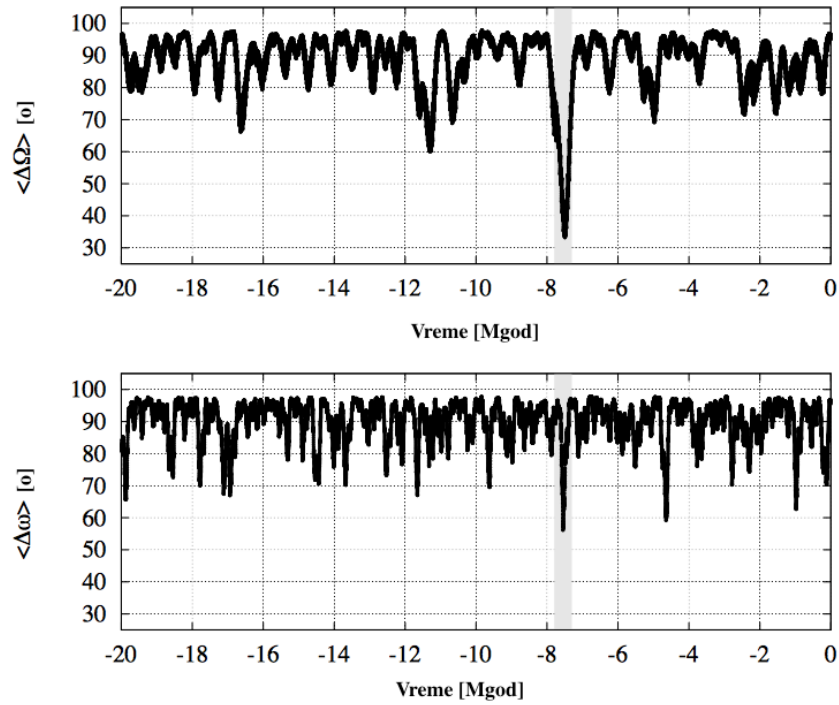
Nesvorný et al. (2002) su prvi primenili MIU za određivanje starosti na Karin familiju i procenili su njenu starost na  $5.8 \pm 0.2$  miliona godina. Ipak, Nesvorný et al. (2002) u svojoj analizi starosti Karin familije nisu uključili uticaj efekta Jarkovskog, koji dovodi do promene velike poluose usled čega dolazi do različitih brzina promene sekularnih uglova. Nesvorný & Bottke (2004) su u svojim integracijama imali uključenu brzinu promene velike poluose usled efekta Jarkovskog i na taj način su dobili tačniju procenu starosti Karin familije od  $5.75 \pm 0.05$  miliona godina. Kasnije je sličnim pristupom procenjena i starost Veritas familije ( $8.3 \pm 0.5$  miliona godina; Nesvorný et al., 2003; Tsiganis et al., 2007; Carruba et al., 2017).

Metoda integracije unazad uspešno je primenjena i na izrazito mlade familije ( $T_{god} < 1$  milion godina): (14627) *Emilkowalski*, (16598) 1992 *YC2*, (21509) *Lucascavin* (Nesvorný & Vokrouhlický, 2006), (2384) *Schulhof* (Vokrouhlický & Nesvorný, 2011), (1270) *Datura* (Nesvorný et al., 2006; Vokrouhlický et al., 2009, 2017), (18777) *Hobson* (Rosaev & Plávalová, 2017). Prikaz ostalih familija čija je starost određena primenom MIU je dat u Tabeli 6.

Tabela 6: Starosti familija određenih primenom MIU. Starosti su date u milionima godina [Mgod]. U tabeli su prikazani podaci za familije starije od 1 Mgod, osim familije Hobson koja je tu kao primer veoma mladih familija. Uglovi  $\Omega_m, \varpi_m$  su dubine minimuma razlika sekularnih uglova  $\Omega$  i  $\varpi$ . Nepoznate vrednosti su označene sa  $-$ .

Familija	$T_{god}$ [Mgod]	$\Omega_m$ [°]	$\varpi_m$ [°]	Referenca
(18777) Hobson	$0.365 \pm 67$	$\approx 1^\circ$	$\approx 1^\circ$	Rosaev & Plávalová (2017)
P/2012 F5 (Gibbs)	$1.5 \pm 0.1$	$\approx 7^\circ$	$\approx 7^\circ$	Novaković et al. (2014)
(5438) Lorre	$1.9 \pm 0.3$	$14^\circ$	$24^\circ$	Novaković et al. (2012b)
(832) Karin	$5.75 \pm 0.05$	$\approx 35^\circ$	$\approx 35^\circ$	Nesvorný & Bottke (2004)
(778) Theobalda	$6.9 \pm 2.3$	$31^\circ$	$58^\circ$	Novaković (2010)
P/2006 VW <sub>139</sub>	$7.5 \pm 0.3$	$32^\circ$	$55^\circ$	Novaković et al. (2012a)
(490) Veritas	$8.3 \pm 0.5$	$31^\circ$	-	Nesvorný et al. (2003)
(656) Beagle	$\leq 10$	-	-	Nesvorný et al. (2008)

Zbog uspešne primene MIU na mlade familije, zanimljivo je odrediti kako grupisanje sekularnih uglova zavisi od starosti same familije. U tu svrhu se određuju minimumi srednje vrednosti razlika sekularnih uglova  $\Omega_m$  i  $\varpi_m$ . Kao primer, na Slici 35



Slika 35: Srednje razlike longitude uzlaznog čvora  $\Omega$  (gornja slika) i argumenta perihela  $\varpi$  (donja slika) za 11 stabilnih asteroida koji pripadaju porodici P/2006 VW<sub>139</sub>. Na slici vidimo da se ovi uglovi uglavnom grupišu na oko 90°, što označava njihovu uniformnu raspodelu, dok se na oko 7.5 Mgod uočava značajno smanjenje pomenutih razlika što nam označava trenutak nastanka porodice. Izvor: Novaković et al. (2012a).

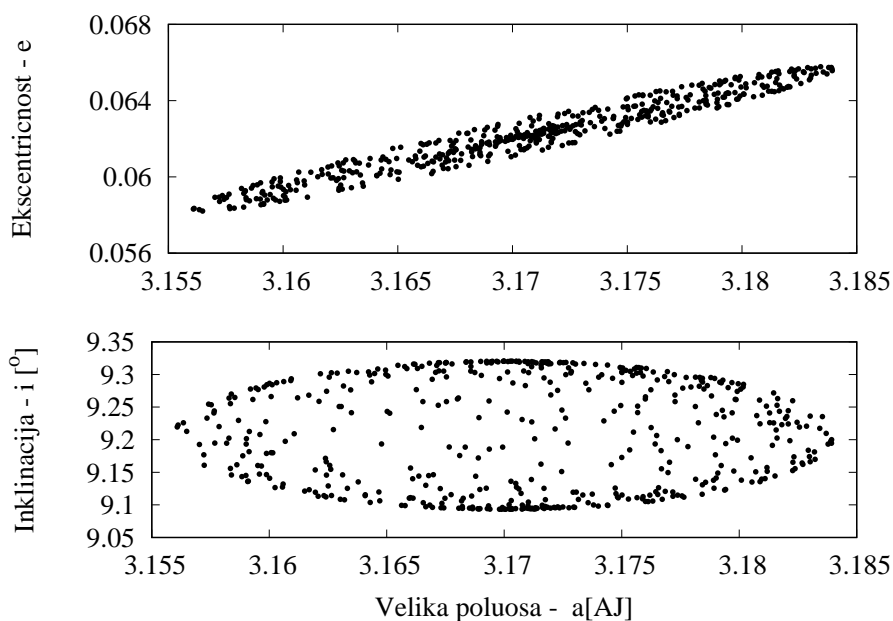
prikazan je minimum grupisanja sekularnih uglova kod P/2006 VW<sub>139</sub> porodice čija je starost procenjena na oko 7.5 Mgod (Novaković et al., 2012a). Na toj slici se uočava da je grupisanje sekularnih uglova najmanje 7.5 Mgod nakon početka integracije unazad.

Na osnovu podataka prikazanih u Tabeli 6, vidi se da su male vrednosti minimuma grupisanja moguća jedino kod izrazito mladih porodica, dok su kod starijih ona znatno veća. To nam sugerise da postoji limit nakon koga više nije moguće pouzdano odrediti minimum grupisanja sekularnih uglova. Neki autori su pretpostavili da je ta granica na oko 20 miliona godina od trenutka formiranja porodice (Nesvorný et al., 2003; Novaković et al., 2010). Do sada nije izvršena analiza granica i mogućnosti primene MIU. Upravo to je i glavna motivacija za dalju analizu kojom je pokazano da se pomenuta granica nalazi na oko 18 miliona godina (Radović, 2017).

## 6.2 Metodologija i fiktivna familija

U ovom poglavlju izložena je metodologija, kao i podaci koji su korišćeni za testiranje granica metode integracije unazad. U tu svrhu kreirana je fiktivna familija po uzoru na (490) Veritas familiju. Nakon dobijanja početne raspodele orbitalnih parametara fiktivne familije, orbite njenih članova integraljene su 20 Mgod unapred, čime je dobijena njihova dinamička evolucija u tom vremenskom periodu. Rezultati dobijeni integracijom 20 Mgod unapred su korišćeni kao polazni podaci za integracije unazad iz kojih je pokušano određivanje starosti razmatrane familije.

Inicijalna raspodela fragmenata nastalih sudarom dva tela određena je Gausovim jednačinama (4.2), ukoliko pretpostavimo da je početno polje brzina izotropno. Koristeći Gausove jednačine sa parametrima  $V = 35 \text{ ms}^{-1}$ ,  $f = 30^\circ$ ,  $\omega = 330^\circ$ ,  $\Omega = 123^\circ$  (Tsiganis et al., 2007) i položajem centra elipse koji odgovara Veritas familiji:  $(a, e, \sin i) = (3.17, 0.067, 0.16)$  dobijena je inicijalna raspodela 500 fiktivnih objekata (Slika 36).



Slika 36: Inicijalni raspored članova fiktivine familije u  $a - e$  (gornji panel) i  $a - \sin i$  (donji panel) oskulaturnim ravnima.

Nakon dobijene početne raspodele asteroida, njihove orbite su numerički integraljene 20 miliona godina unapred koristeći gravitacioni model koji uključuje sve planete Sunčevog sistema izuzev Merkura. Numerička integracija vršena je pomoću

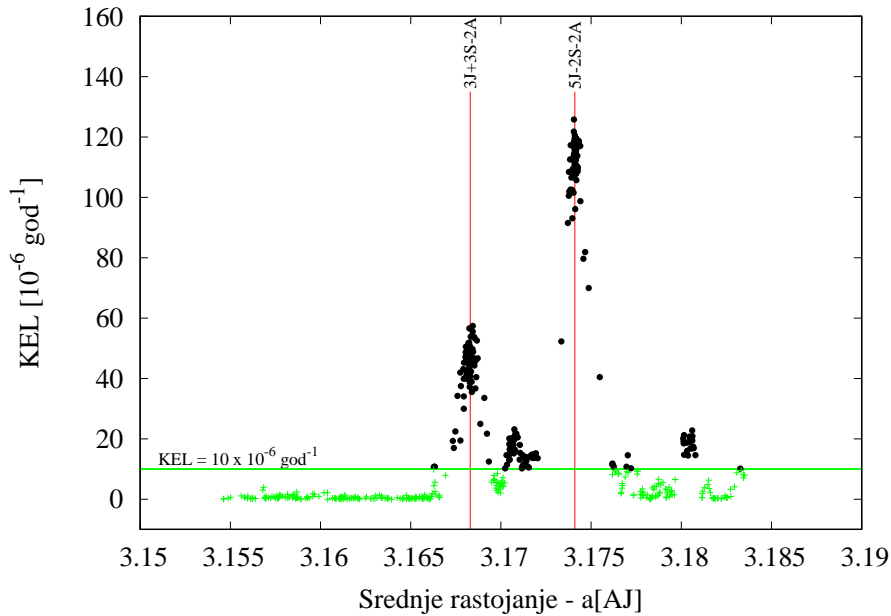
integratora iz dva različita paketa OrbFit i Merkjuri. Iz OrbFit paketa korišćen je ORBIT9 (u daljem tekstu Orb9) softver koji kao starter koristi Runge-Kuta-Gaus metod, dok za dalju propagaciju koristi Gaus – Rado integrator (Milani & Nobili, 1988). Iz Merkjuri paketa iskorišćen je hibridni simplektički integrator (u daljem tekstu HSM, Chambers, 1999).

Integracije unapred su vršene sa i bez uključenog efekta Jarkovskog. Bez uključenog efekta Jarkovskog integracije su izvršene koristeći oba integratora (Orb9 i HSM), dok su sa efektom Jarkovskog izvršene jedino pomoću Orb9 integratora. Integracije bez Jarkovskog bi trebalo da demonstriraju na koji način su rezultati senzitivni na izabrani integrator, dok one sa uključenim Jarkovskim testiraju efikasnost MIU u realnom slučaju.

Za brzinu promene velike poluose usled efekta Jarkovskog, za proizvoljni asteroid prečnika 1 km, korišćena je vrednost  $[da/dt] \approx 5 \times 10^{-4} AJ [Mgod]^{-1}$  (Vokrouhlický et al., 2015). Za pojedinačni fiktivni asteroid, izabrana je nasumična vrednost u intervalu  $(-[da/dt], +[da/dt])$  i ona je podeljena sa njegovim prečnikom radi određivanja pojedinačnog uticaja efekta Jarkovskog. Prečnici su dobijeni koristeći apsolutne magnitude članova Veritas familije u intervalu  $[13^m, 15^m]$  i relaciju (3.8). Za albedo korišćena je vrednost  $p_v = 0.06$  koja odgovara srednjem albedu za asteroide  $C$  tipa (DeMeo & Carry, 2013), s obzirom na to da je  $C$  tip dominantan kod Veritas familije.

Integracije unazad pomoću Orb9 integratora omogućavaju izračunavanje karakterističnog eksponenta Ljapunova (KEL, eng. Lyapunov characteristic exponent, LCE). On je obrnuto proporcionalan vremenu Ljapunova i koristi se kao indikator haosa u proizvoljnom dinamičkom sistemu. Kako položaj test familije odgovara lokaciji Veritas familije, njihove dinamike su iste. Najveću ulogu u dinamici ovog regiona imaju dve rezonance u srednjem kretanju tri tela: 5J-2S-2A i 3J-3S-2A (Slika 37; Knežević & Pavlović, 2002; Nesvorný et al., 2003; Tsiganis et al., 2007; Novaković et al., 2010). Najveći kaos prisutan je u oblasti oko 5J-2S-2A rezonance ( $a \approx 3.174 AJ$ ) i test objekti koji se u njoj nalaze imaju vema kratko vreme Ljapunova ( $T_{ly} \leq 10$  hiljada godina).

Region u kome se nalaze fiktivni asteroidi (kao i sama Veritas familija) nije



Slika 37: Dinamička struktura fiktivne familije. KEL su pomnoženi sa faktorom  $10^6$ . Zeleni krstići predstavljaju stabilne objekte ( $T_{ly} \geq 10^5$  godina), dok su crni kružići nestabilni.

dinamički stabilan deo Glavnog asteroidnog prstena. Kao što je već pokazano (videti npr. Nesvorný et al., 2003), kretanje velikog broja astaroida je haotično usled blizine orbitalnih rezonanci u srednjem kretanju tri tela, kao i bliske 2/1 rezonance u srednjem kretanju sa Jupiterom. S obzirom na haotičnost ovog regiona, moguće je za procenu starosti familije koristiti pored MIU i metodu haotične hronologije<sup>21</sup>. Treba imati u vidu da se za metodu integracije unazad mogu koristiti samo stabilni članovi, dok se za haotičnu hronologiju upotrebljavaju nestabilni.

Kako je primena MIU limitirana na stabilne objekte, samo oni koji imaju  $T_{ly} \geq 10^5$  godina su razmatrani i korišćeni za integracije unazad. Od 500 test objekata, njih 291 zadovoljava uslov stabilnosti.

Integracije unazad su pokretane bez uključenog efekta Jarkovskog, jer brzina njegovog dejstva u opštem slučaju kod realnih familija nije poznata.

Dužina integracija unazad kretala se od 2 do 20 Mgod, sa korakom od 2 Mgod.

<sup>21</sup> Nesvorný et al. (2003); Carruba et al. (2017) su koristili MIU da odrede starost Veritas familije i procenili su njenu starost na oko 8.25 Mgod. Tsiganis et al. (2007); Novaković et al. (2010) su metodom haotične hronologije odredili starost Veritas familije na oko 8.7 Mgod. Oba rezultata su u veoma dobroj saglasnosti, što nam sugerise da se za određivanje starosti u ovoj regiji mogu pouzdano upotrebiti obe metode.

Drugim rečima, svaka integracija unazad se izvršava 2 Mgod više nego što je trajala odgovarajuća integracija unapred, kako bi se moglo uočiti grupisanje sekularnih uglova. Kao izlaz iz svake integracije dobijaju se oskulatorni elementi. Iz njih su određeni srednji elementi, koji su oslobođeni kratko-periodičnih poremećaja. Srednji elementi dobijeni su upotrebom digitalnog filtra (Carpino et al., 1987; Knežević & Milani, 2000).

Za svaku integraciju unazad potrebno je da odredimo dubine grupisanja sekularnih uglova  $\Omega$  i  $\varpi$ . Da bi se te vrednosti dobile, potrebno je prvo odrediti srednje vrednosti njihovih razlika  $\langle \Delta\Omega \rangle$  i  $\langle \Delta\varpi \rangle$ . One se računaju pomoću formula:

$$\langle \Delta\Omega \rangle = \frac{1}{n} \sum_{\substack{i=1 \\ j=i+1}}^n (\Omega_i - \Omega_j) \quad (6.1)$$

$$\langle \Delta\varpi \rangle = \frac{1}{n} \sum_{\substack{i=1 \\ j=i+1}}^n (\varpi_i - \varpi_j) \quad (6.2)$$

gde je  $n$  ukupan broj razmatranih objekata (u ovom slučaju to je 291). Iz ovih razlika određuju se trenuci grupisanja sekularnih uglova kao i njihovi minimumi  $\Omega_m$  i  $\varpi_m$ . Za izračunavanje trenutka minimuma grupisanja, koristi se kvadratni fit pika gde je grupisanje najistaknutije.

Trenutak minimuma grupisanja sekularnih uglova daje procenu starosti familije. Na taj način dobijamo dva rezultata za starost familije, jedan iz grupisanja  $\Omega$ , a drugi iz grupisanja  $\varpi$ . Kako u trenutku nastanka familije obe vrednosti moraju da imaju izraženo grupisanje, potrebno je da uvedemo test kojim se utvrđuje da li je njihovo grupisanje slučajna fluktuacija ili indikacija da razmatrani objekti dele isto poreklo. Za proveru korelacije između grupisanja  $\Omega$  i  $\varpi$  koristi se diskretna funkcija korelacije (DFK, Edelson & Krolik, 1988).

U našem slučaju, DFK između nizova  $\langle \Delta\Omega \rangle$  i  $\langle \Delta\varpi \rangle$  data je sa:

$$DFK_{ij} = \frac{1}{n} \frac{(\langle \Delta\Omega \rangle_i - \overline{\langle \Delta\Omega \rangle})(\langle \Delta\varpi \rangle_j - \overline{\langle \Delta\varpi \rangle})}{\sigma(\langle \Delta\Omega \rangle)\sigma(\langle \Delta\varpi \rangle)}, \quad (6.3)$$

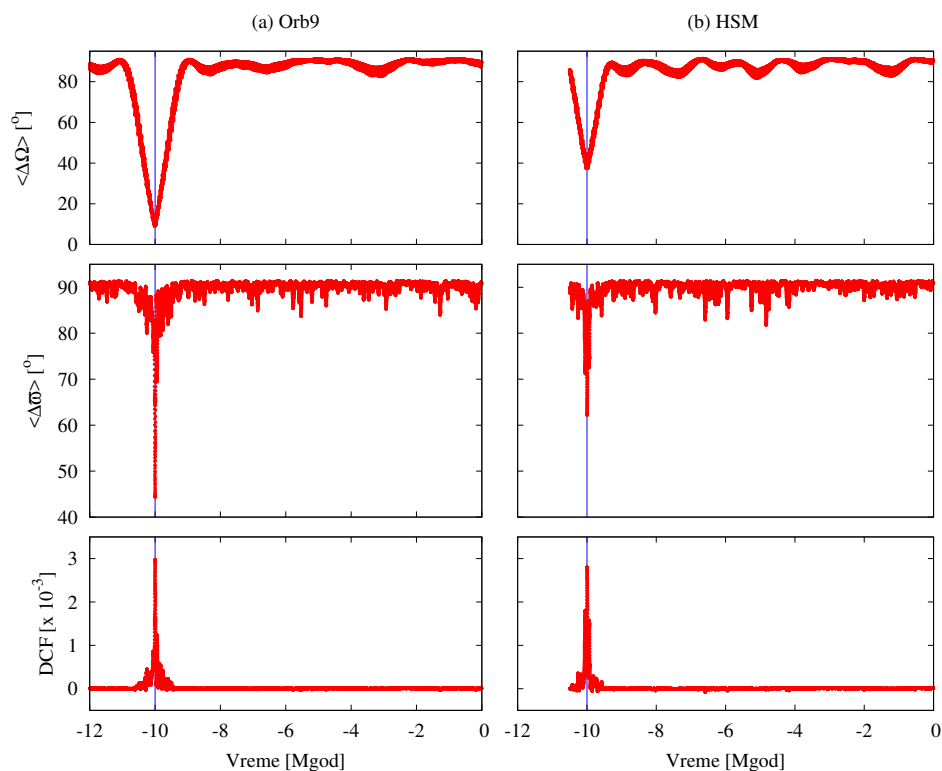
gde je sa  $\overline{\langle \Delta\Omega \rangle}$  i  $\overline{\langle \Delta\varpi \rangle}$  označena srednja vrednost nizova  $\langle \Delta\Omega \rangle$  i  $\langle \Delta\varpi \rangle$ ,

a sa  $\sigma(\langle \Delta\Omega \rangle)$  i  $\sigma(\langle \Delta\varpi \rangle)$  njihova standardna devijacija. Vrednosti koje uzima DFK se kreće između  $-1/n$  i  $1/n$ , gde 0 znači da ne postoji korelacija između razmatranih nizova. Pozitivna ili negativna vrednost označava pozitivnu (direktnu) ili negativnu (inverznu) korelaciju.

U narednoj sekciji dat je pregled dobijenih rezultata pomoću oba integratora, sa posebnim akcentom na analizu rezultata sa uključenim efektom Jarkovskog, koja nam dobro reprezentuje realnu situaciju.

### 6.3 Rezultati i diskusija

Dobijeni rezultati iz integracija bez uključenog efekta Jarkovskog upotrebom HSM i Orb9 integratora su prikazani u Tabeli 7.



Slika 38: Srednja vrednost razlika u longitudi uzlaznog čvora  $\langle \Delta\Omega \rangle$ , longitudi perihela  $\langle \Delta\varpi \rangle$  i vrednosti DFK između  $\langle \Delta\Omega \rangle$  i  $\langle \Delta\varpi \rangle$ . Na slici je prikazana fiktivna familija čija starost iznosi 10 Mgod. Uočava se grupisanje sekularnih uglova kod oba integratora koje odgovara tom trenutku. Takođe, primećuju se i razlike u dubini grupisanja kod  $\Omega$  i  $\varpi$ , kao i razlike u dubini grupisanja u zavisnosti od integratora.



Tabela 7: Za svaku integraciju unazad, prikazani su određeni minimumi grupisanja sekularnih uglova  $\Omega_m$  i  $\varpi_m$ . Rezultati si prikazani posebno za svaki upotrebljeni numerički integrator (Orb9 i HSM).

Vreme [ <i>Mgod</i> ]	Orb9				HSM			
	Starost [ <i>Mgod</i> ]	$\Omega_m$ [°]	Starost [ <i>Mgod</i> ]	$\varpi_m$ [°]	Starost [ <i>Mgod</i> ]	$\Omega_m$ [°]	Starost [ <i>Mgod</i> ]	$\varpi_m$ [°]
2	2.001	1.93	1.999	12.90	1.999	3.86	1.998	46.91
4	3.996	4.41	3.999	21.79	3.998	5.80	3.998	47.81
6	5.994	6.50	5.999	33.53	5.998	36.97	5.998	63.11
8	7.992	12.17	7.999	43.18	7.998	9.68	7.997	36.92
10	10.010	13.66	9.998	46.57	9.997	39.39	9.994	62.53
12	11.975	20.06	11.997	51.11	11.988	28.49	11.991	64.29
14	13.980	23.50	13.996	54.40	13.970	44.59	14.000	64.35
16	15.962	21.84	16.000	54.51	15.991	43.80	15.998	66.57
18	18.010	32.09	17.996	71.34	18.053	62.19	18.050	72.34
20	19.987	29.56	19.997	68.24	20.009	58.38	19.998	66.69

Tabela 8: Razlike između izračunatih starosti dobijenih pomoću dva pomenuta integratora. Kolone su: (1) vreme nakon formiranja familije; (2) i (3) - razlika određene starosti iz grupisanja  $\Omega$  u odnosu na nominalnu starost; (4) - razlike između rezultata dobijenih različitim integratorima za  $\Omega$ ; (5) i (6) - razlika određene starosti iz grupisanja  $\varpi$  u odnosu na nominalnu starost; (7) - razlike između rezultata dobijenih različitim integratorima za  $\varpi$ ;

Vreme [Mgod]	$\langle \Delta\Omega \rangle (\times 10^{-4}[\text{Mgod}])$			$\langle \Delta\varpi \rangle (\times 10^{-4}[\text{Mgod}])$		
	Orb9	HSM	$\Delta$	Orb9	HSM	$\Delta$
2	71456	131961	-60505	87603	205831	-118228
4	349432	157648	191784	1357621	167055	-31293
6	631809	88408	543401	38493	1477121	-1438628
8	819254	190291	628963	130028	259791	-129763
10	1021306	277318	743988	153108	529320	-376212
12	2510338	1238947	1271391	309662	895827	-586165
14	1952650	3041223	-1088573	420388	53510	366878
16	3761224	901266	2859958	27020	149144	-122124
18	1011989	5255442	-4243453	429325	5012930	-4583605
20	1246681	948679	298002	336816	236535	100281

Iz tih rezultata uočava se da je grupisanje  $\Omega$  znatno dublje nego što je slučaj kod  $\varpi$  za oba integratora. Osim toga, vidi se da je preciznost u izračunatim starostima test familije veoma visoka (najveće odstupanje u odnosu na pravu starost je 50 129 godina, što je zanemarljivo).

Npr. na Slici 38 prikazani su rezultati koji su dobijeni primenom integracije unazad koja počinje deset miliona godina nakon trenutka formiranja familije. Za Orb9 integrator dobijene su minimalne dubine grupisanja sekularnih uglova  $\Omega$  i  $\varpi$ , i to su redom  $13.06^\circ$  i  $46.57^\circ$ , dok su odgovarajuće vrednosti za HSM  $39.39^\circ$  i  $62.53^\circ$ . U oba slučaja vrednost  $\varpi_m$  je znatno veća nego  $\Omega_m$ . Pored toga, grupisanje je dublje kod Orb9 integratora nego kod HSM. Preciznost u određenoj starosti je jako visoka i za jedan i za drugi integrator.

Rezultati dobijeni pomoću različitih integratora nam omogućavaju da ih uporedimo. Za svaki integrator je izračunata greška kao razlika između izračunate i prave starosti fiktivne familije. Dobijeni rezultati su prikazani u Tabeli 8. Najveća razlika između njih je 50 000 godina, za starost familije od 18 Mgod. Dakle, pomoću oba integratora postiže se visoka tačnost u određivanju starosti familije.

Da bi se odredio limit primene MIU, ispitivana je linerana zavisnost između

Tabela 9: Vrednosti koeficijenata  $a$  i  $b$  i njihovih grešaka prilikom linearnog fitovanja zavisnosti između starosti familije i maksimalne dubine grupisanja sekularnih uglova  $\Omega_m$  i  $\varpi_m$ .

	Orb9	HSM	Orb9 (sa Jarkovskim)
$\Omega_m$			
$a$	$1.695 \pm 0.123$	$3.071 \pm 0.565$	$4.914 \pm 0.222$
$b$	$-2.079 \pm 1.534$	$-0.465 \pm 5.427$	$12.261 \pm 2.765$
$\varpi_m$			
$a$	$2.994 \pm 0.279$	$1.289 \pm 0.438$	$10.706 \pm 5.455$
$b$	$12.823 \pm 3.353$	$44.602 \pm 5.437$	$23.778 \pm 23.570$

starosti familije i maksimalne dubine grupisanja sekularnih uglova  $\varpi_m$  i  $\Omega_m$ . Pod pretpostavkom da postoji linearna zavisnost između  $\varpi_m$  i  $\Omega_m$  izvršeno je njihovo linearno fitovanje metodom najmanjih kvadrata.

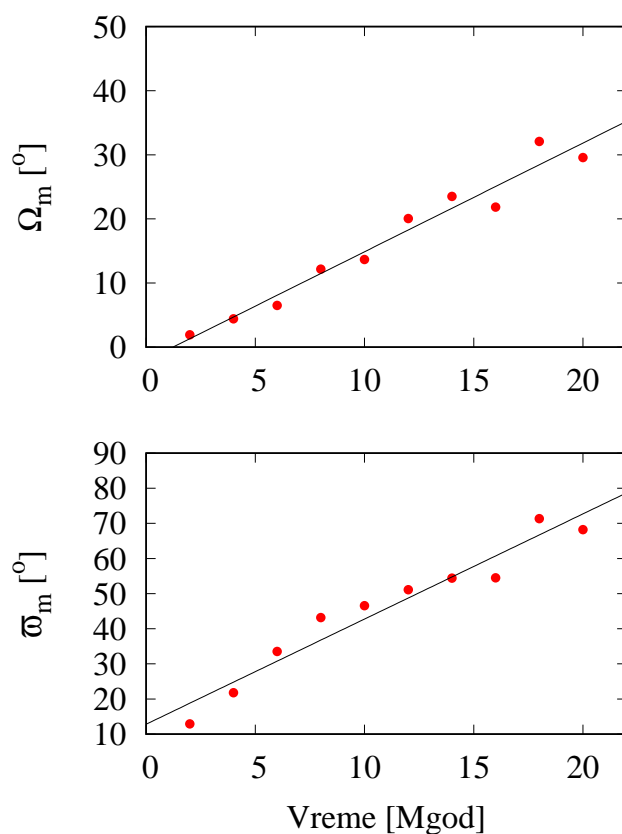
Pomenuta zavisnost za Orb9 integrator prikazana je na Slici 39, a za HSM integrator na Slici 40. Veza između  $\Omega_m$  i starosti familije je data linearnom relacijom  $ax + b$ , gde su koeficijenti  $a$  i  $b$  za Orb9 i HSM integrator dati u Tabeli 9.

Tokom svakog fitovanja, zajedno sa koeficijentima određena je i greška samog fita (Tabela 9). Greška linearnog fita je znatno veća kod HSM integratora usled veće disperzije rezultata.

Za Orb9 integrator vrednost  $\varpi_m$  dostiže  $\approx 90^\circ$  za vreme integracije od 25 Mgod, na osnovu dobijenog linearnog fita. Slično,  $\Omega_m$  dostiže  $\approx 90^\circ$  za 50 Mgod. Međutim, kako vrednost od  $90^\circ$  označava uniformnu raspodelu članova posmatrane familije duž orbite (Novaković, 2010; Novaković et al., 2012a), postavlja se pitanje koja vrednost se može smatrati statistički značajnom. Neki autori sugerisali su da je grupisanje uglova od oko  $40^\circ$  statistički značajno (Nesvorný et al., 2002; Tsiganis et al., 2007; Novaković, 2010; Novaković et al., 2012a). Kako je gornji limit za određivanje dubine  $90^\circ$ , za definisanje limita MIU korišćemo vrednost od  $70^\circ$  kao statistički značajno grupisanje.

Na taj način, za Orb9 integrator limit za dobijanje statistički značajnog grupisanja je 20 Mgod za  $\varpi_m$  i do 40 Mgod za  $\Omega_m$ . Kod HSM integratora oba ugla se mogu determinisati za najviše do 25 Mgod. Ovi rezultati su dobijeni bez uključivanja efekta Jarkovskog pa mogu da daju procenu samo gornje granice za primenu metode.

U delu gde je predstavljena metodologija, ukazano je na značajnost provere da

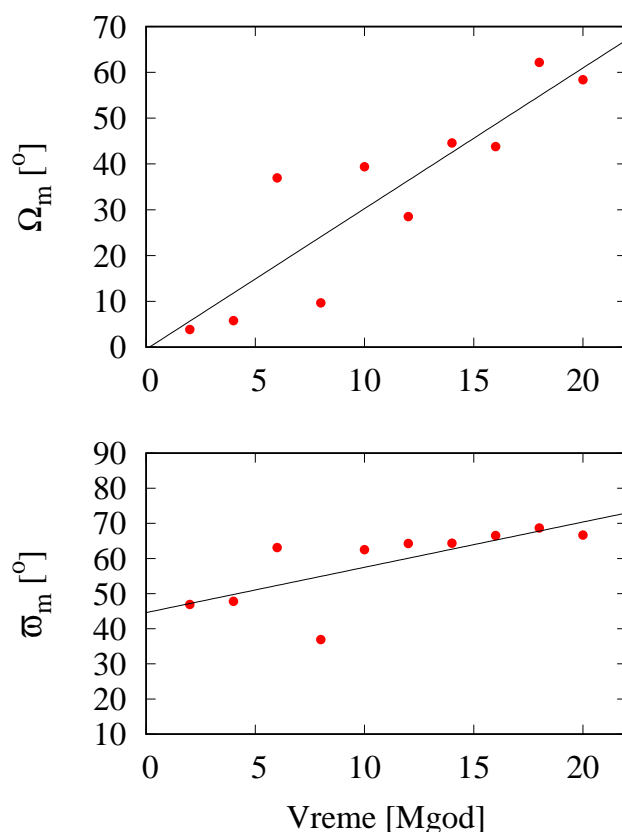


Slika 39: Linearni fit između dubine najizraženijeg grupisanja sekularnih uglova i vremena integracije kod Orb9 integratora.

li postoji korelacija između vremena grupisanja sekularnih uglova. Predloženo je korišćenje DFK (6.3). U Tabeli 10 date su starosti određene primenom DFK, odnosno gde je najistaknutija korelacija između grupisanja sekularnih uglova. Iz dobijenih rezultata vidi se da su uočene korelacije u dobroj saglasnosti sa rezultatima prikazanim u Tabeli 7.

### 6.3.1 Uloga efekta Jarkovskog

Efekat Jarkovskog ima značajnu ulogu u promeni dinamike celog sistema usled promene velike poluose asteroida. Zato radi simulacije što realističnijeg slučaja izvršene su dodatne integracije unapred sa Orb9 integratorom i uključenim efektom Jarkovskog. Prvenstveno se ovaj efekat uključuje jer je on uvek prisutan kod realnih familija. Efekat Jarkovskog isključen je kod integracija unazad, jer nam je u većini



Slika 40: Linearni fit između dubine najizraženijeg grupisanja sekularnih uglova i vremena integracije kod HSM integratora.

realnih situacija nepoznat <sup>22</sup>. Način izbora vrednosti brzine promene velike poluose test asteroida usled efekta Jarkovskog opisan je u sekciji 6.2.

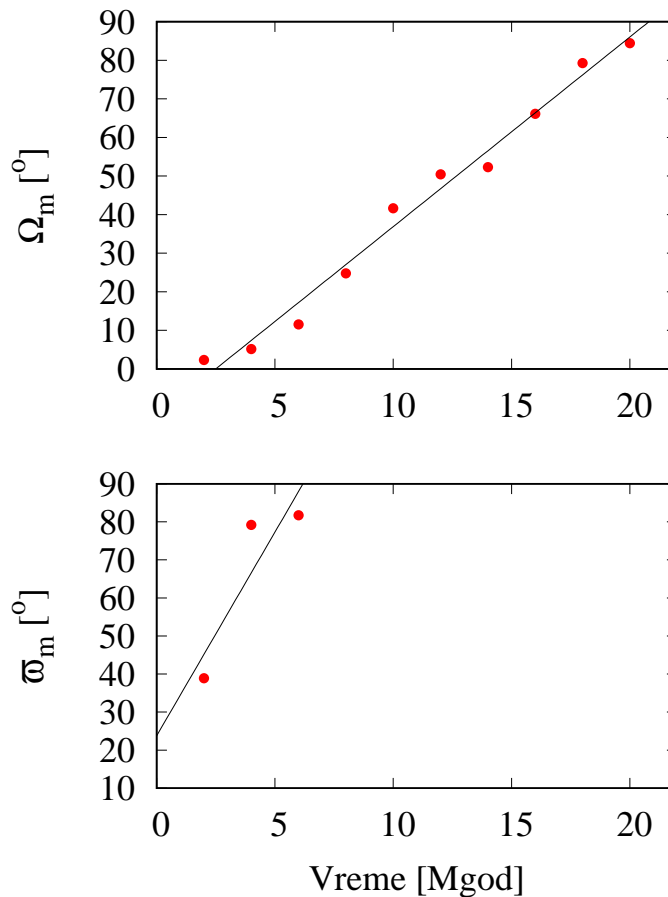
Primenjena je procedura za određivanje linearne zavisnosti između dubine minimuma grupisanja sekularnih uglova i vremena integracije koja je već opisana u prethodnom poglavlju. Veza između  $\Omega_m$  i starosti familije data je linearnom relacijom  $ax + b$  (Slika 41 i Tabela 9)

Primećuje se da grupisanje longitude perihela počinje od oko  $40^\circ$  za starost familije od 2 Mgod i prelazi  $80^\circ$  za familije stare samo 6 Mgod. Kod familija starijih od 6 Mgod skoro je nemoguće odrediti trenutak grupisanja  $\varpi$ . Kod  $\Omega_m$  situacija je znatno bolja jer dubina minimuma grupisanja ide do  $\approx 80^\circ$  za vreme integracije od 20 Mgod, što je i dalje manje od vrednosti na kojoj imamo uniformnu raspodelu  $\Omega$  ( $90^\circ$ ).

<sup>22</sup>Problem nepoznavanja efekta Jarkovskog može da se u izvesnoj meri prevaziđe upotrebom klonova prilikom integracija unazad (videti npr. Novaković, 2010).

Tabela 10: Starosti određene primenom DFK. Iz podataka se vidi da su rezultati u dobroj saglasnosti sa već dobijenim, što sugerise statističku značajnosti određenih grupisanja.

Vreme	Orb9	HSM
[Mgod]	[Mgod]	[Mgod]
2	1.999	1.999
4	3.998	3.997
6	5.999	5.996
8	7.998	7.996
10	9.997	9.995
12	11.997	11.991
14	13.996	14.001
16	15.998	16.003
18	17.995	18.070
20	19.995	19.993



Slika 41: Linearni fit između dubine najizraženijeg grupisanja sekularnih uglova i vremena integracije kod Orb9 integratora sa uključenim efektom Jarkovskog.

DFK pokazuje značajnu korelaciju između grupisanja sekularnih uglova, i može da bude iskorišćeno za potvrdu utvrđenog grupisanja (posebno u situacijama kada grupisanje  $\varpi$  nije moguće odrediti). To potvrđivanje je posebno značajno u situacijama kada je neko grupisanje nemoguće pouzdano odrediti.

U prethodnoj sekciji diskutovali smo da je značajno grupisanje moguće pouzdano odrediti za minimume ispod  $70^\circ$ , i na osnovu toga se zaključuje da se grupisanje  $\varpi_m$  može odrediti jedino za familije mlađe od oko 6 Mgod, dok se za  $\Omega_m$  može odrediti i za starost do 18 Mgod. Na osnovu toga sledi zaključak da je moguće primeniti MIU uspešno kod familija koje do 18 Mgod stare uz potvrdu grupisanja nekim drugim načinom (npr. DFK).

Dobijene rezultate je najbolje uporediti sa onima koji se odnose na Veritas familiju. Starost ove familije procenjena je na oko 8.3 Mgod, stoga na osnovu dobijenog linearnog fita očekuje se da budu detektovani minimumi grupisanja od  $\Omega_m = 28^\circ.5, \varpi_m > 80^\circ$ . Iz Tabele 6 vidimo da se procene odlično poklapaju sa rezultatima koje su dobili drugi autori (Nesvorný et al., 2003; Tsiganis et al., 2007). Razlika u minimumu grupisanja  $\Omega_m$  je oko  $3^\circ$ , dok  $\varpi_m$  ne može biti sa sigurnošću utvrđeno ni po našim rezultatima. Nemogućnost određivanja grupisanja ugla  $\varpi$  prvenstveno je posledica bliske 2/1 rezonance kao i efekta Jarkovskog. Zbog blizine rezonance veliki je gradijent  $dg/da$ , pa mala promena velike poluose dovodi do velike promene frekvence  $g$ .

Dobijeni rezultati sugerišu da bi se kod nekih familija čija starost je procenjena metodom integracije unazad, trebala dobiti izraženija grupisanja od onih koja su dobijena (Tabela 6). Ovo je verovatno posledica različitih lokacija između razmatrane fiktivne familije i drugih familija. Različita lokacija dovodi i do promena u samoj dinamici familija koje se nalaze u tom regionu, pa samim tim i mogućnosti primene MIU. Osim toga, mi smo koristili veći broj objekata u integraciji nego što je to slučaj u većini situacija u stvarnosti. Tako npr. minimum grupisanja  $\Omega_m$  za P/2006 VW<sub>139</sub> procenjen je na  $24.2^\circ$  prema našem modelu, dok su Novaković et al. (2012a) dobili vrednost od  $32^\circ$ .

Kod dinamičkih modela koji simuliraju realnu situaciju, uključeni su i uticaji masivnih asteroida, pa do nemogućnosti određivanja grupisanja ugla  $\varpi$  dolazi kao

posledica bliskih prilaza. Kod Veritas familije, bliski prilazi sa asteroidima (1) Ceres i (10) Higeja doprinose nemogućnosti detektovanja tog grupisanja (Carruba et al., 2017). Uticaj bliskih prilaza na grupisanje longitude perihela pokazano je i na slučaju familije Karin, gde zbog bliskih prilaza sa Ceresom dolazi do smanjenja dubine minimuma grupisanja  $\varpi$  za oko  $4^\circ$  (Carruba et al., 2016b).

Ovde treba istaći da regija u kojoj se nalazi analizirana familija može da utiče na samu primenu MIU. To se najbolje videlo na iskorišćenju fiktivnoj familiji, kod koje nije bilo prisutno grupisanje  $\varpi$  usled bliskih rezonanci. Zato je interesantno za budući rad videti u kojoj meri dinamika pojedinačnih familija utiče na mogućnost i tačnost primene MIU.



## 7 Zaključak i budući rad

U ovom poglavlju biće sumirani osnovni rezultati koji su dobijeni u disertaciji. Pored toga, biće pomenuti i neki planovi za budući rad i unapređivanje razvijenih metoda.

U disertaciji akcenat je dat na dva bitna aspekta vezana za proučavanje familija asteroida. Prvi glavni aspekt je problem pouzdane identifikacije liste članova familija asteroida, dok je drugi vezan za utvrđivanje granica primene metode kojom je moguće odrediti starost mladih familija.

Familije asteroida se identifikuju u prostoru sopstvenih elemenata i u tu svrhu se najčešće koriste tri orbitalna elementa:  $a_p, e_p$  i  $\sin(i_p)$ . Za određivanje liste članova familije dominantno se upotrebljava metoda hijerarhijskog grupisanja (videti poglavlje 4), koja se zasniva na izračunavanju rastojanja između asteroida. Kako se koriste orbitalni elementi, javlja se mogućnost priključivanja pozadinskih asteroida koji nisu stvarni članovi familije, usled tzv. lančanog efekta (Zappalá et al., 1994). Za dobijanje pouzdanije liste članova familije određene primenom MHG, upotrebljavaju se različiti raspoloživi fizički podaci o asteroidima (videti poglavlje 4.4). Međutim, sva ta rešenja nisu imala mogućnost rešavanja problema lančanog efekta.

Da bi se problem identifikacije članova familije što bolje rešio, razvijen je algoritam koji se sastoji iz nekoliko koraka (Radović et al., 2017). Prvi korak je identifikacija početne liste članova familije, nakon čega se koriste raspoloživi fizički podaci (SDSS boje, geometrijski albedo i spektroskopski podaci) radi identifikacije uljeza. Oni se zatim eliminišu iz kataloga sopstvenih elemenata čime se dobija modifikovani katalog. Nakon toga se familija ponovo identifikuje primenom MHG na modifikovanom katalogu. Paralelno sa razvojem algoritma napravljen je i onlajn portal sa ciljem da omogući naučnoj zajednici da upotrebljava ovaj pristup na lak i interaktivan način. Razvijeni portal pruža i druge mogućnosti koje su detaljno predstavljene u Prilogu B.

Dobijeni rezultati pokazuju da je efekat lančanog vezivanja znatno smanjen primenom razvijenog algoritma. Takođe, rezultati nedvosmisleno ukazuju da broj uljeza izbačenih kao posledica lančanog efekta često dostiže 50% od ukupnog broja

uljeza. Kako razvijeni algoritam omogućava razdvajanje osnovnih taksonomskih kompleksa  $C$  i  $S$ , omogućeno je i razdvajanje preklapljenih familija različitog tipa.

Ograničenje razvijenog algoritma je vezano za nemogućnost detaljnijeg razvrstavanja asteroida u tipove osim u dva osnovna kompleksa. Taj problem je posledica ograničenja samih fizičkih podataka koji se upotrebljavaju u cilju identifikacije uljeza. U budućnosti, nove baze podataka koje sadrže više informacija značajno će doprineti efikasnosti razvijenog algoritma.

Pored upotrebljenih SDSS boja i albeda moguće je uključiti i druge fizičke karakteristike koje mogu da posluže za bolju identifikaciju uljeza u familijama. Npr. podaci o polarimetriji asteroida mogu da budu iskorišćeni za unapređenje postojećih klasifikacija (Belskaya et al., 2017). Takođe, očekuju se bolji rezultati upotrebom podataka dobijenih sa VISTA (Visible and Infrared Survey Telescope for Astronomy) teleskopom (Sutherland et al., 2015). Podaci sa VISTA teleskopa objavljeni su u MOVIS (Moving Objects from VISTA) katalogu koji sadrži skoro 40 000 objekata, od kojih čak 38 428 pripadaju glavnom asteroidnom prstenu (Popescu et al., 2016). U MOVIS katalogu dati su podaci o  $Y$  i  $J$  boji za razmatrane asteroide koji omogućavaju pouzdano razdvajanje asteroida na osnovne  $C$  i  $S$  komplekse.

Takođe, očekuje se da će razvijeni metod, kao i samo izučavanje asteroida imati značajne rezultate i napredak upotrebom podataka dobijenih putem GAIA misije (Mignard, 2007; Warell & Lagerkvist, 2007). Pretpostavlja se da će svi asteroidi koji budu obuhvaćeni GAIA misijom imati dostupne boje i fotometriju i visokoj rezoluciji, čime će se poboljšati njihova taksonomija (Delbo et al., 2012). Pored podataka dobijenih pomoću GAIA misije, dosta se očekuje i od LSST misije (Jones et al., 2009).

Drugi rezultat disertacije vezan je za primenu metode integracije unazad koja je jedna od najtačnijih metoda za izračunavanje starosti familija asteroida. Ona je primenjena na mlade familije, ali do sada nije urađena analiza granica i mogućnosti njene primene, odnosno kolika je maksimalna starost familije koja se može odrediti njenom upotrebom. Utvrđeno je da se ona može primeniti za familije čija starost ide do 18 Mgod (Radović, 2017). Kako je njen limit utvrđen simulacijom evolucije fiktivne familije koja odgovara Veritas familiji, potrebno je proveriti validnost ovih

granica na različitim lokacijama u GAP, čime bi se ispitala povezanost mogućnosti primene MIU i dinamike oblasti u kojoj se nalazi određena familija.

## Literatura

- Adams J. B., *Visible and near-infrared diffuse reflectance spectra of pyroxenes as applied to remote sensing of solid objects in the solar system*, 1974, *Journal of Geophysical Research*, **79**, 4829
- Allen D. A., *Infrared Diameter of Vesta*, 1970, *Nature*, **227**, 158
- Angeli C. A., Lazzaro D., *Spectral properties of Mars-crossers and near-Earth objects. Results of the S3OS2 survey*, 2002, *A&A*, **391**, 757
- Arnold J. R., *Asteroid Families and jet Streams*, 1969, *AJ*, **74**, 12
- Baer J., Chesley S. R., Matson R. D., *Astrometric Masses of 26 Asteroids and Observations on Asteroid Porosity*, 2011, *AJ*, 141, 143
- Bell, J.F., Hawke, B.R., Owensby, P.D., Gaffey, M.J., *The 52-Color Asteroid Survey: Final results and interpretations*, 1988, *Lunar Planet. Sci*, **19**, 57
- Belskaya I. N., Fornasier, S., Tozzi, G. P., Gil-Hutton, R., Cellino, A., Antonyuk, K., Krugly, Yu. N., Dvognopol, A. N., Faggi, S., *Refining the asteroid taxonomy by polarimetric observations*, 2017, *Icarus*, **284**, 30
- Beaugé C., Roig F., *A Semianalytical Model for the Motion of the Trojan Asteroids: Proper Elements and Families*, 2001, *Icarus*, **153**, 391
- Belton M. J. S., Chapman, C. R., Thomas, P. C., Davies, M. E., Greenberg, R., Klaasen, K., Byrnes, D., D'Amario, L., Synnott, S., Johnson, T. V., McEwen, A., et al., *Bulk density of asteroid 243 Ida from the orbit of its satellite Dactyl*, 1995, *Nature*, **374**, 785
- Bendjoya P., Slezak E., Froeschle C., *The wavelet transform - A new tool for asteroid family determination*, 1991, *A&A*, **251**, 312
- Bendjoya P., Zappalà V., *Asteroid Family Identification*, 2002, *Asteroids III*, W. F. Bottke Jr., A. Cellino, P. Paolicchi, and R. P. Binzel(eds), University of Arizona Press, Tucson
- Benz W. and Asphaug E., *Catastrophic Disruptions Revisited*, 1999, *Icarus*, **142**, 5
- Binzel R. P., Xu S., *Chips off of asteroid 4 Vesta - Evidence for the parent body of*

- basaltic achondrite meteorites*, 1993, *Science*, **260**, 186
- Binzel R. P., Rivkin A. S., Bus S. J., Sunshine J. M., Burbine T. H., *MUSES-C target asteroid(25143) 1998 SF36: A reddened ordinary chondrite*, 2001, *Meteoritics & Planetary Science*, **36**, 1167
- Binzel R. P., Reddy V., Dunn T. L., *The Near-Earth Object Population: Connections to Comets, Main-Belt Asteroids, and Meteorites*, 2015, *Asteroids IV*, Michel P., DeMeo F.E., and Bottke W.F.(eds.), University of Arizona Press, Tucson
- Born M., Fisher J. W., Hartree D. R., *The Mechanics of the Atom*, 1967, Frederick Ungar Publishing Co.
- Bolin B. T., Delbo M., Morbidelli A., Walsh K. J., *Yarkovsky V-shape identification of asteroid families*, 2017, *Icarus*, **282**, 290
- Bowell E., Chapman C. R., Gradie J. C., Morrison D., Zellner B., *Taxonomy of asteroids*, 1978, *Icarus*, **35**, 313
- Bowell, E., Hapke, B., Domingue, D., Lumme, K., Peltoniemi, J., Harris, A. W., *Application of photometric models to asteroids*, 1989, *Asteroids II*, University of Arizona Press, 524
- Bowell E., Oszkiewicz D. A., Wasserman L. H., Muinonen K., Penttilä A., Trilling D. E., *Asteroid spin-axis longitudes from the Lowell Observatory database*, 2014, *M&PS*, **49**, 95
- Bouvier A. and Wadhwa M., *The age of the Solar System redefined by the oldest Pb-Pb age of a meteoritic inclusion*, 2010, *Natur Geo.*, **3**, 637.
- Bottke W. F., Nolan M. C., Greenberg R., and Kolvoord R. A., *Velocity distributions among colliding asteroids*, 1994, *Icarus*, **107**, 255
- Bottke W. F., Vokrouhlický D., Broz M., Nesvorný D., Morbidelli A., *Dynamical Spreading of Asteroid Families by the Yarkovsky Effect*, 2001, *Science*, **294**, 1693
- Bottke, W. F., Morbidelli, A., Jedicke, R., Petit, J.-M., Levison, H. F., Michel, P., Metcalfe, T. S., *Debiased Orbital and Absolute Magnitude Distribution of the Near-Earth Objects*, 2002, *Icarus*, **156**, 399
- Bottke W. F., Durda D. D., Nesvorný D., Jedicke R., Morbidelli A., Vokrouhlický D., Levison H., *The fossilized size distribution of the main asteroid belt*, 2005, *Icarus*, **175**, 111

- Bottke W. F., Jr., Vokrouhlický D., Rubincam D. P., Nesvorný D., *The Yarkovsky and Yorp Effects: Implications for Asteroid Dynamics*, 2006, AREPS, **34**, 157
- Bottke W. F., Vokrouhlický D., Nesvorný D., *An asteroid breakup 160Myr ago as the probable source of the K/T impactor*, 2007, Nature, **449**, 48
- Bottke W. F., Vokrouhlický D., Minton D., Nesvorný D., Morbidelli A., Brasser R., Simonson B., and Levison H. F., *An Archaean heavy bombardment from a destabilized extension of the asteroid belt*, 2012, Nature, **485**, 78
- Bottke W. F., Vokrouhlický D., Walsh, K. J.; Delbo, M., Michel, P., Lauretta, D. S., Campins, H., Connolly, H. C., Scheeres, D. J.; Chelsey, S. R., *In search of the source of asteroid(101955) Bennu: Applications of the stochastic YORP model*, 2015a, Icarus, **247**, 191
- Bottke W. F., Brož M., O'Brien D. P., Campo Bagatin A., Morbidelli A., Marchi S., 2015b, *The Collisional Evolution of the Main Asteroid Belt*, Asteroids IV, Michel P., DeMeo F.E., and Bottke W.F.(eds.), University of Arizona Press, Tucson
- Brasser R., Matsumura S., Ida S., Mojzsis S. J., Werner S. C., *Analysis of Terrestrial Planet Formation by the Grand Tack Model: System Architecture and Tack Location*, 2016, ApJ, **821**, 75
- Brož M., Vokrouhlický D., Roig F., Nesvorný D., Bottke W. F., Morbidelli A., *Yarkovsky origin of the unstable asteroids in the 2/1 mean motion resonance with Jupiter*, 2005, MNRAS, **359**, 1437
- Brož, M.; Vokrouhlický, D.; Morbidelli, A.; Nesvorný, D.; Bottke, W. F., *Did the Hilda collisional family form during the late heavy bombardment?*, 2011, MNRAS, **414**, 2716
- Brož M., Morbidelli A., *The Eos family halo*, 2013, Icarus, **223**, 844
- Britt, D. T.; Yeomans, D.; Housen, K.; Consolmagno, G., 2002, *Asteroid Density, Porosity, and Structure*, Asteroids III, W. F. Bottke Jr., A. Cellino, P. Paolicchi, and R. P. Binzel(eds), University of Arizona Press, Tucson
- Brouwer D., van Woerkom A. J. J., *The secular variations of the orbital elements of the principal planets*, 1950, USNAO, **13**, 81
- Brouwer D., *Secular variations of the orbital elements of minor planets*, 1951, AJ, **56**, 9

- Brouwer D., Clemence G.M., *Orbits and Masses of Planets and Satellites*, 1961, Academic Press
- Bus S. J., *Compositional structure in the asteroid belt: Results of a spectroscopic survey*, 1999, PhDT, Massachusetts institute of technology, 311
- Bus S. J., Binzel R. P., *Phase II of the Small Main-Belt Asteroid Spectroscopic Survey. The Observations*, 2002a, *Icarus*, **158**, 106
- Bus S. J., Binzel R. P., *Phase II of the Small Main-Belt Asteroid Spectroscopic Survey. A Feature-Based Taxonomy*, 2002b, *Icarus*, **158**, 146
- Burbine T. H., Buchanan P. C., Binzel R. P., Bus S. J., Hiroi T., Hinrichs J. L., Meibom A., McCoy T. J., *Vesta, Vestoids, and the howardite, eucrite, diogenite group: Relationships and the origin of spectral differences*, 2001, *M&PS*, **36**, 761
- Campo Bagatin A., Petit J.-M., Farinella P., *How Many Rubble Piles Are in the Asteroid Belt?*, 2001, *Icarus*, **149**, 198
- Carvano, J. M., Lazzaro, D., Mothe-Diniz, T. Angeli, C., Florczak, M., *Spectroscopic Survey of the Hungaria and Phocaea Dynamical Groups*, 2001, *Icarus*. **149**, 173.
- Carvano J. M., Hasselmann P. H., Lazzaro D., Mothé-Diniz T., *SDSS-based taxonomic classification and orbital distribution of main belt asteroids*, 2010, *A&A*, **510**, A43
- Carruba, V., Burns, J. A., Bottke, W. F., and Nesvorný D., *Orbital evolution of the Gefion and Adeona asteroid families: close encounters with massive asteroids and the Yarkovsky effect*, 2003, *Icarus*, **162**, 308
- Carruba V., Michtchenko T. A., *A frequency approach to identifying asteroid families*, 2007, *A&A*, **475**, 1145
- Carruba, V., Huaman, M. E., Douwens, S., and Domingos, R. C., *Chaotic diffusion caused by close encounters with several massive asteroids. The(4) Vesta case*, 2012, *A&A.*, **543**, A105.
- Carruba V., Domingos R. C., Nesvorný D., Roig F., Huaman M. E., Souami D., *A multidomain approach to asteroid families' identification*, 2013, *MNRAS*, **433**, 2075
- Carruba, V.; Nesvorn, D.; Aljbaae, S.; Huaman, M. E., *Dynamical evolution of the Cybele asteroids*, 2015, *MNRAS*, **451**, 244

- Carruba V., Nesvorný D., Aljbaae S., Domingos R. C., Huaman M., *On the oldest asteroid families in the main belt*, 2016a, MNRAS, **458**, 3731
- Carruba V., Vokrouhlický D., Nesvorný D., *Detection of the YORP Effect for Small Asteroids in the Karin Cluster*, 2016b, AJ, **151**, 164
- Carruba V., Nesvorný D., *Constraints on the original ejection velocity fields of asteroid families*, 2016, MNRAS, **457** 1332
- Carruba V., Vokrouhlický D., Nesvorný D., *Detection of the Yarkovsky effect for C-type asteroids in the Veritas family*, 2017, MNRAS, **469**, 4400
- Carpino M., Milani A., Nobili A. M., *Long-term numerical integrations and synthetic theories for the motion of the outer planets*, 1987, A&A, **181**, 182
- Carry, B., *Density of asteroids*, 2012, Planetary and Space Science, **73**, 98
- Carry B., Solano E., Eggl S., DeMeo F. E., *Spectral properties of near-Earth and Mars-crossing asteroids using Sloan photometry*, 2016, Icarus, **268**, 340
- Carusi A., Massaro E., *Statistics and mapping of asteroid concentrations in the proper elements space*, 1978, A&AS, **34**, 81
- Chesley S. R., Chodas P. W., Milani A., Valsecchi G. B., Yeomans D. K., *Quantifying the Risk Posed by Potential Earth Impacts*, 2002, Icarus, **159**, 423
- Chambers J. E., *A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies*, 1999, MNRAS, **304**, 793
- Chapman C. R., Johnson T. V., McCord T. B., *A Review of Spectrophotometric Studies of Asteroids*, 1971, NASSP, **267**, 51
- Chapman, C. R., Salisbury, J. W., *Comparisons of meteorite and asteroid spectral reflectivities*, 1973, Icarus, **19**, 507
- Chapman, C. R., Morrison, D., & Zellner B., *Surface properties of asteroids - A synthesis of polarimetry, radiometry, and spectrophotometry*, 1975, Icarus, **25**, 104
- Chapman, C. R.; Ryan, E. V.; Merline, W. J.; Neukum, G.; Wagner, R.; Thomas, P. C.; Veverka, J.; Sullivan, R. J., *Cratering on Ida*, 1996, Icarus, **120**, 77
- Clark, B.E., Ockert-Bell, M.E., Cloutis, E.A., Nesvorný, D., Mothé-Diniz, T., Bus, S.J., *Spectroscopy of K-complex asteroids: Parent bodies of carbonaceous meteorites?*, 2009, Icarus, **202**, 119



- Cloutis, E.A., Hiroi, T., Gaffey, M.J., Alexander, C.M.O., Mann, P., *Spectral reflectance properties of carbonaceous chondrites: 1. CI chondrites*, 2011a, *Icarus*, **212**, 180
- Cloutis, E.A., Hudon, P., Hiroi, T., Gaffey, M.J., Mann, P., *Spectral reflectance properties of carbonaceous chondrites: 2. CM chondrites*, 2011b, *Icarus*, **216**, 309
- Ciesla F. J., Cuzzi J. N., *The evolution of the water distribution in a viscous protoplanetary disk*, 2006, *Icarus*, **181**, 178
- Cibulková H., Brož M., Benavidez P. G., *A six-part collisional model of the main asteroid belt*, 2014, *Icarus*, **241**, 358
- Cellino A., Zappala V., Farinella P., *The size distribution of main-belt asteroids from IRAS data*, 1991, *MNRAS*, **253**, 561
- Cellino A., Zappala V., *Asteroid 'clans': Super-families or multiple events?*, 1993, *CeMDA*, **57**, 37
- Cellino A., Michel P., Tanga P., Zappalà V., Paolicchi P., Dell'Oro A., *The Velocity-Size Relationship for Members of Asteroid Families and Implications for the Physics of Catastrophic Collisions*, 1999, *Icarus*, **141**, 79
- Cellino A., Zappalà V., Doressoundiram A., Di Martino M., Bendjoya P., Dotto E., Migliorini F., *The Puzzling Case of the Nysa-Polana Family*, 2001, *Icarus*, **152**, 225
- Cellino A., Bus S. J., Doressoundiram A., Lazzaro D., *Spectroscopic Properties of Asteroid Families*, 2002, *Asteroids III*, W. F. Bottke Jr., A. Cellino, P. Paolicchi, and R. P. Binzel(eds), University of Arizona Press, Tucson
- Connelly, J.N., Bizzarro, M., Krot, A.N., Nordlund, A., Wielandt, D., Ivanova, M.A., *The Absolute Chronology and Thermal Processing of Solids in the Solar Protoplanetary Disk*, 2012, *Science*, **338**, 651
- M. Connors, P. Wiegert, C. Veillet, *Earth's Trojan asteroid*, 2011, *Nature*, **475**, 481
- Danby J.M.A., *Fundamentals of celestial mechanics*, 1962, Willmann-Bell Inc., Richmond, Virginia
- Delisle, J.-B., Laskar, J. , *Chaotic diffusion of the Vesta family induced by close encounters with massive asteroids*, 2012, *A&A*, **540**, A118.
- Delbo M., Gayon-Markt J., Busso G., Brown A., Galluccio L., Ordenovic C., Bend-

- joya P., Tanga P., *Asteroid spectroscopy with Gaia*, 2012, P&SS, **73**, 86
- Dell'Oro A., Paolicchi P., *A new way to estimate the distribution of encounter velocity among the asteroids*, 1997, P&SS, **45**, 779
- Dell'Oro A., Paolicchi P., *Statistical Properties of Encounters among Asteroids: A New, General Purpose, Formalism*, 1998, Icarus, **136**, 328
- Deer, W. A., Howie, R. A., and Zussman, J., *An Introduction To The Rock Forming Minerals*, 1966, Addison Wesley Longman Limited, Essex, England
- DeMeo F. E., Binzel R. P., Slivan S. M., Bus S. J., *An extension of the Bus asteroid taxonomy into the near-infrared*, 2009, Icarus, **202**, 160
- DeMeo F. E., Carry B., *The taxonomic distribution of asteroids from multi-filter all-sky photometric surveys*, 2013, Icarus, **226**, 723
- DeMeo F. E., Carry B., *Solar System evolution from compositional mapping of the asteroid belt*, 2014, Nature, **505**, 629
- de la Fuente Marcos, C. and de la Fuente Marcos, R., *Asteroid 2013 ND15: Trojan companion to Venus, PHA to the Earth*, 2014, MNARAS, **439**, 2970
- de León, J., Duffard, R., Licandro, J., Lazzaro, D., *Mineralogical characterization of A-type asteroid(1951) Lick*, 2004, A&A, **422**, L59
- Dohnanyi J. S., *Collisional Model of Asteroids and Their Debris*, 1969, JGR, **74**, 2531
- Dohnanyi J. S., *Fragmentation and Distribution of Asteroids*, 1971, NASSP, **267**, 263
- Dvorak R., Lhotka C., Zhou L., *The orbit of 2010 TK7: possible regions of stability for other Earth Trojan asteroids*, 2012. , A&A, **541**, A127
- Dunn T. L., Cressey G., McSween H. Y. Jr., McCoy T. J., *Analysis of ordinary chondrites using powder X-ray diffraction: 1. Modal mineral abundances*, 2010, MP&S, **45**, 123
- Dykhuis M. J., Greenberg R., *Collisional family structure within the Nysa-Polana complex*, 2015, Icarus, **252**, 199
- Edelson R. A., Krolik J. H., *The discrete correlation function - A new method for analyzing unevenly sampled variability data*, 1988, ApJ, **333**, 646
- Eggl S., Dvorak R., *An Introduction to Common Numerical Integration Codes Used*

- in *Dynamical Astronomy*, 2010, eds, Lecture Notes in Physics Vol. 790, Springer, 431
- Emery, J., Marzari F., Morbidelli A., French L., Grav T., *The Complex History of Trojan Asteroids*, 2015, Asteroids IV, Michel P., DeMeo F.E., and Bottke W.F.(eds.), University of Arizona Press, Tucson
- Farinella P., Froeschlé Ch., Gonczi R., Hahn G., Morbidelli A. and Valsecchi G. B., *Asteroids falling onto the Sun*, 1994, Nature, **371**, 315
- Farinella P., Vokrouhlický D., *Semimajor Axis Mobility of Asteroidal Fragments*, 1999, Science, **283**, 1507
- Ferraz-Mello S., *Estimation of Periods from Unequally Spaced Observations*, 1981, AJ, **86**, 619
- Forbes E. G., *Gauss and the Discovery of Ceres*, 1971, JHA, **2**, 195
- Fujiwara, A., Kawaguchi, J., Yeomans, D.K., Abe, M., Mukai, T., Okada, T., Saito, J., Yano, H., Yoshikawa, M., Scheeres, D.J. et al., *The Rubble-Pile Asteroid Itokawa as Observed by Hayabusa*, 2006, Science , **312**, 1330
- Gallardo, T., *Atlas of the mean motion resonances in the Solar System*, 2006, Icarus, **184**, 29
- Gaffey M. J., McCord T. B., *Asteroid surface materials - Mineralogical characterizations from reflectance spectra*, 1978, SSRv, **21**, 555
- Gaffey M. J., Burbine T. H., Piatek J. L., Reed K. L., Chaky D. A., Bell J. F., Brown R. H., *Mineralogical variations within the S-type asteroid class*, 1993, Icarus, **106**, 573
- Gaffey M. J., Cloutis E. A., Kelley M. S., Reed K. L., 2002, *Mineralogy of Asteroids*, Asteroids III(Bottke, W. F. Jr., Cellino, A., Paolicchi, P., Binzel, R. P., eds.) pp. 83-204. The University of Arizona Press, Tucson, Arizona
- Gaffey M. J., *One Pyroxene? Two Pyroxenes? Three Pyroxenes? Pyroxene Compositions from Asteroid Spectra*, 2007, Lunar and Planetary Science XXXVIII, Lunar and Planetary Institute, Houston, 1618
- Galiazzo M. A., Bazzò A. , Dvorak R., *The Hungaria Asteroids: close encounters and impacts with terrestrial planets*, 2014, Memorie del Soc. Astronomica Italiana, **26**, 38

- Gladman, B. J., Migliorini, F., Morbidelli, A., Zappala, V., Michel, P., Cellino, A., Froeschle, C., Levison, H. F., Bailey, M., Duncan, M., *Dynamical lifetimes of objects injected into asteroid belt resonances*, 1997, *Science*, **277**, 197
- Gladman B. J., et al., *On the asteroid belt's orbital and size distribution*, 2009, *Icarus*, **202**, 104
- Gomes R., Levison H. F., Tsiganis K., and Morbidelli A., *Origin of the cataclysmic Late Heavy Bombardment period of the terrestrial planets*, 2005, *Nature*, **435**, 466
- Goffin E., *Astrometric asteroid masses: a simultaneous determination*, 2014, *A&A*, **565**, A56
- Granvik M., Morbidelli, A., Jedicke, R., Bolin, B., Bottke, W. F., Beshore, E., Vokrouhlický, D., Delbó, M., Michel, P., *Super-catastrophic disruption of asteroids at small perihelion distances*, 2016, *Nature*, **530**, 303
- Granvik M., Morbidelli A., Vokrouhlický D., Bottke W. F., Nesvorný D., Jedicke R., *Escape of asteroids from the main belt*, 2017, *A&A*, **598**, A52
- Gradie J., Tedesco E., *Compositional structure of the asteroid belt*, 1982, *Science*, **216**, 1405
- Gradie J. C., Chapman C. R., Tedesco E. F., *Distribution of taxonomic classes and the compositional structure of the asteroid belt*, 1989, *Asteroids II*, Tucson, University of Arizona Press
- Grav, T., Mainzer, A. K., Bauer, J. M., Masiero, J. R., & Nugent, C. R., *WISE/NEOWISE Observations of the Jovian Trojan Population: Taxonomy*, 2012, *Astrophys. J.*, **759**, 49
- Hardersen P. S., Gaffey M. J., Abell P. A., *Mineralogy of Asteroid 1459 Magnya and implications for its origin*, 2004, *Icarus*, **167**, 170
- Hardersen P. S., Reddy V., Roberts R., Mainzer A., *More chips off of Asteroid(4) Vesta: Characterization of eight Vestoids and their HED meteorite analogs*, 2014, *Icarus*, **242**, 269
- Harris, A. W., *A Thermal Model for Near-Earth Asteroids*, 1998, *Icarus*, **131**, 291
- Harris, A.W., Lagerros, J.S.V., *Asteroids in the Thermal Infrared*, 2002, *Asteroids III*, W. F. Bottke Jr., A. Cellino, P. Paolicchi, and R. P. Binzel(eds), University of Arizona Press, Tucson

- Harris A. W., Mueller M., Delbó M., Bus S. J., *Physical characterization of the potentially hazardous high-albedo Asteroid(33342) 1998 WT 24 from thermal-infrared observations*, 2007, *Icarus*, **188**, 414
- Harris, A.W., Warner, B.D., and Pravec, P., 2016, NASA Planetary Data System
- Hilton J. L., Seidelmann P. K., Middour J., *Prospects for Determining Asteroid Masses*, 1996, *AJ*, **112**, 2319
- Hirayama K., *Groups of asteroids probably of common origin*, 1918, *AJ*, **31**, 185
- Hirayama K., *Families of Asteroids*, 1922, *JaJAG*, **1**, 55
- Hirayama K., *Families of Asteroids. Second Paper*, 1927, *JaJAG*, **5**, 137
- Holsapple K.A., *Spin limits of Solar System bodies: From the small fast-rotators to 2003 EL61*, 2007, *Icarus*, **187**, 500
- Ivezić Ž., Tabachnik, S., Rafikov, R., Lupton, R. H., Quinn, T., Hammergren, M., Eyer, L., Chu, J., Armstrong, J. C., Fan, X. et al., *Solar System Objects Observed in the Sloan Digital Sky Survey Commissioning Data*, 2001, *AJ*, **122**, 2749
- Ivezić Ž., Lupton, R. H., Jurić, M., Tabachnik, S., Quinn, T., Gunn, J. E., Knapp, G. R., Rockosi, C. M., Brinkmann, J., *Color Confirmation of Asteroid Families*, 2002, *AJ*, **124**, 2943
- Jekhowsky B., *Nouveaux éléments de la planète(1040) Klumpkea*, 1929, *JO*, **12**, 121
- Jenniskens, P., Shaddad, M. H., Numan, D., Elsir, S., Kudoda, A. M., Zolensky, M. E., Le, L., Robinson, G. A., Friedrich, J. M., Rumble, D. et al., *The impact and recovery of asteroid 2008 TC3*, 2009, *Nature*, **458**, 485
- Jewitt D., *A First Look at the Damocloids*, 2005, *AJ*, **129**, 530
- Jewitt D., Hsieh H., Agarwal J., 2015, Michel P., DeMeo F.E., and Bottke W.F.(eds.), University of Arizona Press, Tucson
- Jones R. L., Chesley, S. R., Connolly, A. J., Harris, A. W., Ivezić, Z., Knezevic, Z., Kubica, J., Milani, A., Trilling, D. E., *Solar System Science with LSST*, 2009, *EM&P*, **105**, 101
- Jutzi M., Benz W., Michel P, *Numerical simulations of impacts involving porous bodies. I. Implementing sub-resolution porosity in a 3D SPH hydrocode*, 2008, *Icarus*, **198**, 242
- Jutzi M., Michel P., Hiraoka K., Nakamura A. M., Benz W., *Numerical simulations*

- of impacts involving porous bodies. II. Comparison with laboratory experiments*, 2009, *Icarus*, **201**, 802
- Juric M., Ivezić Z., Lupton R., SDSS Collaboration, *The SDSS Moving Object Catalog, Asteroid Data Release 4*, 2007, *AAS*, **39**, 828
- Kaluna, H. M., Masiero, J. R., Meech, K. J., *Space weathering trends among carbonaceous asteroids*, 2016, *Icarus*, **264**, 62
- Keil K., Haack H., Scott E. R. D., *Catastrophic fragmentation of asteroids: Evidence from meteorites*, 1994, *P&SS*, **42**, 1109
- Kozai Y., *The dynamical evolution of the Hirayama family*, 1979, Tucson, Ariz., University of Arizona Press
- Kovacevic A., Kuzmanoski M., *The Mass of(1) Ceres Obtained from Four Close Encounters*, 2005, *SerAJ*, **171**, 37
- Klafke J. C., Ferraz-Mello S., Michtchenko T. , *Very high-eccentricity librations at some higher-order resonances*, 1992, *IAU Symp*, **152**, 153
- Knežević Z., Milani A., Farinella P., Froeschle C., Froeschle C., *Secular resonances from 2 to 50 AU*, 1991, *Icarus*, **93**, 316
- Knežević Z., Milani A., *Synthetic Proper Elements for Outer Main Belt Asteroids*, 2000, *CeMDA*, **78**, 17
- Knežević Z., Pavlović R., *Young Age for the Veritas Asteroid Family Confirmed?*, 2002, *EM&P*, **88**, 155
- Knežević Z., Milani A., *Proper element catalogs and asteroid families*, 2003, *A&A*, **403**, 1165
- Knežević Z., Milani A., Cellino A., Novaković B., Spoto F., Paolicchi P., *Automated Classification of Asteroids into Families at Work*, 2014, *IAUS*, **310**, 130
- Knežević Z., *Asteroid Family Identification: History and State of the Art*, 2016, *IAUS*, **318**, 16
- Krot A. N., Keil K., Scott E. R. D., Goodrich C. A., Weisberg M. K., *Classification of Meteorites and Their Genetic Relationships*, 2014, *Meteorites and Cosmochemical Processes*, Volume 1 of *Treatise on Geochemistry*(Second Edition), Elsevier, Edited by Andrew M. Davis
- Kryszczyńska A., La Spina A., Paolicchi P., Harris A. W., Breiter S., Pravec P.,

- New findings on asteroid spin-vector distributions*, 2007, *Icarus*, **192**, 223
- Kresák L., *Relation of meteor orbits to the orbits of comets and asteroids*, 1967, *SCoA*, **11**, 9
- Kuzmanoski M., Apostolovska G., Novaković B., *The Mass of(4) Vesta Derived from its Largest Gravitational Effects*, 2010, *AJ*, **140**, 880
- Lecar M., Podolak M., Sasselov D., Chiang E., *On the Location of the Snow Line in a Protoplanetary Disk*, 2006, *ApJ*, **640**, 1115
- Levison H. F., *Comet Taxonomy*, 1996, *ASPC*, **107**, 173
- Levison H.F., Morbidelli A., Tsiganis K., Nesvorný D., and Gomes R., *Late Orbital Instabilities in the Outer Planets Induced by Interaction with a Self-gravitating Planetesimal Disk*, 2011, *AJ*, **142**, 152
- Lebofsky, L. A., Sykes, M. V., Tedesco, E. F., Veeder, G. J., Matson, D. L., Brown, R. H., Gradie, J. C., Feierberg, M. A., & Rudy, R. J., *refined 'standard' thermal model for asteroids based on observations of 1 Ceres and 2 Pallas*, 1986, *Icarus*, **68**, 239
- Lebofsky, L. A. & Spencer, J. R., *Radiometry and a thermal modeling of asteroids*, 1989, *Asteroids II*, Tucson, University of Arizona Press
- Lemaitre A., Morbidelli A., *Proper elements for highly inclined asteroidal orbits*, 1994, *CeMDA*, **60**, 29
- Leinhardt Z. M., Stewart S. T., *Full numerical simulations of catastrophic small body collisions*, 2009, *Icarus*, **199**, 542
- Leinhardt Z. M., Stewart S. T., *Collisions between Gravity-dominated Bodies. I. Outcome Regimes and Scaling Laws*, 2012, *ApJ*, **745**, 79.
- Lindblad B. A., Southworth R. B., *A Study of Asteroid Families and Streams by Computer Techniques*, 1971, *NASSP*, **267**, 337
- Lundgaard K. L., Bizzarro M., Baker J. A., Haack H., *Are Chondrites Older than Achondrites? The Tale of Al-26*, 2004, *M&PSA*, **39**, 513
- Mainzer A., Bauer, J., Grav, T., Masiero, J., Cutri, R. M., Dailey, J., Eisenhardt, P., McMillan, R. S., Wright, E., Walker, R. et al., *Preliminary Results from NEOWISE: An Enhancement to the Wide-field Infrared Survey Explorer for Solar System Science*, 2011, *ApJ*, **731**, 53

- Mainzer A., Grav, T., Masiero, J., Bauer, J., McMillan, R. S., Giorgini, J., Spahr, T., Cutri, R. M., Tholen, D. J., Jedicke, R. et al., *Characterizing Subpopulations within the near-Earth Objects with NEOWISE: Preliminary Results*, 2012, ApJ, **752**, 110
- Margot J.L., *A Quantitative Criterion for Defining Planets*, 2015, AJ, **150**, 185
- Marzari F., Tricarico P., Scholl H, *Stability of Jupiter Trojans investigated using frequency map analysis: the MATROS project*, 2003a, MNRAS, **345**, 1091
- Marzari F., Tricarico P., Scholl H, *The MATROS project: Stability of Uranus and Neptune Trojans. The case of 2001 QR322*, 2003b, A&A, **410**, 725
- Marzari F., Rossi A., Scheeres D. J., *Combined effect of YORP and collisions on the rotation rate of small Main Belt asteroids*, 2011, Icarus, **214**, 622
- Marzari F., Scholl H, *Long term stability of Earth Trojans*, 2013, CeMDA, **117**, 91
- Masiero J. R., Mainzer, A. K., Grav, T., Bauer, J. M., Cutri, R. M., Dailey, J., Eisenhardt, P. R. M., McMillan, R. S.; Spahr, T. B., Skrutskie, M. F., Tholen, D., Walker, R. G. et al., *Main Belt Asteroids with WISE/NEOWISE. I. Preliminary Albedos and Diameters*, 2011, ApJ, **741**, 68-88
- Masiero J. R., Mainzer A. K., Grav T., Bauer J. M., Jedicke R., *Revising the Age for the Baptistina Asteroid Family Using WISE/NEOWISE Data*, 2012, ApJ, **759**, 14
- Masiero J. R., Mainzer A. K., Bauer J. M., Grav T., Nugent C. R., Stevenson R., *Asteroid Family Identification Using the Hierarchical Clustering Method and WISE/NEOWISE Physical Properties*, 2013, ApJ, **770**, 7
- Masiero J. R., DeMeo F. E., Kasuga T., Parker A. H., *Asteroid Family Physical Properties*, 2015, Asteroids IV, Michel P., DeMeo F.E., and Bottke W.F.(eds.), University of Arizona Press, Tucson
- McCord, T. B., Addis, J. B., Johnson, T.V., *Asteroid Vesta: Spectral Reflectivity and Compositional Implications*, 1970, Science, **168**, 1445
- McCord, T. B., Gaffey, C. R., *Asteroids - Surface composition from reflection spectroscopy*, 1974, Science, **186**, 352
- McCord, T. B., Chapman, C., *Asteroids - Spectral reflectance and color characteristics*, 1975a, ApJ, **195**, 553



- McCord, T. B., Chapman, C., *Asteroids - Spectral reflectance and color characteristics. II*, 1975b, ApJ., **197**, 781
- McEachern, F.M., Čuk M., Stewart S.T., *Dynamical evolution of the Hungaria asteroids*, 2010, Icarus, **210**, 644
- Minton D. A., Malhotra R., *A record of planet migration in the main asteroid belt*, 2009, Nature, **457**, 1109
- Michalak G., *Determination of asteroid masses — I.(1) Ceres,(2) Pallas and(4) Vesta*, 2000, A&A, **360**, 363
- Michalak G., *Determination of asteroid masses. II.(6) Hebe,(10) Hygiea,(15) Eunomia,(52) Europa,(88) Thisbe,(444) Gyptis,(511) Davida and(704) Interamnia*, 2001, A&A, **374**, 703
- Michel P., Migliorini F., Morbideli A., Zappalà V., *The Population of Mars-Crossers: Classification and Dynamical Evolution*, 2000, Icarus, **145**, 332
- Michel P., Benz W., Richardson D. C., *Disruption of fragmented parent bodies as the origin of asteroid families*, 2003, Nature, **421**, 608
- Michel P., Benz W., Richardson D. C., *Catastrophic disruption of pre-shattered parent bodies*, 2004, Icarus, **168**, 420
- Michel P., Richardson D. C., Durda D. D., Jutzi M., Asphaug E., *Collisional Formation and Modeling of Asteroid Families*, 2015, Asteroids IV, Michel P., DeMeo F.E., and Bottke W.F.(eds.), University of Arizona Press, Tucson
- Michtchenko T. A., Lazzaro D., Carvano J. M., Ferraz-Mello S., *Dynamic picture of the inner asteroid belt: implications for the density, size and taxonomic distributions of real objects*, 2010, MNRAS, **401**, 2499
- Migliorini F., Zappalà V., Vio R., Cellino A., *Interlopers within asteroid families.*, 1995, Icarus, **118**, 271
- Migliorini, F., P. Michel, A. Morbidelli, D. Nesvorný, V. Zappalá, *Origin of Multi-kilometer Earth- and Mars-Crossing Asteroids: A Quantitative Simulation*, 1998, Science, **281**, 2022
- Migliorini A., De Sanctis M. C., Lazzaro D., Ammannito E., *Spectral characterization of V-type asteroids outside the Vesta family*, 2017, MNRAS, **464**, 1718
- Mignard F., Cellino, A., Muinonen, K., Tanga, P., Delbó, M., Dell’Oro, A., Granvik,

- M., Hestroffer, D., Mouret, S., Thuillot, W., Virtanen, J., *The Gaia Mission: Expected Applications to Asteroid Science*, 2007, EM&P, **101**, 97
- Milani A., Nobili A. M., *Integration error over very long time spans*, 1988, CeMec, **43**, 1
- Milani A., Knežević Z., *Secular perturbation theory and computation of asteroid proper elements*, 1990, CeMDA, **49**, 347
- Milani A., Knežević Z., *Asteroid proper elements and secular resonances*, 1992, Icarus, **98**, 211
- Milani A. and Nobili A. M., *An example of stable chaos in the solar system*, 1992, Nature, **357**, 569
- Milani A., *The Trojan asteroid belt: Proper elements, stability, chaos and families*, 1993, CeMDA, **57**, 59
- Milani A., Farinella P., *The age of the Veritas asteroid family deduced by chaotic chronology*, 1994, Nature, **370**, 40
- Milani A., Knežević Z., *Asteroid proper elements and the dynamical structure of the asteroid main belt*, 1994, Icarus, **107**, 219
- Milani A., Nobili A. M., Knežević Z., *Stable chaos in the asteroid belt*, 1997, Icarus, **125**, 13
- Milani A., Knežević Z., Novaković B., Cellino A., *Dynamics of the Hungaria asteroids*, 2010, Icarus, **207**, 769
- Milani A., Cellino A., Knežević Z., Novaković B., Spoto F., Paolicchi P., *Asteroid families classification: Exploiting very large datasets*, 2014, Icarus, **239**, 46
- Milani A., Spoto F., Knežević Z., Novaković B., Tsirvoulis G., *Families classification including multiopposition asteroids*, 2016, IAUS, **318**, 28
- Milani A., Knežević Z., Spoto F., Cellino A., Novaković B., Tsirvoulis G., *On the ages of resonant, eroded and fossil asteroid families*, 2017, Icarus, **288**, 240
- Milić Žitnik I., Novaković B., *The Role of Mean-motion Resonances in Semimajor Axis Mobility of Asteroids*, 2016, ApJ, **816**, L31
- Merline W. J., Close, L. M., Dumas, C., Chapman, C. R., Roddier, F., Menard, F., Slater, D. C., Duvert, G., Shelton, C., Morgan, T., *Discovery of a moon orbiting the asteroid 45 Eugenia*, 1999, Nature, **401**, 565

- Morbidelli A., Henrard J., *Secular resonances in the asteroid belt - Theoretical perturbation approach and the problem of their location*, 1991a, CeMDA, **51**, 169
- Morbidelli A., Henrard J., *The main secular resonances  $\nu_6$ ,  $\nu_5$  and  $\nu_{16}$  in the asteroid belt*, 1991b, CeMDA, **51**, 131
- Morbidelli, A., Moons, M., *Numerical evidence on the chaotic nature of the 3/1 mean motion commensurability*, 1995, Icarus, **115**, 60
- Morbidelli, A., Thomas, F., Moons, M., *The Resonant Structure of the Kuiper Belt and the Dynamics of the First Five Trans-Neptunian Objects*, 1995, Icarus, 118, 322
- Morbidelli, A.; Bottke, W. F., Jr.; Froeschlé, Ch.; Michel, P., *Origin and Evolution of Near-Earth Objects*, 2002, Asteroids III, W. F. Bottke Jr., A. Cellino, P. Paolicchi, and R. P. Binzel(eds), University of Arizona Press, Tucson
- Morbidelli, A., *Modern celestial mechanics*, 2002, Taylor & Francis
- Morbidelli A., Vokrouhlický D., *The Yarkovsky-driven origin of near-Earth asteroids*, 2003, Icarus, **163**, 120
- Morbidelli A., Levison H. F., Tsiganis K., and Gomes R., *Chaotic capture of Jupiter's Trojan asteroids in the early Solar System*, 2005, Nature, **435**, 462
- Morrison, D., Chapman, C. R., Steel, D., and Binzel R. P., *Mitigation of Hazardous Comets and Asteroids*, 2004, Cambridge University Press
- Mothé-Diniz T., Carvano J. M. á., Lazzaro D., *Distribution of taxonomic classes in the main belt of asteroids*, 2003, Icarus, **162**, 10
- Mothé-Diniz T., Carvano J. M., *221 Eos: a remnant of a partially differentiated parent body?*, 2005, A&A, **442**, 727
- Mothé-Diniz, T., Carvano, J. M., Bus, S. J., Duffard, R., Burbine, T. H., *Mineralogical analysis of the Eos family from near-infrared spectra*, 2008, Icarus, **195**, 277
- Morrison, D., *Determination of Radii of Satellites and Asteroids from Radiometry and Photometry*, 1973, Icarus, **19**, 1
- Moskovitz N. A., Willman M., Burbine T. H., Binzel R. P., Bus S. J., *A spectroscopic comparison of HED meteorites and V-type asteroids in the inner Main Belt*, 2010, Icarus, **208**, 773

- Nathues A., Mottola S., Kaasalainen M., Neukum G., *Spectral study of the Eunomia asteroid family. I. Eunomia*, 2005, *Icarus*, **175**, 452
- Nesvorný, D., & Morbidelli, A., *Three-Body Mean Motion Resonances and the Chaotic Structure of the Asteroid Belt*, 1998, *AJ*, **116**, 3029
- Nesvorný D., Ferraz-Mello S., Holman M., Morbidelli A., *Regular and Chaotic Dynamics in the Mean-Motion Resonances: Implications for the Structure and Evolution of the Asteroid Belt*, 2002, *Asteroids III*, W. F. Bottke Jr., A. Cellino, P. Paolicchi, and R. P. Binzel(eds), University of Arizona Press, Tucson
- Nesvorný D., Dones L., *How Long-Lived Are the Hypothetical Trojan Populations of Saturn, Uranus, and Neptune?*, 2002, *Icarus*, **160**, 271
- Nesvorný D., Bottke W. F., Jr., Dones L., Levison H. F., *The recent breakup of an asteroid in the main-belt region*, 2002, *Nature*, **417**, 720
- Nesvorný D., Bottke W. F., Levison H. F., Dones L., *Recent Origin of the Solar System Dust Bands*, 2003, *ApJ*, **591**, 486
- Nesvorný D., Bottke W. F., *Detection of the Yarkovsky effect for main-belt asteroids*, 2004, *Icarus*, **170**, 324
- Nesvorný D., Jedicke R., Whiteley R. J., Ivezić Ž., *Evidence for asteroid space weathering from the Sloan Digital Sky Survey*, 2005, *Icarus*, **173**, 132
- Nesvorný D., Vokrouhlický D., Bottke W. F., *The Breakup of a Main-Belt Asteroid 450 Thousand Years Ago*, 2006, *Science*, **312**, 1490
- Nesvorný D., Vokrouhlický D., *New Candidates for Recent Asteroid Breakups*, 2006, *AJ*, **132**, 1950
- Nesvorný D., Bottke W. F., Vokrouhlický D., Sykes M., Lien D. J., Stansberry J., *Origin of the Near-Ecliptic Circumsolar Dust Band*, 2008, *ApJ*, **679**, L143
- Nesvorný, D., Vokrouhlický, D., Morbidelli, A., *Capture of Trojans by Jumping Jupiter*, 2013, *ApJ*, **768**, 45
- Nesvorný D., Brož M., Carruba V., *Identification and Dynamical Properties of Asteroid Families*, 2015, eds, *Asteroids IV*, Michel P., DeMeo F.E., and Bottke W.F.(eds.), University of Arizona Press, Tucson
- Novaković B., *Portrait of Theobalda as a young asteroid family*, 2010, *MNRAS*, **407**, 1477

- Novaković B., Tsiganis K., Knežević Z., *Chaotic transport and chronology of complex asteroid families*, 2010, MNRAS, **402**, 1263
- Novaković B., Cellino A., Knežević Z., *Families among high-inclination asteroids*, 2011, Icarus, **216**, 69
- Novaković B., Dell’Oro A., Cellino A., Knežević Z., *Recent collisional jet from a primitive asteroid*, 2012, MNRAS, **425**, 338
- Novaković B., Hsieh H. H., Cellino A., *P/2006 VW139: a main-belt comet born in an asteroid collision?*, 2012, MNRAS, **424**, 1432
- Novaković B., Hsieh H. H., Cellino A., Micheli M., Pedani M., *Discovery of a young asteroid cluster associated with P/2012 F5(Gibbs)*, 2014, Icarus, **231**, 300
- Novaković, B., Maurel, C., Tsirvoulis, G., Knežević, Z., *Asteroid Secular Dynamics: Ceres Fingerprint Identified*, 2015, ApJ Letters, **807**, L5
- Öpik E. J., *Collision probability with the planets and the distribution of planetary matter*, 1951, Proc. R. Irish Acad., **54**, 165
- Öpik E. J., *Interplanetary encounters - Close-range gravitational interactions*, 1976, Elsevier, Amsterdam
- Ostro S. J., *Groundbased Radar Investigations of Asteroids and Planetary Satellites*, 2002, ASSL, **278**, 59
- Petit J.-M., Farinella P., *Modelling the outcomes of high-velocity impacts between small solar system bodies*, 1993, CeMDA, **57**, 1
- Pieters C. M., McFadden L. A., *Meteorite and Asteroid Reflectance Spectroscopy: Clues to Early Solar System Processes*, 1994, AREPS, **22**, 457
- Pitjeva E.V., Pitjev N.P., *Masses of asteroids and total mass of the main asteroid belt*, 2016, Asteroids, New Observations, New Models, Proceedings IAUS, **318**, 212
- Popescu M., Licandro, J., Morate, D., de León, J., Nedelcu, D. A., Rebolo, R., McMahon, R. G., Gonzalez-Solares, E., Irwin, M., *Near-infrared colors of minor planets recovered from VISTA-VHS survey(MOVIS)*, 2016, A&A, **591**, A115
- Pravec P., Harris A. W., *Fast and Slow Rotation of Asteroids*, 2000, Icarus, **148**, 12
- Parker A., Ivezić Ž., Jurić M., Lupton R., Sekora M. D., Kowalski A., *The size distributions of asteroid families in the SDSS Moving Object Catalog 4*, 2008,

- Icarus, **198**, 138
- Radović V., Novaković B., Carruba V., Marčeta D., *An automatic approach to exclude interlopers from asteroid families*, 2017, MNRAS, doi: 10.1093/mnras/stx1273
- Radović V., *Limitations of backward integration method for asteroid families age estimation*, 2017, MNRAS, doi: 10.1093/mnras/stx1418
- Rayman M., Fraschetti T., Raymond C., Russell, C., *Dawn: A mission in development for exploration of main belt asteroids Vesta and Ceres*, 2006, Acta Astronautica, **58**, 605-616
- Reddy V., Nathues A., Gaffey M. J., Schaeff, S., *Mineralogical characterization of potential targets for the ATEX mission scenario*, 2011, P&SS, **59**, 772
- Remo J. L., *Classifying Solid Planetary Bodies*, 2007, AIPC, **886**, 284
- Robutel P., Gabern F., *The resonant structure of Jupiter's Trojan asteroids - I. Long-term stability and diffusion*, 2006, MNRAS, **372**, 1463
- Rosaev A., Plávalová E., *On the young family of 18777 Hobson*, 2017, Icarus, **282**, 326
- Rubincam D. P., *Asteroid orbit evolution due to thermal drag*, 1995, JGR, **100**, 1585
- Russell C. T., Coradini, A., Christensen, U., De Sanctis, M. C., Feldman, W. C., Jaumann, R., Keller, H. U., Konopliv, A. S., McCord, T. B., McFadden, L. A. et al., *Dawn: A journey in space and time*, 2004, P&SS, **52**, 465-489
- Russell C. T., Raymond, C. A.; Ammannito, E., Buczkowski, D. L., De Sanctis, M. C., Hiesinger, H., Jaumann, R., Konopliv, A. S., McSween, H. Y., Nathues, A. et al., *Dawn arrives at Ceres: Exploration of a small, volatile-rich world*, 2012, Science, **353**, 1006
- Saha P., *Simulating the 3:1 Kirkwood gap*, 1992, Icarus, **100**, 434
- Sanchez J. A., Michelsen R., Reddy V., Nathues A., *Surface composition and taxonomic classification of a group of near-Earth and Mars-crossing asteroids*, 2013, Icarus, **225**, 131
- Sawyer Hogg H., *Out of Old Books (The Titius-Bode Law and the Discovery of Ceres)*, 1948, JRASC, **42**, 241
- Scholl H., Marzari F., Tircarico P., *The Instability of Venus Trojans*, 2005a, AJ,

130, 2912

- Scholl H., Marzari F., Tricarico P., *Dynamics of Mars Trojans*, 2005a, *Icarus*, **175**, 397
- Schubart J., *Three characteristic parameters of orbits of Hilda-type asteroids*, 1982, *A&A*, **114**, 200
- Schubart J., *Numerical determination of proper inclinations of Hilda-type asteroids*, 1982, *CeMec*, **28**, 189
- Schubart J., *Additional results on orbits of Hilda-type asteroids*, 1991, *A&A*, **241**, 297
- Somenzi L., Fienga A., Laskar J., Kuchynka P., *Determination of asteroid masses from their close encounters with Mars*, 2010, *P&SS*, **58**, 858
- Spoto F., Milani A., Knežević Z., *Asteroid family ages*, 2015, *Icarus*, **257**, 275
- Standish E. M., Hellings R. W., *A determination of the masses of Ceres, Pallas, and Vesta from their perturbations upon the orbit of Mars*, 1989, *Icarus*, **80**, 326
- S.A. Stern, H.F. Levison, *Regarding the criteria for planethood and proposed planetary classification schemes*, 2002, *Highlights of Astronomy*, **12**, 205
- Stephens R. D., *Photometry of 769 Tatjana, 818 Kapteyna, 1922 Zulu, and 3687 Dzus*, 2002, *MPBu*, **29**, 47
- Sunshine J. M., Pieters C. M., and Pratt S. F., *Deconvolution of Mineral Absorption Bands: An Improved Approach*, 1990, *J. Geophys. Res.*, **95**, 6955
- Sunshine, J.M., Connolly, H.C., McCoy, T.J., Bus, S.J., La Croix, L.M., *Ancient Asteroids Enriched in Refractory Inclusions*, 2008, *Science*, **320**, 514
- Sutherland, W., Emerson, J., Dalton, G., Atad-Ettedgui, E., Beard, S., Bennett, R., Bezawada, N., Born, A., Caldwell, M., Clark, P. et al. *The Visible and Infrared Survey Telescope for Astronomy(VISTA): Design, technical overview, and performance*, 2015, *A&A*, **575**, A25
- Tholen D. J., *Asteroid taxonomy from cluster analysis of photometry*, 1984, PhDT, University of Arizona, Tucson, USA
- Tholen D. J., Barucci M. A., *Asteroid taxonomy*, 1989, *Asteroids II*, Tucson, University of Arizona Press
- Tedesco, E.F., Zappalá, V., *Rotational properties of asteroids. Correlations and se-*

- lection effects* , 1980, *Icarus*, **43**, 33
- Tedesco E. F., Noah P. V., Noah M., Price S. D., *The Supplemental IRAS Minor Planet Survey*, 2002, *AJ*, **123**, 1056
- Tedesco E., Desert F.X., *The Infrared Space Observatory Deep Asteroid Search*, 2002, *AJ*, **123**, 2070
- Todorović N., *The precise and powerful chaos of the 5:2 mean motion resonance with Jupiter*, 2017, *MNRAS*, **465**, 4441
- Tsirvoulis G., Novaković B., *Secular resonances with Ceres and Vesta*, 2016, *Icarus*, **280**, 300
- Tsirvoulis G., Morbidelli A., Delbo M., Tsiganis K., *Reconstructing the size distribution of the primordial Main Belt*, 2017, *Icarus*, doi: 10.1016/j.icarus.2017.05.026
- Tsiganis K., Varvoglis H., Hadjidemetriou J. D., *Stable Chaos in the 12:7 Mean Motion Resonance and Its Relation to the Stickiness Effect*, 2000, *Icarus*, **146**, 240
- Tsiganis K., Varvoglis H., Dvorak R., *Chaotic Diffusion And Effective Stability of Jupiter Trojans*, 2005a, *CeMDA*, **92**, 71
- Tsiganis K., Gomes R., Morbidelli A., and Levison H., *Origin of the orbital architecture of the giant planets of the Solar System*, 2005b, *Nature*, **435**, 459
- Tsiganis K., Knežević Z., Varvoglis H., *Reconstructing the orbital history of the Veritas family*, 2007, *Icarus*, **186**, 484
- Usui, F., Kuroda, D., Müller, T.G., Hasegawa, S., Ishiguro, M., Ootsubo, T., Ishihara, D., Kataza, H., Takita, S., Oyabu, S., Ueno, M. et al., *Asteroid Catalog Using Akari: AKARI/IRC Mid-Infrared Asteroid Survey*, 2011, *PASJ*, **63**, 1117
- Vokrouhlický D., Milani A., Chesley S. R., *Yarkovsky Effect on Small Near-Earth Asteroids: Mathematical Formulation and Examples*, 2000, *Icarus*, **148**, 118
- Vokrouhlický D., Brož M., Morbidelli A., Bottke W. F., Nesvorný D., Lazzaro D., Rivkin A. S., *Yarkovsky footprints in the Eos family*, 2006, *Icarus*, **182**, 92
- Vokrouhlický D., Brož M., Bottke W. F., Nesvorný D., Morbidelli A., *Yarkovsky/Y-ORP chronology of asteroid families*, 2006, *Icarus*, **182**, 118
- Vokrouhlický D., Durech, J., Michaowski, T., Krugly, Yu. N., Gaftonyuk, N. M., Kryszczyska, A., Colas, F., Lecacheux, J., Molotov, I., Slyusarev, I. et al., *Datura*



- family: the 2009 update*, 2009, A&A, **507**, 495
- Vokrouhlický D., Nesvorný D., *Half-brothers in the Schulhof Family?*, 2011, AJ, **142**, 26
- Vokrouhlický D., Bottke W. F., Chesley S. R., Scheeres D. J., Statler T. S., *The Yarkovsky and YORP Effects*, 2015, *Asteroids IV*, Michel P., DeMeo F.E., and Bottke W.F.(eds.), University of Arizona Press, Tucson
- Vokrouhlický D., Pravec, P., Durech, J., Bolin, B., Jedicke, R., Kušnirák, P., Galád, A., Hornoch, K., Kryszczyńska, A., Colas, F. et al., *The young Datura asteroid family. Spins, shapes, and population estimate*, 2017, A&A, **598**, A91
- Vinogradova T. A., *Identification of asteroid families in Trojans and Hildas*, 2015, MNRAS, **454**, 2436
- Walsh K. J., Morbidelli A., Raymond S. N., O'Brien D. P., Mandell A. M., *A low mass for Mars from Jupiter's early gas-driven migration*, 2011, Nature, **475**, 206
- Walsh K. J., Delbó M., Bottke W. F., Vokrouhlický D., Lauretta D. S., *Introducing the Eulalia and new Polana asteroid families: Re-assessing primitive asteroid families in the inner Main Belt*, 2013, Icarus, **225**, 283
- Warell J., Lagerkvist C.-I., *Asteroid taxonomic classification in the Gaia photometric system*, 2007, A&A, **467**, 749
- Wetherill G. W., *Collisions in the Asteroid Belt*, 1967, JGR, **72**, 2429
- Wetherill G. W., *Steady state populations of Apollo-Amor objects*, 1979, Icarus, **37**, 96
- Weiss, B.P., and Elkins-Tanton, L.T., *Differentiated Planetesimals and the Parent Bodies of Chondrites*, 2013, Ann. Rev. Earth Planet. Sci., **41**, 529
- Weidenschilling, S. J., Jackson, A. A., *Orbital resonances and Poynting-Robertson drag*, 1993, Icarus, **104**, 244
- Williams J. G., *Secular Perturbations in the Solar System*, 1969, PhDT, University of California, Los Angeles, USA
- Williams J. G., *Secular resonances.*, 1973, BAAS, **5**, 363
- Williams J. G., *Proper elements and family memberships of the asteroids*, 1979, Asteroids, Tucson, Arizona, University of Arizona Press
- Wisdom, J., *The origin of the Kirkwood gaps - A mapping for asteroidal motion*

- near the 3/1 commensurability*, 1982, AJ, **87**, 577
- Xu S., Binzel R. P., Burbine T. H., Bus S. J., *Small main-belt asteroid spectroscopic survey: Initial results*, 1995, Icarus, **115**, 1
- Yoder C.F., *Notes on the origin of the Trojan asteroids*, 1979, Icarus, **40**, 341
- York D. G., Adelman, J., Anderson, J. E., Jr.; Anderson, S. F., Annis, J., Bahcall, N. A., Bakken, J. A., Barkhouser, R., Bastian, S., Berman, E. et al., *The Sloan Digital Sky Survey: Technical Summary*, 2000, AJ, **120**, 1579
- Yurimoto, H., Abe, K., Abe, M., Ebihara, M., Fujimura, A., Hashiguchi, M., Hashizume, K., Ireland, T. R., Itoh, S., Katayama, J. et al., *Oxygen Isotopic Compositions of Asteroidal Materials Returned from Itokawa by the Hayabusa Mission*, 2011, Science, **333**, 1116
- Zappalá V., Cellino A., Farinella P., Knežević Z., *Asteroid families. I - Identification by hierarchical clustering and reliability assessment*, 1990, AJ, **100**, 2030
- Zappalá V., Cellino A., Farinella P., Milani A., *Asteroid families. 2: Extension to unnumbered multiopposition asteroids*, 1994, AJ, **107**, 772
- Zappalá V., Bendjoya P., Cellino A., Farinella P., Froeschlé C., *Asteroid families: Search of a 12,487-asteroid sample using two different clustering techniques.*, 1995, Icarus, **116**, 291
- Zappalà V., Cellino A., Gladman B. J., Manley S., Migliorini F., *NOTE: Asteroid Showers on Earth after Family Breakup Events*, 1998, Icarus, **134**, 176
- Zellner, B., *Polarimetric Albedos of Asteroids*, 1973, Bull. Am. Astron. Soc, **5**, 388
- Zellner B., Bowell E., *Asteroid compositional types and their distributions*, 1977, cami.coll, 185
- Zellner B., Tholen D. J., Tedesco E. F., *The eight-color asteroid survey - Results for 589 minor planets*, 1985, Icarus, **61**, 355

## Prilog A: Ostali rezultati

Tabela 11: Srednje vrednosti SDSS kolora  $a^*$  i geometrijskog albeda  $p_v$  za familije koje su uključene u okviru AFP portala. Kolone su redom: (1) naziv familije, (2) granično rastojanje određeno u prvom koraku algoritma ( $d_{cut}$ ); (3) srednja vrednost SDSS  $a^*$  boja ( $a_m^*$ ), (4) standardna devijacija srednjeg  $a^*$  ( $\sigma_m(a^*)$ ), (5) srednji albedo ( $\overline{p_v}$ ), (6) standardna devijacija srednjeg albeda ( $\sigma(\overline{p_v})$ ), (7) tip familije na osnovu SDSS podataka (T 1); (8) tip familije na osnovu WISE podataka (T 2)

Familija	$d_{cut}$	$a_m^*$	$\sigma_m(a^*)$	$\overline{p_v}$	$\sigma(\overline{p_v})$	T 1	T 2
(5) Astraea	55	0.09	0.03	0.19	0.06	S	S
(10) Hygiea	70	-0.10	0.03	0.07	0.02	C	C
(15) Eunomia	60	0.08	0.03	0.20	0.05	S	S
(20) Massalia	30	0.07	0.04	0.24	0.09	S	S
(24) Themis	70	-0.11	0.03	0.07	0.02	C	C
(27) Euterpe	65	0.13	0.04	0.26	0.09	S	S
(31) Euphrosyne	155	-0.08	0.03	0.06	0.01	C	C
(81) Terpsichore	135	-0.06	0.04	0.06	0.02	C	C
(84) Klio	85	-0.01	0.03	0.09	0.03	C	C
(87) Sylvia	150	-0.07	0.03	0.06	0.02	C	C
(128) Nemesis	50	-0.06	0.04	0.08	0.03	C	C
(135) Hertha	45	0.08	0.03	0.17	0.06	S	S
(145) Adeona	45	-0.09	0.04	0.07	0.02	C	C
(158) Koronis	65	0.09	0.03	0.23	0.07	S	S
(170) Maria	60	0.11	0.03	0.25	0.08	S	S
(221) Eos	70	0.03	0.03	0.13	0.04	S	S
(283) Emma	50	-0.07	0.03	0.05	0.01	C	C
(302) Clarissa	50	-0.11	0.04	0.06	0.02	C	C
(313) Chaldea	110	-0.06	0.03	0.07	0.02	C	C
(329) Svea	185	-0.03	0.03	0.06	0.02	C	C
(363) Padua	55	0.04	0.04	0.07	0.02	S	C
(375) Ursula	85	-0.03	0.03	0.07	0.02	C	C
(396) Aeolia	60	-0.04	0.04	0.10	0.04	C	C

Tabela 11: Srednje vrednosti SDSS kolora  $a^*$  i geometrijskog albeda  $p_v$  za familije koje su uključene u okviru AFP portala. Nastavak.

Familija	$d_{cut}$	$a_m^*$	$\sigma_m(a^*)$	$\overline{p_v}$	$\sigma(\overline{p_v})$	T 1	T 2
(410) Chloris	75	-0.04	0.03	0.11	0.03	C	C
(480) Hansa	300	0.09	0.03	0.26	0.09	S	S
(490) Veritas	30	-0.07	0.03	0.07	0.02	C	C
(569) Misa	55	-0.06	0.03	0.06	0.02	C	C
(618) Elfriede	85	-0.03	0.03	0.07	0.02	C	C
(623) Chimaera	140	-0.02	0.03	0.08	0.02	C	C
(656) Beagle	70	-0.11	0.02	0.07	0.02	C	C
(668) Dora	60	-0.11	0.03	0.06	0.02	C	C
(702) Alauda	125	-0.10	0.03	0.07	0.01	C	C
(709) Fringilla	180	-0.02	0.08	0.06	0.01	C	C
(752) Sulamitis	50	-0.06	0.06	0.06	0.02	C	C
(778) Theobalda	95	-0.15	0.01	0.06	0.02	C	C
(780) Armenia	115	-0.08	0.05	0.07	0.02	C	C
(808) Merxia	65	0.07	0.03	0.21	0.07	S	S
(832) Karin	15	0.06	0.04	0.23	0.06	S	S
(845) Naema	90	-0.09	0.03	0.06	0.02	C	C
(847) Agnia	45	0.07	0.03	0.19	0.07	S	S
(909) Ulla	210	0.03	0.04	0.06	0.01	S	C
(918) Itha	135	0.10	0.00	0.16	0.05	S	S
(945) Barcelona	150	0.08	0.03	0.30	0.10	S	S
(1040) Klumpkea	80	0.11	0.03	0.14	0.04	S	S
(1189) Terentia	60	-0.03	0.04	0.06	0.02	C	C
(1270) Datura	45	0.03	0.03	0.25	0.06	S	S
(1303) Luthera	65	-0.01	0.03	0.05	0.01	C	C
(1484) Postrema	120	0.02	0.03	0.08	0.02	S	C
(1668) Hanna	75	-0.08	0.04	0.06	0.02	C	C
(1726) Hoffmeister	40	-0.09	0.03	0.05	0.02	C	C
(1892) Lucienne	145	0.09	0.03	0.23	0.09	S	S

Tabela 11: Srednje vrednosti SDSS kolora  $a^*$  i geometrijskog albeda  $p_v$  za familije koje su uključene u okviru AFP portala. Nastavak.

Familija	$d_{cut}$	$a_m^*$	$\sigma_m(a^*)$	$\overline{p}_v$	$\sigma(\overline{p}_v)$	T 1	T 2
(2076) Levin	45	0.04	0.03	0.21	0.07	S	S
(2085) Henan	55	0.07	0.03	0.14	0.04	S	S
(2732) Witt	45	0.15	0.01	0.23	0.08	S	S
(2782) Leonidas	55	-0.08	0.03	0.08	0.02	C	C
(3438) Inarradas	80	-0.09	0.03	0.08	0.01	C	C
(3556) Lixiaohua	75	-0.06	0.03	0.05	0.01	C	C
(3811) Karma	85	0.00	0.03	0.08	0.02	S	C
(3815) Konig	65	-0.05	0.03	0.05	0.02	C	C
(4203) Brucato	250	-0.03	0.03	0.09	0.02	C	C
(4652) Iannini	65	0.01	0.03	0.25	0.08	S	S
(5614) Yakovlev	195	-0.06	0.03	0.05	0.01	C	C
(7353) Kazuya	60	-0.02	0.03	0.20	0.08	C	S
(9506) Telramund	45	0.08	0.03	0.19	0.07	S	S

Tabela 12: Pregled rezultata dobijenih primenom algoritma za izbacivanje uljeza. Kolone su redom: (1) Naziv familije (2) Granična vrednost rastojanja ( $d_{cut}$ ), (3) Broj asteroida identifikovanih u prvom koraku (početni katalog) (# K1), (4) Broj identifikovanih uljeza primenom SDSS boja (# S), (5) Broj identifikovanih uljeza primenom podataka o albedu (# A), (6) Broj identifikovanih uljeza na osnovu raspoloživih spektroskopskih podataka (# T), (7) Ukupan broj identifikovanih uljeza (# K2), (8) Broj izbačenih objekata usled efekta lančanog vezivanja (# V), (9) Broj članova familije identifikovanih pomoću modifikovanog kataloga (# K4), (10) Procenat izbačenih asteroida (%)

Familija	$d_{cut}$	# K1	# S	# A	# T	# K2	# V	# K4	%
(5) Astraea	55	7482	92	295	2	361	234	6887	7.9
(10) Hygiea	70	5904	24	15	3	38	86	5780	2.1
(15) Eunomia	60	11889	411	1421	12	1595	316	9978	16.1
(20) Massalia	30	4663	7	8	0	13	2	4648	0.3
(24) Themis	70	5499	20	39	0	59	31	5409	1.6
(27) Euterpe	65	474	0	1	0	1	0	473	0.0
(31) Euphrosyne	155	2391	8	6	0	14	1	2376	0.6
(81) Terpsichore	135	196	5	1	0	5	10	181	7.8
(84) Klio	85	403	18	10	1	27	245	131	67.5
(87) Sylvia	150	287	3	0	1	4	0	283	1.4
(93) Minerva	75	7015	352	845	39	1057	-	-	-
(128) Nemesis	50	1303	15	5	0	18	4	1281	1.4
(135) Hertha	45	22849	465	1138	10	1358	1363	20128	11.9
(145) Adeona	45	1994	45	21	0	62	78	1854	7.0
(158) Koronis	65	7743	28	81	1	101	38	7604	1.8
(170) Maria	60	2939	20	28	0	45	44	2850	3.0
(221) Eos	70	24155	555	1706	39	2089	757	21309	11.8
(283) Emma	50	452	2	1	0	2	0	450	0.4
(302) Clarissa	50	175	2	0	0	2	0	173	0.1
(313) Chaldea	110	44	1	0	0	1	0	43	2.3
(329) Svea	185	57	1	1	0	2	1	54	5.3
(363) Padua	55	6804	259	50	-	309	85	6410	5.8
(375) Ursula	85	3037	97	33	6	129	182	2726	10.2

Tabela 12: Pregled rezultata dobijenih primenom algoritma za izbacivanje uljeza. Nastavak.

Familija	$d_{cut}$	# K1	# S	# A	# T	# K2	# V	# K4	%
(396) Aeolia	60	323	1	0	0	1	0	322	0.3
(410) Chloris	75	308	7	14	1	20	2	286	7.1
(480) Hansa	300	1151	6	23	1	26	8	1117	3.0
(490) Veritas	30	1295	6	7	0	13	0	1282	1.0
(569) Misa	55	779	5	2	0	7	9	763	2.1
(618) Elfriede	85	3037	97	33	6	129	182	2726	10.2
(623) Chimaera	140	159	8	7	0	14	5	140	11.9
(656) Beagle	70	5549	20	39	0	59	81	5409	2.5
(668) Dora	60	1401	9	3	1	13	0	1388	0.9
(702) Alauda	125	1368	6	11	0	16	5	1347	1.5
(709) Fringilla	180	168	2	0	1	3	0	165	1.7
(752) Sulamitis	50	282	4	1	0	5	1	276	2.1
(778) Theobalda	95	404	0	0	0	0	0	404	0.0
(780) Armenia	115	90	0	0	0	0	0	90	0.0
(808) Merxia	65	1423	10	20	0	27	11	1385	2.7
(832) Karin	15	1328	1	4	0	5	4	1319	0.7
(845) Naema	90	353	2	0	0	2	0	351	0.6
(847) Agnia	45	3054	14	52	0	61	84	2909	4.7
(909) Ulla	210	27	0	1	0	1	0	26	3.7
(918) Itha	135	139	1	27	1	27	39	73	47.4
(945) Barcelona	150	299	0	0	0	0	0	299	0.0
(1040) Klumpkea	80	2794	56	435	3	452	227	2115	24.5
(1189) Terentia	60	79	0	0	0	0	0	79	0.0
(1270) Datura	45	74	6	2	0	7	50	17	77.0
(1303) Luthera	85	257	3	2	0	5	0	252	1.9
(1484) Postrema	120	170	5	11	0	16	12	142	16.4
(1668) Hanna	75	290	1	1	0	1	0	289	0.3
(1726) Hoffmeister	40	1763	6	3	1	9	0	1754	0.5

Tabela 12: Pregled rezultata dobijenih primenom algoritma za izbacivanje uljeza. Nastavak.

Familija	$d_{cut}$	# K1	# S	# A	# T	# K2	# V	# K4	%
(1892) Lucienne	145	152	0	0	0	0	0	152	0.0
(2076) Levin	45	2500	52	30	2	83	71	2346	6.2
(2085) Henan	55	8658	150	486	7	594	1361	6703	22.6
(2732) Witt	45	1813	7	12	1	15	76	1722	5.0
(2782) Leonidas	55	154	3	0	0	3	2	149	3.2
(3438) Inarradas	80	38	0	1	0	1	0	37	2.6
(3556) Lixiaohua	75	925	7	3	1	10	2	913	1.3
(3811) Karma	85	172	8	7	0	15	12	145	15.7
(3815) Konig	65	391	8	3	0	10	12	369	5.6
(4203) Brucato	250	1061	46	38	3	77	43	941	11.3
(4652) Iannini	65	170	3	3	1	6	0	164	3.5
(5614) Yakovlev	195	128	1	0	0	1	0	127	0.8
(7353) Kazuya	60	48	4	2	0	6	1	41	14.5
(9506) Telramund	45	468	3	18	0	19	38	411	12.2



Tabela 13: Rezultati dobijeni primenom na početni i krajnji katalog koristeći nominalne granične vrednosti. Kolone su redom: (1) Naziv familije, (2) Nominalna granična vrednost ( $d_{nom}$ ), (3) Inicijalni broj članova familije (# Početni), (4) Finalni broj članova familije (# Krajnji), (5) Procenat izbačenih asteroida (%)

Familija	$d_{nom}$	# Početni	# Krajnji	%
(5) Astraea	45	4390	3915	10.8
(10) Hygiea	55	4272	4234	0.8
(15) Eunomia	55	10042	8128	19.1
(20) Massalia	30	4663	4648	0.3
(24) Themis	55	4076	3996	1.9
(27) Euterpe	65	474	473	0.0
(31) Euphrosyne	120	2027	2016	0.5
(81) Terpsichore	120	138	138	0.0
(84) Klio	85	403	101	67.5
(87) Sylvia	130	253	249	1.6
(128) Nemesis	50	1303	1281	1.4
(135) Hertha	35	10901	9813	10.0
(145) Adeona	45	1994	1854	7.0
(158) Koronis	40	5644	5613	0.5
(170) Maria	55	2229	2146	3.7
(221) Eos	35	3352	3272	2.4
(283) Emma	35	418	416	0.5
(302) Clarissa	45	175	173	0.1
(313) Chaldea	85	29	29	0.0
(329) Svea	150	48	47	2.1
(363) Padua	45	1087	896	17.6
(375) Ursula	75	1903	1689	11.2
(396) Aeolia	35	304	304	0.0
(410) Chloris	75	308	286	7.1
(480) Hansa	200	1094	1086	0.7
(490) Veritas	25	1168	1156	1.0

Tabela 13: Rezultati dobijeni primenom na početni i krajnji katalog koristeći nominalne granične vrednosti. Nastavak.

Familija	$d_{nom}$	# Početni	# Krajnji	%
(569) Misa	50	702	679	3.3
(618) Elfriede	45	66	66	0.0
(623) Chimaera	120	108	103	4.6
(656) Beagle	25	148	145	2.0
(668) Dora	40	1243	1234	0.7
(702) Alauda	120	1294	1274	1.5
(709) Fringilla	150	134	132	1.5
(752) Sulamitis	45	216	214	0.9
(778) Theobalda	60	378	378	0.0
(780) Armenia	75	49	49	0.0
(808) Merxia	45	1065	1047	1.7
(832) Karin	10	814	813	0.1
(845) Naema	35	301	299	0.6
(847) Agnia	30	2125	2110	0.7
(909) Ulla	120	26	25	3.8
(918) Itha	100	54	52	3.7
(945) Barcelona	150	299	299	0.0
(1040) Klumpkea	60	1739	1568	9.8
(1272) Gefion	50	2541	2306	9.2
(1189) Terentia	60	79	79	0.0
(1270) Datura	25	7	7	0.0
(1303) Luthera	65	203	200	1.5
(1484) Postrema	100	108	47	56.4
(1668) Hanna	65	284	283	0.4
(1726) Hoffmeister	35	1692	1686	0.4
(1892) Lucienne	100	142	142	0.0
(2076) Levin	45	2500	2346	6.2
(2085) Henan	50	1871	1734	7.3

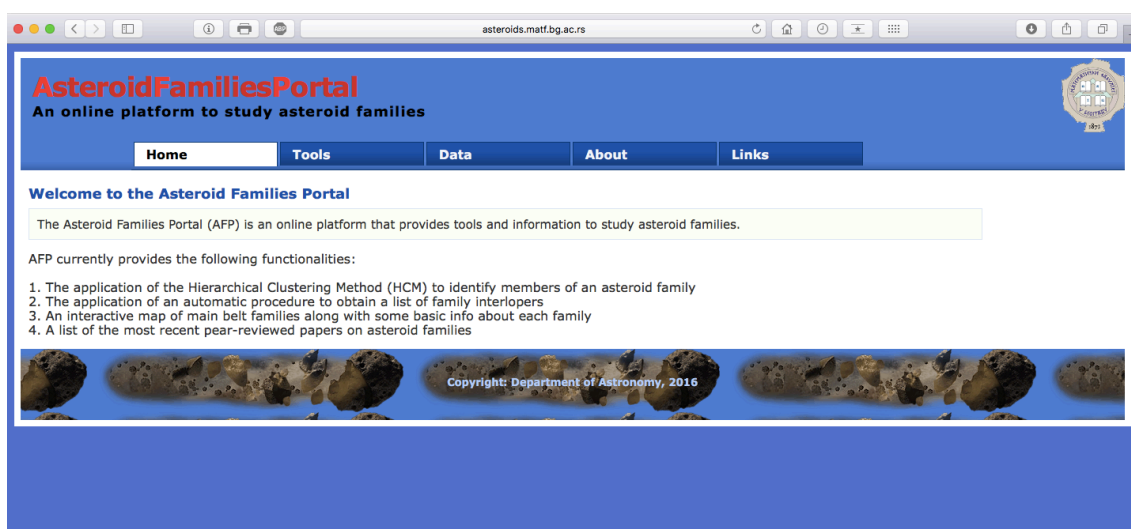
Tabela 13: Rezultati dobijeni primenom na početni i krajnji katalog koristeći nominalne granične vrednosti. Nastavak.

Familija	$d_{nom}$	# Početni	# Krajnji	%
(2732) Witt	45	1813	1722	5.0
(2782) Leonidas	45	44	42	4.4
(3438) Inarradas	80	38	37	2.6
(3556) Lixiaohua	45	753	748	0.7
(3811) Karma	65	134	122	8.9
(3815) Konig	40	342	340	0.6
(4203) Brucato	200	326	324	0.6
(4652) Iannini	30	151	149	1.3
(5614) Yakovlev	120	67	66	1.5
(7353) Kazuya	45	43	35	18.6
(9506) Telramund	30	186	178	4.3

## Prilog B: Asteroids family portal (AFP)

Algoritam razvijen tokom rada na ovoj disertaciji implementiran je u okviru onlajn portala. Portal je dostupan na adresi <http://asteroids.matf.bg.ac.rs/fam/> i nazvan je Asteroids Family Portal (AFP). Njegova funkcija je da sadrži objedinjene informacije o familijama asteroida koje će biti besplatno i slobodno dostupne svim zainteresovanim istraživačima. Osim samih informacija, portal ima implementirane alatke i metode za rad sa familijama (Slika 42).

Trenutno je od alata implementiran algoritam za izbacivanje uljeza, kao i metod hijerarhijskog grupisanja. Naravno, pored toga u budućnosti planirano je unapređenje portala i dodavanje novih mogućnosti (prikaz raspodele po veličinama, procena starosti familija itd).



Slika 42: Asteroids family portal (AFP) koji je dostupan na adresi <http://asteroids.matf.bg.ac.rs/fam/>

### Prikaz implementacije AFP portala

AFP portal se izvršava na Fujitsu PRIMERGY TX1310 M1<sup>23</sup> serveru koji se nalazi na Katedri za astronomiju Matematičkog fakulteta, Univerziteta u Beogradu. Na serveru je instaliran Ubuntu Server 16.10 i Apache2 v 2.4.18 server.

<sup>23</sup>Karakteristike servera: Intel Xeon CPU E3-12220 v3, Intel C226 D3219 Chipset, 16GB DDR3

Kao što je već rečeno portal se nalazi na IP adresi 147.91.66.25 i izvršava se na Apache2 serveru. Izrađen je upotrebom savremenih web tehnologija. Napisan je upotrebom programskog jezika PHP (v 7.0) uz dodatno korišćenje JavaScript, AJAX, HTML5 i CSS. Ceo projekat je razvijen u skladu sa objektno orijentisanom paradigmom, sa mogućnošću jednostavnog nadograđivanja i unapređenja.

Osnovna apstraktna klasa koja omogućava funkcionisanje portala je klasa **Page** i ona se nalazi u okviru datoteke *page.inc*. Ona omogućava učitavanja cele HTML stranice i pokretanja svih alata na samom portalu. Njena funkcija `Display()` obezbeđuje prikaz svih neophodnih elemenata koje jedna HTML strana mora da sadrži:

```
public function Display() {
    echo "<?xml_version=\"1.0\"_encoding=\"utf-8\"_?>";
    echo "<html>\n";
    $this -> DisplayHeadSection();
    $this -> DisplayBodySection();
    echo "</html>\n";
}
```

```
public function DisplayHeadSection() {

    echo "<!DOCTYPE_html>\n";
    echo "<head>\n";

    echo "<title>". $this->title. "</title>";
    // ostatak head informacija
    $this -> Scripts_Top();
    echo "</head>\n";

}
```

```
public function DisplayBodySection() {
```

```

echo "<body>\n";
echo "<div _id=\"page_wrapper\">\n";
$this -> DisplayPageHeader ();
$this -> DisplayPageContent ();
$this -> DisplayFooter ();
echo "</div>\n";
$this -> Scripts_Bottom ();
echo "</body>\n";

}

```

Funkcije koje se pozivaju u telu funkcije Display() razlikuju se od stranice do stranice i njihovom implementacijom omogućava se prikazivanje odgovarajućih sekcija. Na taj način klase izvedene od **Page** klase menjaju samo funkcije za prikaz u *body* sekciji HTML stranice.

```

class PagePhp extends Page {

    public function __construct () {
        @session_start ();
        $sid = session_id ();
        // kod programa ...
    }

    public function DisplayPageContent () {
        // kod programa ...
    }

}

$php = new PagePhp ();

```

```
$php->activeButton =" Tools" ;  
$php->current_page = " hcm . php" ;  
$php -> Display ( ) ;
```

Ovakva implementacija AFP portala omogućava njegovu laku nadogradnju i unapređivanje.

## Prikaz mogućnosti AFP portala

AFP portal zaključno sa junom 2017. godine ima implementirane sledeće funkcionalnosti:

- Primena metode hijerarhijskog grupisanja za dobijanje lista članova familija asteroida na unapred zadatim graničnim vrednostima.
- Primena razvijenog algoritma za izbacivanje uljeza na predefinisanoj spisku familija asteroida.
- Interaktivna mapa nekih familija u GAP-u.
- Spisak radova vezanih za familije asteroida objavljenih u časopisima sa recenzijom.

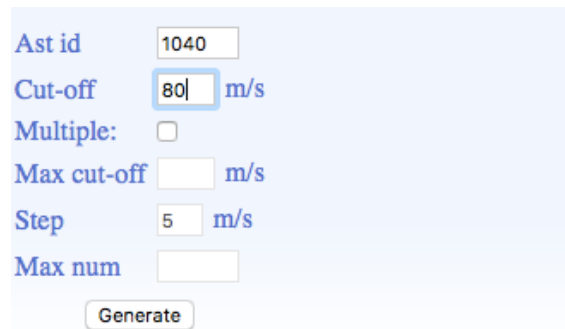
U nastavku će detaljno biti prikazana upotreba najbitnijih karakteristika portala: primena MHG i identifikacije uljeza.

### Primena metode hijerarhijskog grupisanja

Radi pristupa delu portala koji omogućava primenu MHG za identifikaciju članova familije asteroida, potrebno je izabrati HCM opciju iz menija *Tools* (**Tools** → **HCM**).

Nakon odabira HCM opcije otvara se stranica *hcm.php* koja omogućava aktiviranje MHG i prikaz željenih rezultata. Postoje dva načina kojim je moguće pokrenuti metodu hijerarhijskog grupisanja na AFP portalu. Ti načini omogućavaju dobijanje liste članova familije za jednu vrednost graničnog rastojanja i dobijanje lista članova familije za različite vrednosti graničnog rastojanja.

## Dobijanje liste članova za jednu vrednost graničnog rastojanja



Ast id

Cut-off  m/s

Multiple:

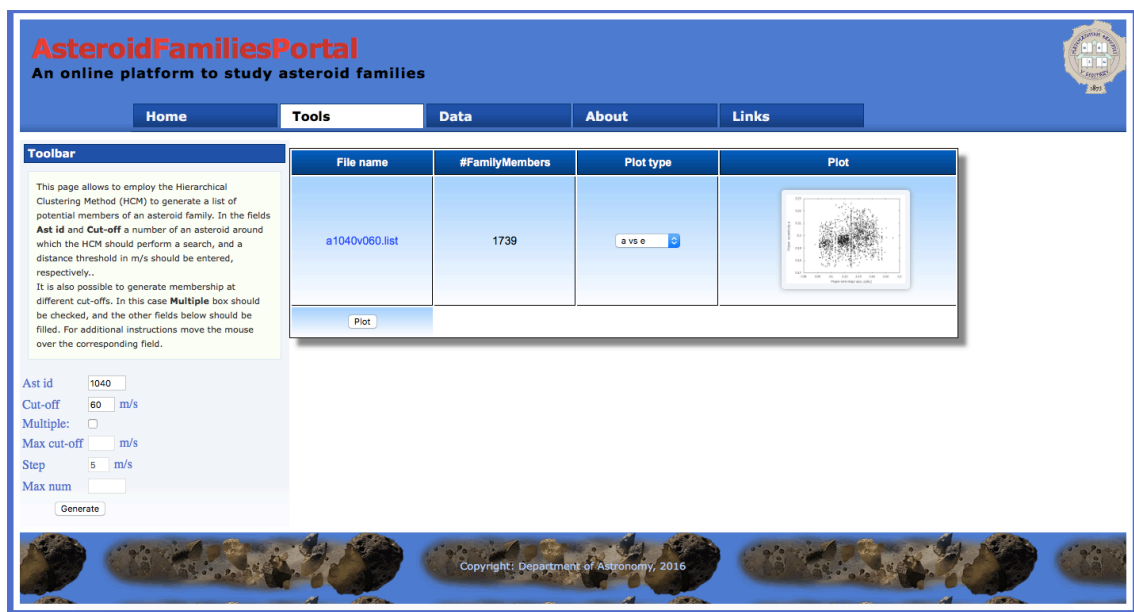
Max cut-off  m/s

Step  m/s

Max num

Slika 43: Prikaz opcija za pokretanje MHG na AFP portalu.

Da bismo dobili listu članova familije asteroida za jednu vrednost graničnog rastojanja (cut-off), neophodno je popuniti potrebne podatke u *Toolbar* delu (Slika 43). Popunjavaju se polja *Ast id* i *Cut-off*. U polju *Ast id* unosi se kataloški broj centralnog (roditeljskog) asteroida. U polju *Cut-off* unosi se granična vrednost. Da bi se započelo izračunavanje potrebno je pritisnuti dugme **Generate**. Nakon početka računanja, u desnom delu ekrana prikazuje se znak koji označava da je dobijanje rezultata u toku. Obratiti pažnju da u zavisnosti od postavljenih parametara, vreme čekanja na rezultate može da bude i duže od nekoliko minuta. Nakon završenog izračunavanja, rezultati se prikazuju u desnom delu pretraživača.

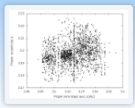


**AsteroidFamiliesPortal**  
An online platform to study asteroid families

Home Tools Data About Links

**Toolbar**

This page allows to employ the Hierarchical Clustering Method (HCM) to generate a list of potential members of an asteroid family. In the fields **Ast id** and **Cut-off** a number of an asteroid around which the HCM should perform a search, and a distance threshold in m/s should be entered, respectively.. It is also possible to generate membership at different cut-offs. In this case **Multiple** box should be checked, and the other fields below should be filled. For additional instructions move the mouse over the corresponding field.

File name	#FamilyMembers	Plot type	Plot
a1040v060.list	1739	a vs e	

Ast id

Cut-off  m/s

Multiple:

Max cut-off  m/s

Step  m/s

Max num

Copyright: Department of Astronomy, 2016

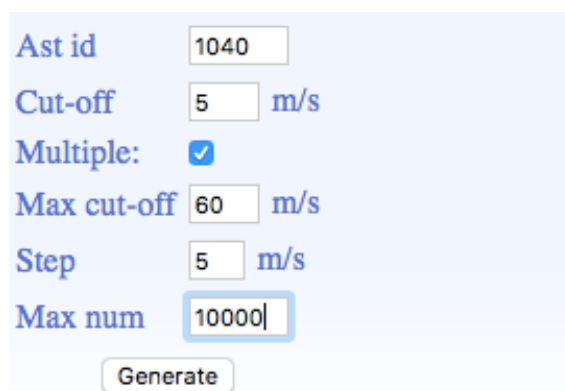
Slika 44: Prikaz rezultata dobijenih nakon pokretanje MHG na AFP portalu.



Od rezultata se prikazuju sledeći podaci (Slika 44): Fajl sa članovima familije i broj članova familije. Zatim se korisniku pruža mogućnost da se grafički prikažu dobijeni rezultati, tako što u polju *Plot type* treba izabrati u kojim ravnima se iscrtava grafik. Nakon pritiska na dugme **Plot**, grafik se iscrtava u *Plot* koloni.

### Dobijanje liste članova za više različitih vrednost graničnog rastojanja

Da bi se aktiviralo izračunavanje članova familije asteroida za različite vrednosti graničnog rastojanja, neophodno je odabrati opciju *Multiple*. Kao i u prethodnom delu popunjava se polje *Ast id*. Polje *Cut-off* sadrži početnu graničnu vrednost, dok polje *Max cut-off* sadrži krajnju graničnu vrednost. U polju *Step* unosi se korak sa kojim se primenjuje MHG (minimalna vrednost je 5). Kao izlaz dobijaju se liste članova familije počevši od inicijalne vrednosti graničnog rastojanja pa sve do krajnje, sa zadatim korakom. U polju *Max num* unosi se granična vrednost za broj članova familije, nakon koga se više izračunavanje neće vršiti.



Ast id	<input type="text" value="1040"/>
Cut-off	<input type="text" value="5"/> m/s
Multiple:	<input checked="" type="checkbox"/>
Max cut-off	<input type="text" value="60"/> m/s
Step	<input type="text" value="5"/> m/s
Max num	<input type="text" value="10000"/>
<input type="button" value="Generate"/>	

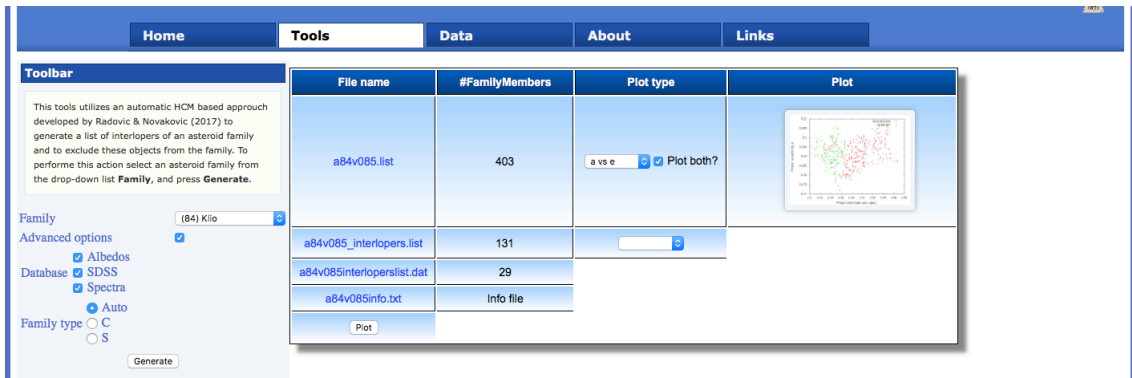
Slika 45: Prikaz pokretanja MHG za više različitih graničnih rastojanja na AFP portalu.

Rezultati se takođe prikazuju u desnom delu pretraživača, na isti način kao što je već opisano.

### Izbacivanje uljeza iz familija asteroida

Pored dobijanja lista sa članovima neke familije, AFP omogućava i izbacivanje uljeza koristeći raspoložive spektroskopske i fotometrijske podatke. Da bi se ušlo na ovu opciju potrebno je izabrati **Tools** → **Interlopers**, nakon čega se otvara stranica *interlopers.php* (Slika 46).

U polju *Family* se iz padajuće liste bira željena familija asteroida i nakon pritiska na dugme **Generate** dobijaju se traženi rezultati.



Slika 46: Prikaz opcija i rezultata dobijenih nakon pokretanja algoritma za izbacivanje uljeza na AFP portalu.

Rezultati se prikazuju u tabeli u desnom delu pretraživača (Slika 46). U prvoj vrsti se prikazuje fajl sa članovima familije dobijenim u prvom koraku (5.1.1) na nominalnom graničnom rastojanju, u drugoj vrsti je lista članova bez uljeza isto na nominalnoj vrednosti (5.1.3), dok je u trećoj vrsti lista identifikovanih uljeza (5.1.2). Razlika u odnosu na prikaz rezultata kod MHG je postojanje kvadratića za odabir u prvoj vrsti pored *Plot Type* opcije koja nakon odabira omogućava da se grafički prikazuju na istoj slici familija definisana na nominalnom graničnom rastojanju i izbačeni uljezi.

Izborom Naprednih opcija (*Advanced options*) moguće je odabrati koji fizički podaci će biti primenjeni u procesu identifikacije uljeza (Albedo, SDSS i Spektroskopski podaci), kao i da li će korisnik koristiti predefinisani tip familije (Slika 46).

Portal omogućava da umesto korišćenja familije koja se identifikuje putem MHG, na unapred predefinisanoj graničnoj vrednosti, korisnik može da iskoristi svoju datoteku sa listom članova neke familije. Datoteka mora da bude unapred definisanog formata (pogledati tekst ispod). Pored nje, dodaje se i broj centralnog asteroida, kao i granična vrednost na kojoj je familija određena.

Rezultati sa ispisuju na isti način kao i kod uljeza sa predefinisanim vrednostima. Kolone koje su obavezne u fajlu su: prva (redni broj linije u fajlu), druga (kataloški broj asteroida), treća (sopstvena velika poluosa  $a_p$ ), četvrta (sopstveni ekscentricitet  $e_p$ ) i peta (sinus sopstvenog nagiba  $\sin(i_p)$ ). Ostale dve kolone su opcione i one su:

šesta (magnituda  $H$ ), sedma (karakteristični eksponent Ljapunova). Opcione kolone ne utiču na izlazne rezultate. Takođe, neophodno je da tabela sa podacima bude razmaknuta dva reda, od početka datoteke.

## Biografija autora

Viktor Radović je rođen 11.11.1985. godine u Beogradu. Nakon završene osnovne škole i gimnazije, upisuje Matematički fakultet u Beogradu, smer računarstvo i informatika gde je i diplomirao 2011. godine. Iste godine upisuje master studije na Katedri za astronomiju Matematičkog fakulteta, smer Astronomija. Master rad pod nazivom "Određivanje relativnih koordinata vizuelno dvojnih zvezda primenom Furijeovih transformacija" odbranio je 2012. godine sa prosečnom ocenom 10. Doktorske studije na smeru Astronomija i astrofizika upisuje 2012. godine. Položio je sve ispite sa doktorskih studija sa prosečnom ocenom 9.25. U decembru 2012. godine je izabran za saradnika u nastavi na Matematičkom fakultetu, a u zvanje asistenta 2014. godine. Držao je vežbe iz predmeta: Opšta astronomija 1 i 2, Uvod u astronomiju, Odabrana poglavlja astronomije, Položajna astronomija A i B, Teorijska astronomija A, Internet i softverski paketi u astronomiji, Zvezdani sistemi (master), Opšta teorija relativnosti i kosmološki modeli (osnovne i master).

U naučno istraživačkom radu Viktor Radović je orijentisan ka proučavanju asteroida. Koautor je 3 naučna rada objavljenih u međunarodnim časopisima sa tzv. SCI liste (*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, *Serbian Astronomical Journal*). Dva rada direktno vezana za ovu disertaciju su objavljena u vodećem međunarodnom časopisu, kategorije M21. Koautor je i jednog recenziranog rada sa naučne konferencije. Učestvovao je na više međunarodnih konferencija: 17. nacionalna konferencija astronoma Srbije, Beograd, 2014. (usmeno izlaganje), Simpozijum MAU: Kompleksni planetarni sistemi, Namur, Belgija (poster), Stardust ITN radionica, Beograd, 2015. (usmeno izlaganje). Takođe, bio je i član lokalnog organizacionog komiteta 17. nacionalne konferencije astronoma Srbije, 2014. godine.

Pored toga, koautor je zbirke zadataka "Uvod u programiranje: zbirka zadataka iz programskog jezika C" koju je 2009. (I izdanje) i 2012. (II izdanje) objavila Mikro knjiga. Takođe, bavio se i naučno popularnim radom i pisanjem članaka za časopis "Astronomski magazin".

## Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Виктор Радовић

Број индекса 2034/2012

Студијски програм Астрономија и астрофизика

Наслов рада Развој алгорита за испитивање припадности астероида фамилијама

Ментор др Бојан Новаковић

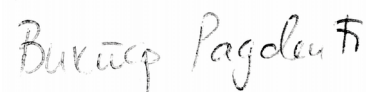
Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

**Потпис аутора**

У Београду, 26.07.2017.



---

## Изјава о ауторству

Име и презиме аутора Виктор Радовић

Број индекса 2034/2012

### Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Развој алгоритма за испитивање припадности астероида фамилијама

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

### Потпис аутора

У Београду, 26.07.2017.



## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Развој алгорита за испитивање припадности астероида фамилијама

---

---

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.  
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

**Потпис аутора**

У Београду, 26.07.2017.

*Вукосав Раглевич*

---

1 . **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2 . **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3 . **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4 . **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5 . **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6 . **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.