

1. Доказати да је рестрикција функција висине $f(x, y, z) = z$ на торус

$$\mathbb{T}^2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - r^2)^2 = 4R^2(x^2 + z^2)\}$$

Морсова и одредити Морсов индекс критичних тачака.

2. Доказати да је $f = \det : M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ Морсова функција и наћи индексе критичних тачака. Шта можемо рећи о детерминанти $n \times n$ матрице за $n > 2$?

3. Нека је (Σ, i) Риманова површ и (M, J) скоро комплексна многострукост. Доказати да је пресликавање $f : \Sigma \rightarrow M$ решење нелинеарне нехомогене Коши-Риманове једначине

$$\bar{\partial}_J f = h, \text{ где је } \bar{\partial}_J f := \frac{1}{2}(df + J \circ df \circ i)$$

ако и само ако је пресликавање

$$\text{id} \times f : \Sigma \rightarrow \Sigma \times M$$

J_h -холоморфно за скоро комплексну структуру J_h на $\Sigma \times M$ дефинисану са

$$J_h(\xi, X) := (i\xi, JX + h\xi).$$

4. Нека је (P, ω) симплектичка многострукост и J скоро комплексна структура која је ω -сагласна. Показати да J -холоморфна крива $u : \Sigma \rightarrow P$ задовољава једнакост $\int_{\Sigma} u^* \omega = \frac{1}{2} \int_{\Sigma} \|Du\|^2 d\sigma$.