Ако су $A, B \in \mathcal{B}(X)$, тада је $(AB)^\star = B^\star A^\star$. Заиста, ако је $f^\star \in X^\star$, тада је $(AB)^\star f^\star = f^\star AB = B^\star(f^\star A) = B^\star A^\star f^\star$, па закључак следи.

Уколико оператор A поседује ограничен инверз на X, то значи да важи $AA^{-1} = A^{-1}A = I$, где је са I означен јединични оператор на X. На основу претходне особине добија се $\left(A^{-1}\right)^\star A^\star = A^\star\left(A^{-1}\right)^\star = I^\star$, где је $I^\star$ јединични оператор на $X^\star$. Дакле оператор $A^\star$ има инверзни оператор, у ознаци $(A^\star)^{-1}$, који се може добити и формулом $(A^\star)^{-1} = \left(A^{-1}\right)^\star$. Одавде непосредно следи

ПОСЛЕДИЦА 8.29. ***Ако је простор** X **Banach-ов, а** $A \in \mathcal{B}(X)$**, тада је** $\sigma(A^\star) \subset \sigma(A)$**.***

Може се показати да под горњим условима важи и више, тј. $\sigma(A^\star) = \sigma(A)$.

ДЕФИНИЦИЈА 8.11. *Скуп свих линеарних функционала $f^\star \in X^\star$ који се анулирају на скупу $Z \subset X$ Banach-овог простора X називамо* ***анихилатором*** *скупа Z и означавамо са $Z^\perp$. Слично, скуп свих вектора $x \in X$ на којима је сваки од функционала из $Y \subset X^\star$ једнак нули називамо* ***преданихилатором*** *скупа Y и означавамо га са $Y^{\perp\!\!\perp}$.*

СТАВ 8.30. **[о преданихилатору слике конјугата]** ***Ако су** X **и** Y **Banach-ови простори, онда за сваки** $A \in \mathcal{B}(X,Y)$ **важи***

$$N(A) = R(A^\star)^{\perp\!\!\perp}.$$

$\triangle$ $x \in N(A)$ ако и само ако $Ax = 0$, тј. ако и само ако (на основу последице 8.5) $f^\star(Ax) = 0$ за свако $f^\star \in X^\star$, тј. ако и само ако је (на основу дефиниције конјугованог оператора) $A^\star f^\star(x) = 0$ за свако $f^\star \in X^\star$, тј. ако и само ако (на основу дефиниције преданихилатора подскупа дуалног простора) $x \in R(A^\star)^{\perp\!\!\perp}$. $\square$

Вежбања 8.5.

1. Показати да се за сваки низ $(\alpha_n)_{n=1}^\infty \in \boldsymbol{\ell}^\infty$ формулом
$$A\,(x_n)_{n=1}^\infty \stackrel{\text{def}}{=} (\alpha_n x_n)_{n=1}^\infty \qquad \text{за све } (x_n)_{n=1}^\infty \in \boldsymbol{\ell}^p$$
задаје ограничен линеаран оператор на $\boldsymbol{\ell}^p$, па му одредити норму и конјуговани оператор $A^\star$.
2. Нека је L потпростор Banach-овог простора X и нека је $Q : X \to X/L$ његово количничко пресликавање.
   а) Доказати да њему конјугован оператор $Q^\star : (X/L)^\star \to X^\star$ задаје изометрички изоморфизам простора $(X/L)^\star$ на потпростор $L^\perp$ простора $X^\star$.
   б) За инклузију $J : L \to X : x \mapsto x$ доказати да се $J^\star : X^\star \to L^\star$ факторише кроз $\ker(J^\star) = L^{\perp\!\!\perp}$ до изометричког изоморфизма $J_0^\star : X^\star/L^{\perp\!\!\perp} \to L^\star$.
3. Нека је L потпростор рефлексивног Banach-овог простора X. Доказати да су Banach-ови простори L и X/L такође рефлексивни.
4. Доказати да је Banach-ов простор X рефлексиван ако и само ако је његов дуал $X^\star$ рефлексиван.
5. Доказати да простор $\boldsymbol{C}[a,b]$ није рефлексиван.
6. Доказати став о анихилатору слике оператора: $N(A^\star) = R(A)^\perp$.