

(В) Шифтови и подшифтови

- (1) Доказати да метрика  $d(x, y) = 2^{-k}$ , где је

$$k = \min\{m \mid x_m \neq y_m\}$$

генерише Тихоновљеву топологију.

- (2) Нека је  $A$  матрица нула и јединица. Теме  $v_j$  може бити *достигнуто* у  $n$  корака из темена  $v_i$  ако постоји пут који се састоји од  $n$  ивица од  $v_i$  до  $v_j$  дуж усмерених ивица графа  $\Gamma_A$ . Која својства матрице  $A$  одговарају следећим својствима графа  $\Gamma_A$ ?
- (а) Свако теме може бити достигнуто из неког другог темена.
  - (б) Не постоји крајње теме, тј. постоји барем једна директна ивица која полази из сваког темена.
  - (в) Свако теме може бити достигнуто у једном кораку из сваког другог темена.
  - (г) Свако теме може бити достигнуто у тачно  $n$  корака из сваког другог темена.
- (3) Нека је  $A$  матрица нула и јединица. Доказати:
- (а) Број фиксних тачака у  $\Sigma_A$  (или  $\Sigma_A^+$ ) је траг матрице  $A$ .
  - (б) Број дозвољених речи дужине  $n + 1$  који почињу у  $i$  и завршавају се у  $j$  је  $a_{ij}$ , где је  $A^n = [a_{ij}]$ .
  - (в) Број периодичних тачака периода  $n$  у  $\Sigma_A$  (или  $\Sigma_A^+$ ) је траг матрице  $A^n$ .
- (4) Нека је  $A$  матрица нула и јединица и  $a_{ij} > 0$ , где је  $A^n = [a_{ij}]$  за неко  $n$ . Доказати да су периодичне тачке густе (за шифт у  $\Sigma_A$ ) и да постоји густа орбита.