(H) Ламбда лема и разни задаци

(1) Доказати Лему 1 један из Лекције 6.
(2) Доказати да је $f|_\Lambda$ (видети Дефиницију 3 из 6. лекције) конјуговано шифту на простору Σ_k где је k број компоненти повезаности скупа $f(R) \cap R$.
(3) Доказати да су фиксне тачке Морсове градијентног система хиперболичке. [Морсова фукција је она чији је Хесијан (матрица другог извода) недегенерисан у критичним тачкама ($\nabla F = 0$). Упутство: Искористити Морсову лему: у околини критичне тачке p постоје координате у којима Морсова фукнција има запис $F(x) = F(p) + x_1^2 + \cdots + x_k^2 - x_{k+1}^2 - \cdots - x_n^2$, где је k број позивитних сопствених вредности Хесијана; или на неки други начин.]
(4) Нека је M симплектичка многострукост и $f : M \to M$ симплектоморфизам (дифеоморфизам који чува симплектичку форму). Нека је Λ хиперболички скуп пресликавања f. Доказати да је за свако $x \in \Lambda$, $\dim E^s(x) = \dim E^u(x)$, тј. да су простори $E^s(x)$ и $E^u(x)$ Лагранжеви, а многострукости $W^s(x)$ и $W^u(x)$ Лагранжеве подмногострукости.
(5) Нека је $x \in U$ хиперболичка фиксна тачка дифеоморфизма $f : U \to M$. Доказати да постоји околина V тачке x таква да ако $f^n(y) \in V$ за свако $n \in \mathbb{Z}$, мора бити $x = y$. [Упутство: видети Хартмен-Гробманову теорему (нпр. на:
`https://www.merry.io/dynamical-systems/32-the-hartman-grobman-theorem/`) или
`https://www.merry.io/dynamical-systems/33-stable-and-unstable-manifolds/`.]
(6) Нека је $x \in U$ хиперболичка фиксна тачка дифеоморфизма $f : U \to M$. Доказати да за свако $n \in \mathbb{N}$ постоји околина V_n тачке x таква да важи: ако је $y \in V_n \setminus \{x\}$ периодична тачка периода k, тада је $k > n$.