

(Д) Гаусово пресликавање

- (1) Шта су фиксне тачке Гаусове трансформације?
- (2) Доказати да је $x \in [0, 1)$ рационалан ако и само је $\varphi^m(x) = 0$ за неко $m \in \mathbb{N}$.
- (3) Доказати да
 - (а) Број којима периодични верижни запис јесте нула квадратне функције са целобројним коефицијентима.
 - (б) Број којима коначно (почевши од неког n) периодични верижни запис јесте нула квадратне функције са целобројним коефицијентима.
- (4) * Доказати да за сваки низ $\{b_n\}$ природних бројева низ коначних верижних разломака $[b_1, \dots, b_n]$ конвергира. Доказати да за свако $x \in \mathbb{R}$ низ $\{[a_1, a_2, \dots, a_n]\}$, $a_n = [1/\varphi^{n-1}(x)]$ конвергира ка x и да је пресликавање $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}, \{b_n\} \mapsto [b_1, b_2, \dots] - 1$, тј. да је верижна репрезентација реалног броја јединствена. Доказати да је пресликавање $\pi : \mathbb{N}^{\mathbb{N}} \rightarrow [0, 1]$, $\pi(\{a_n\}) = [a_1, a_2, \dots]$ хомеоморфизам који успоставља конјугацију између φ и σ .