

(Б) Пресликавање E_m

- (1) Доказати да пресликавање E_m чува Лебегову меру круга, тј. да важи $\lambda(E_m^{-1}(A)) = \lambda(A)$ за сваки мерљив скуп $A \subseteq \mathbb{S}^1$.
- (2) Доказати да је пресликавање $\sigma : \Sigma \rightarrow \mathbb{S}^1$, $\sigma(\{x_n\}) = \sum \frac{x_i}{m^i}$ непрекидно (у односу на Тихоновљеву топологију).
- (3) Доказати да је $E_k \circ E_l = E_l \circ E_k = E_{kl}$. Када важи $E_k \circ R_\alpha = R_\alpha \circ E_k$?
- (4) Доказати да је скуп тачака $x \in \mathbb{S}^1$ чија је орбита $\mathcal{O}_{E_m}(x)$ густа небројив.
- (5) Доказати да је скуп

$$C := \{x \in [0, 1] \mid E_3^k(x) \notin (1/3, 2/3), \forall k \in \mathbb{N}_0\}$$

стандардни Канторов скуп.

- (6) Наћи десни инверз пресликавања $\phi : \Sigma \rightarrow \mathbb{S}^1$, $\phi(x) = \sum \frac{x_i}{m^i}$, за $x = (x_1, x_2, \dots)$.
- (7) * Доказати да скуп тачака $x \in \mathbb{S}^1$ чија је орбита $\mathcal{O}_{E_m}(x)$ густа има Лебегову меру 1.