

3. ПРОБЛЕМСКА СИТУАЦИЈА

Структура и садржај рада

- **Исходи и циљеви**
очекивана знања, вештине, компетенције
- **Проблемска ситуација**
која води ка исходима и циљевима
- **Смернице за решавање**
питања, задаци, упутства, помоћна средства,
предложене методе, ...
- **Закључци**
прецизно формулисани и објашњени појмови,
поступци, правила, ...
- **Даљи (самостални) рад**
лектира, задаци за вежбање и проширивање, ...

ПРОБЛЕМСКА СИТУАЦИЈА

- **Проблемска ситуација** представља језгро основног дидактичког модела овог века тзв. пројектног учења. За овај модел користе се и називи: учење на бази проблема, истраживачко учење, аутентично учење, учење откривањем итд.

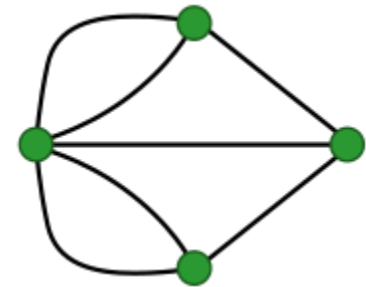
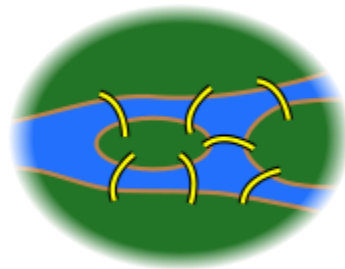
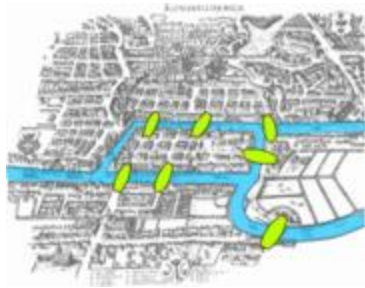
ПРОБЛЕМСКА СИТУАЦИЈА

Проблемска ситуација може бити базирана на:

- реалном/реалистичном проблему
- видео-снимку
- (новинском) чланку
- презентацији
- експерименту ...

ПРОБЛЕМСКА СИТУАЦИЈА

- Ојлеров проблем
Седам мостова Кенигсберга



ПРОБЛЕМСКА СИТУАЦИЈА

Чувена преписка Ферма – Паскал

- **Недовршена игра***

Блез и Пјер су уложили једнаке суме у игру бацања фер новчића. Блез добија поен ако падне грб, Пјер добија поен ако падне грб. Укупан улог узима онај који има више поена после пет бацања. Међутим, игра је из неког разлога прекинута после три бацања (при резултату 2 : 1) и играчи су морали међусобно да поделе укупан улог. У којој размери играчи треба да поделе укупан улог?

* Кит Девлин, аутор књига Математички ген, Миленијумски проблеми, Недовршена игра ...

ПРОБЛЕМСКА СИТУАЦИЈА

Чувена преписка Ферма – Паскал

- **Недовршена игра**

... Методе које су развили Паскал и Ферма применили су и даље разрађивали Бернули, Муавр итд.

A. Hald, A History of Probability and Statistics and Their Applications before 1750, New York, 1990

Ах (1871–1946), Пијаже (1896–1980), Виготски (1896–1934)

- Појмови су производ дугог и сложеног процеса развика мишљења које почиње опажајним и практичним мишљењем.
- Стварање појмова скоро увек продуктивно, а не репродуктивно, и да појам настаје у току сложене операције усмерене ка решавању неког задатка. Посебно, стварање научних појмова јесте процес усмерен ка јасном циљу, који се састоји из низа операција које служе као средства за решавање основног задатка.

Неопходно је пред ученике поставити задатак који се не може решити другачије него стварањем појма. Тај иницијални задатак представља камен-темељац на коме ће се изграђивати појам.

ПОЈАМ ПРАВОГ УГЛА

неформално

формално

Нижи разреди основне школе:
Уочимо **прав угао** ...



Виши разреди основне школе:
Дефинишимо **прав угао** ...



Прав угао је угао
једнак свом
упоредном углом.

Ах (1871 –1946), Пијаже (1896 –1980), Виготски (1896 – 1934) ...

Стварање појмова скоро увек продуктивно, а не репродуктивно. Појам настаје у току сложене операције усмерене ка решавању неког задатка.

Неопходно је пред ученике поставити задатак који се не може решити другачије него стварањем појма. Тај иницијални задатак представља камен-темељац на коме ће се изграђивати појам.



ПОЈАМ ПРАВОГ УГЛА

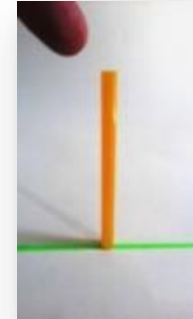
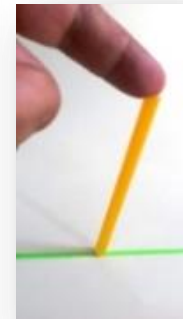
стручно знање

педагошке вештине

Прав угао је угао једнак свом упоредном углом.

Неопходно је пред ученике поставити задатак који се не може решити другачије него стварањем појма.

Задатак. Упореди углове које штапић слева и здесна захвата са правом линијом. У ком случају штапић стабилно стоји када га не придржавамо?



Једнакост углова које штапић захвата слева и здесна са линијом узрокује стабилности штапића у односу на линију.



ЦЕНТАР ОПИСАНЕ КРУЖНИЦЕ

стручно знање

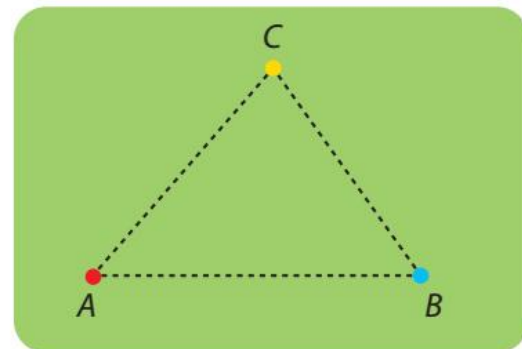
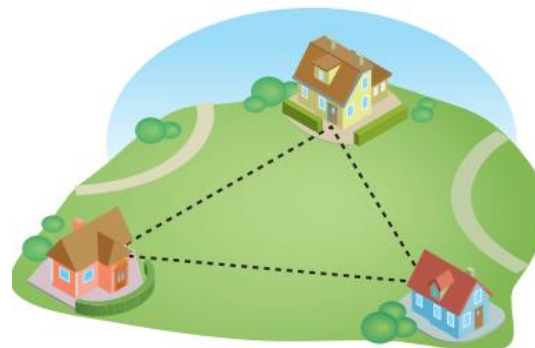
педагошке вештине

Симетрале страница троугла секу се у једној тачки, која је једнако удаљена од темена троугла.

Неопходно је пред ученике поставити задатак који се не може решити другачије него стварањем појма.

Задатак.

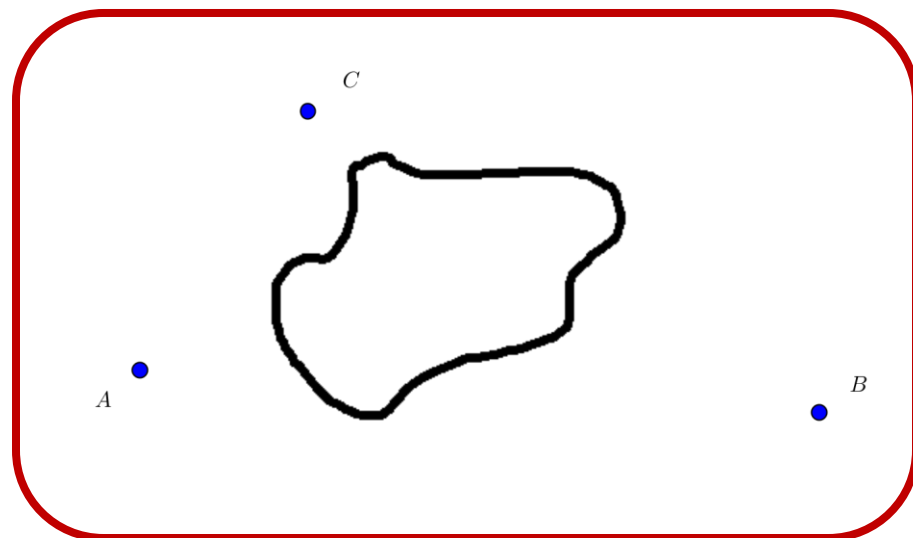
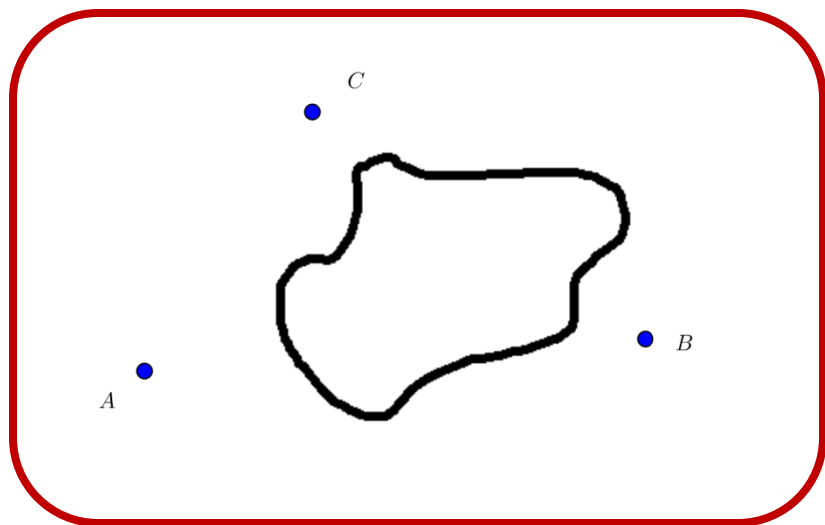
Три породице Акић, Бакић и Цакић живе у суседству и желе да ископају бунар тако да он буде једнако удаљен од свачије куће. Измерили су растојања између сваке две куће и на основу тога у некој размери нацртали одговарајућу скицу. Где на скици треба да означе положај бунара који желе да ископају?



<https://www.geogebra.org/>

Проблеми +

На слици су приказане позиције три куће, као и област која је погодна за копање бунара. Да ли је могуће ископати бунар који ће бити подједнако удаљен од све три куће?



Тежиште

Задатак.

- Од дебљег картона изрезати произвољан (можда неконвексан) полигон и наћи тачку равнотеже.

ТЕЖИШТЕ

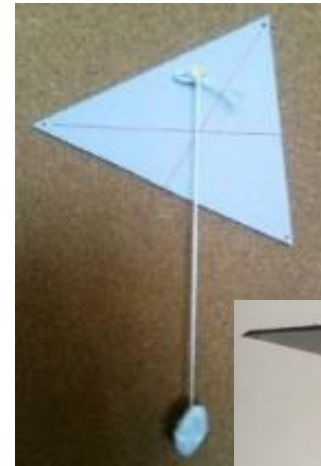
теорија

пракса

Истраживачки задатак

Одреди центар равнотеже троугаоног картона.

➤ експеримент



Када чујем онда заборавим,
када видим онда запамтим,
када урадим онда разумем.

ДМС 2021

ТЕЖИШТЕ

теорија

пракса

Истраживачки задатак

➤ експеримент

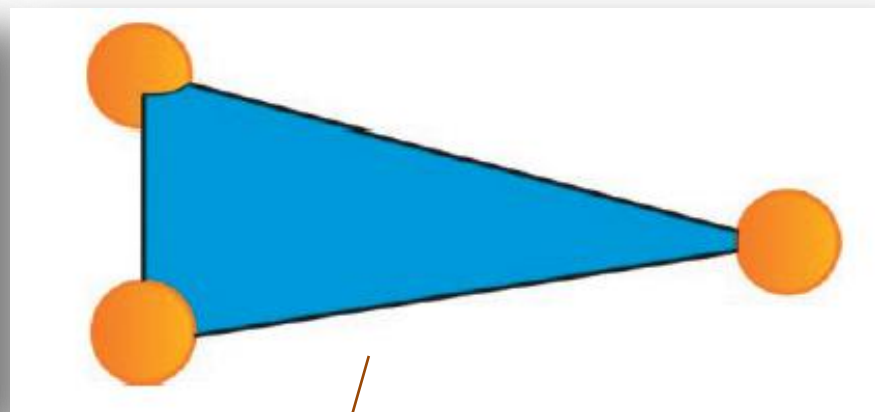
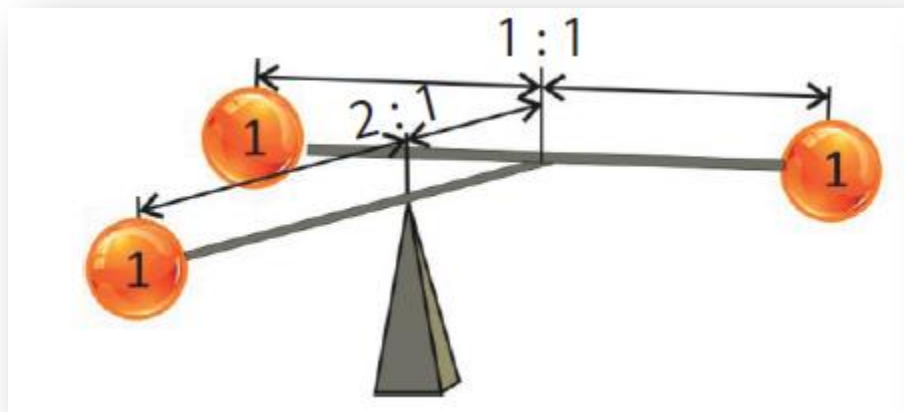
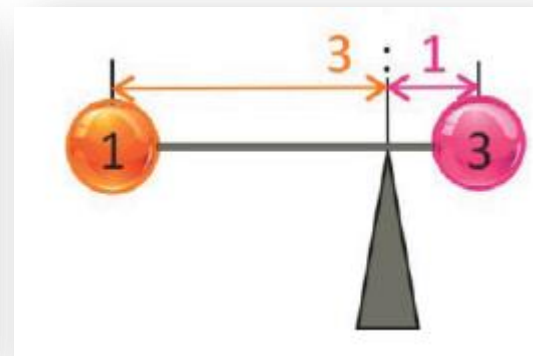
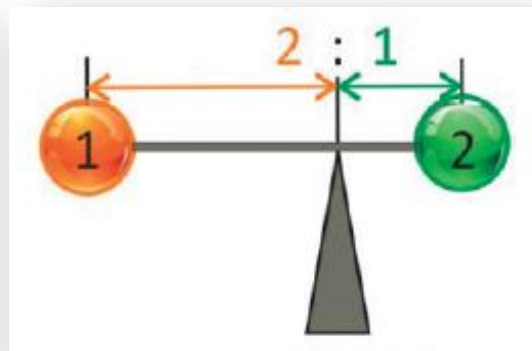
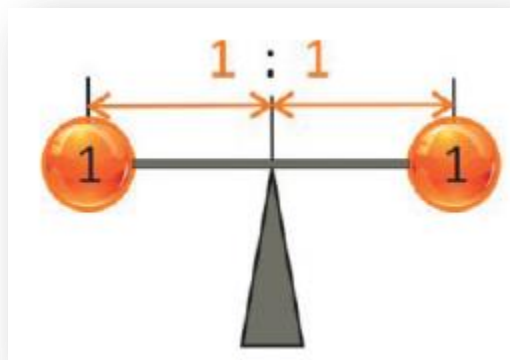
https://sr.wikipedia.org/wiki/Центар_маса



Када чујем онда заборавим,
када видим онда запамтим,
када урадим онда разумем.

ДМС 2021

Тежиште троугла (мисони токови)



Где је центар равнотеже троугаоне плоче у чијим су теменима постављене кугле од по 1kg?

ТЕЖИШТЕ

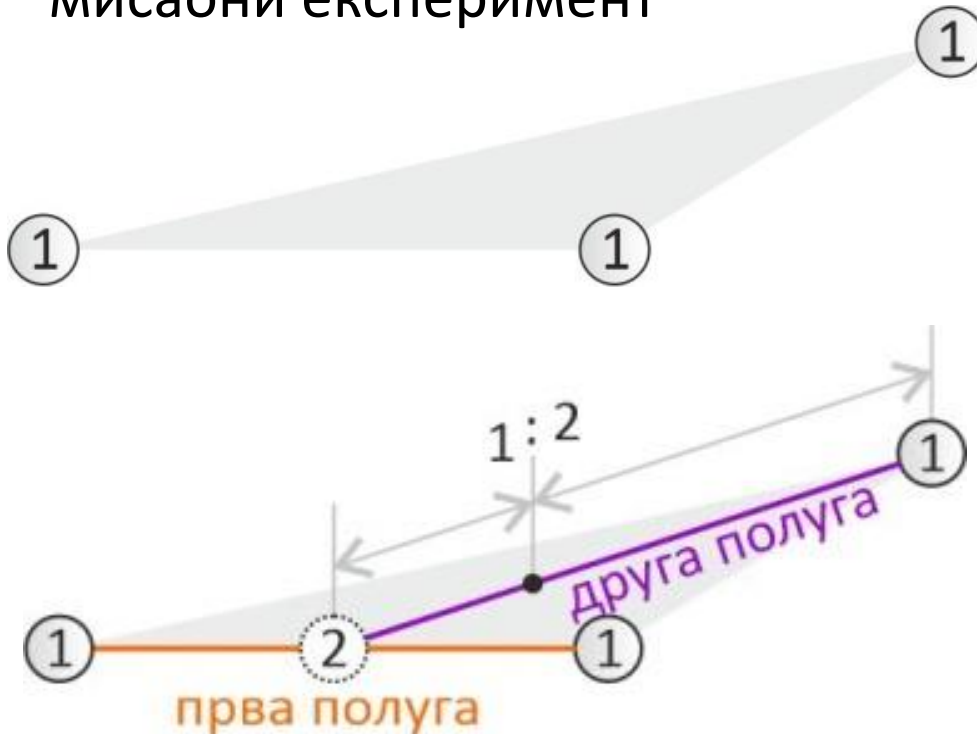
теорија

пракса

Истраживачки задатак

Одреди центар равнотеже троугаоног картона.

➤ мисаони експеримент



Тежиште

Задатак

- Нацртати произвољан (можда неконвексан) полигон и лењиром и шетсаром конструисати тежиште.

Запремина

- Израчунај запремину лимуна.



Проста каматна формула

Уложена сума новца назива се **главница**, док се очекивана добит након одређеног времена назива **камата** или **интерес**. Колика ће камата (добит) бити зависи од договорене **каматне стопе** која се изражава у процентима и представља добит коју би донело инвестирање суме од 100 динара (евра или неке друге валуте која се користи) за годину дана и временског **периода** израженог у годинама.

улог	време	добит
100 дин	1 год	p
G дин	t год	$K (?)$

$$\frac{K}{p} = \frac{t}{1} \cdot \frac{G}{100}$$

$$K = G \cdot \frac{p}{100} \cdot t = G \cdot p\% \cdot t$$

Штедња и број е

- *Сложена каматна формула:* $K = G(1 + p\%)^t$

K је сума новца коју ће добити неко након t година ако је орачио суму G са годишњом каматном стопом $p\%$ при чему се након истека сваке године главница увећава за камату, па се даље рачуна са новом главницом.

- Ако је главница G уложена са каматном стопом $p\%$ која ће се обрачунавати m пута годишње, онда ће укупна сума K након t година бити

$$K = G \left(1 + \frac{p\%}{m} \right)^{mt}$$

Штедња и број е

- Задатак 48. Препоставимо да је неко уложио 1000€ са каматном стопом 9% и да жели да подигне новац након 2 године. Испитај колику суму новца ће подићи у зависности од тога колико пута годишње ће бити обрачунавана камата.

Штедња и број е

- Задатак 48. Препоставимо да је неко уложио 1000€ са каматном стопом 9% и да жели да подигне новац након 2 године. Испитај колику суму новца ће подићи у зависности од тога колико пута годишње ће бити обрачунавана камата.

Обачунавање камате	m	$K = 1000 \cdot \left(1 + \frac{0,09}{m}\right)^{2m}$
Годишње	1	1018,081
Полугодишње	2	1192,519
Тромесечно	4	1194,831
Месечно	12	1196,414
Недељно	52	1197,031
Дневно	365	1197,191
На сваких сат времена	8760	1197,216

Штедња и број е

$$K = G \left(\left(1 + \frac{1}{\frac{m}{p\%}} \right)^{\frac{m}{p\%}} \right)^{p\%t} = G \left(\left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \right)^{p\%t}$$

x	$\left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$
10	$1,1^{10} = 2,5937424601$
100	$1,01^{100} \approx 2,7048138294215260932671947108075$
1 000	$1,001^{1000} = 2,7169239322358924573830881219476$
10 000	$1,0001^{10000} \approx 2,7181459268252248640376646749131$
100 000	$1,00001^{100000} \approx 2,718268237174489668035064824426$
1 000 000	$1,000001^{1000000} \approx 2,7182804693193768838197997084544$

$$K = Ge^{p\%t}$$

Број е

Задатак 49.

Да је 1. године нове ере уложен 1€ са непрекидним обрачунавањем камате од 3%, колико би се новца могло подићи 2012. године?

Задатак 50.

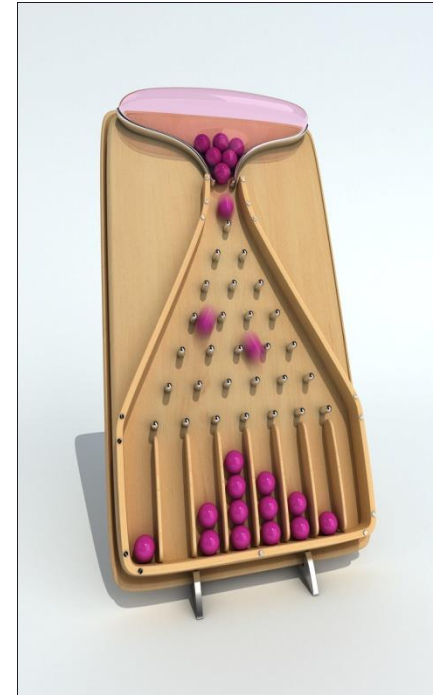
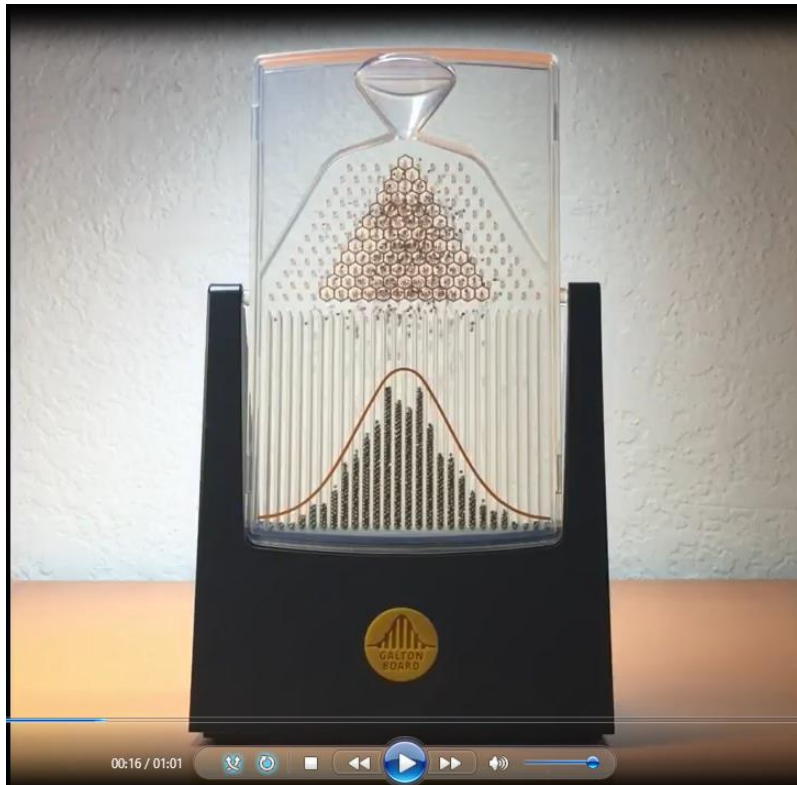
При којој камати ће уложена сума од 1000 евра нарасти до 2500 евра за 10 година при непрекидном обрачунавању камате?

Задатак 51.

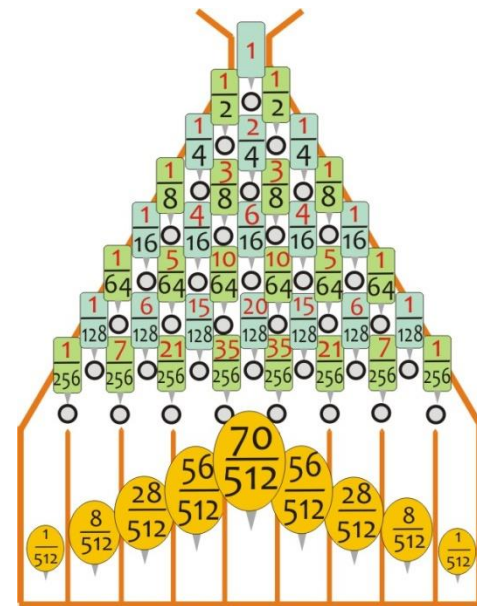
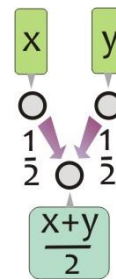
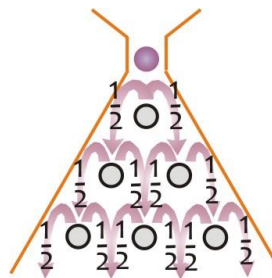
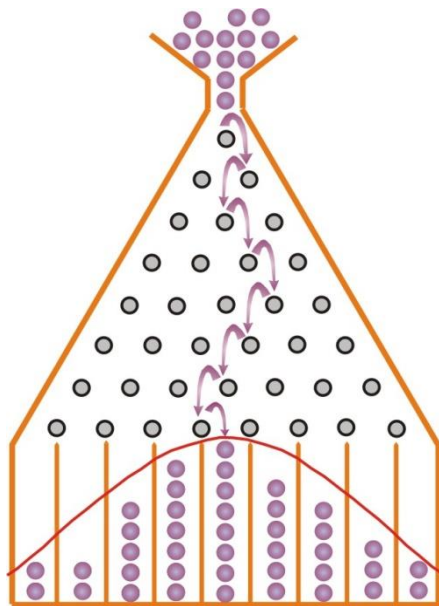
Особа А је уложила 1000€ са каматном стопом 9% која ће бити обрачунавана месечно, а особа Б је уложила 2000€ са каматном стопом 3% која ће такође бити обрачунавана месечно. Да ли ће икада особа А имати већу суму новца од особе Б?

Галтонова табла

- [Galton Board.mp4](#)

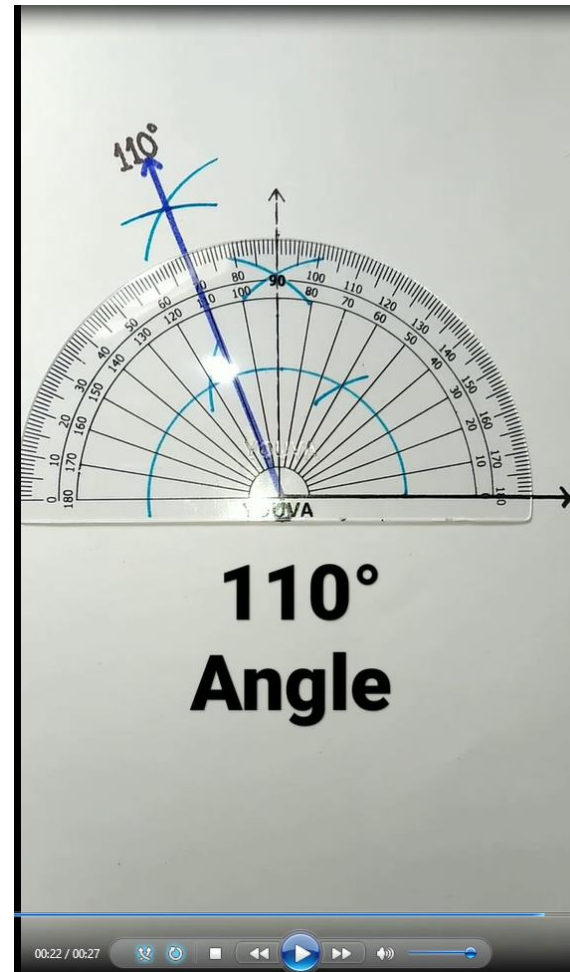
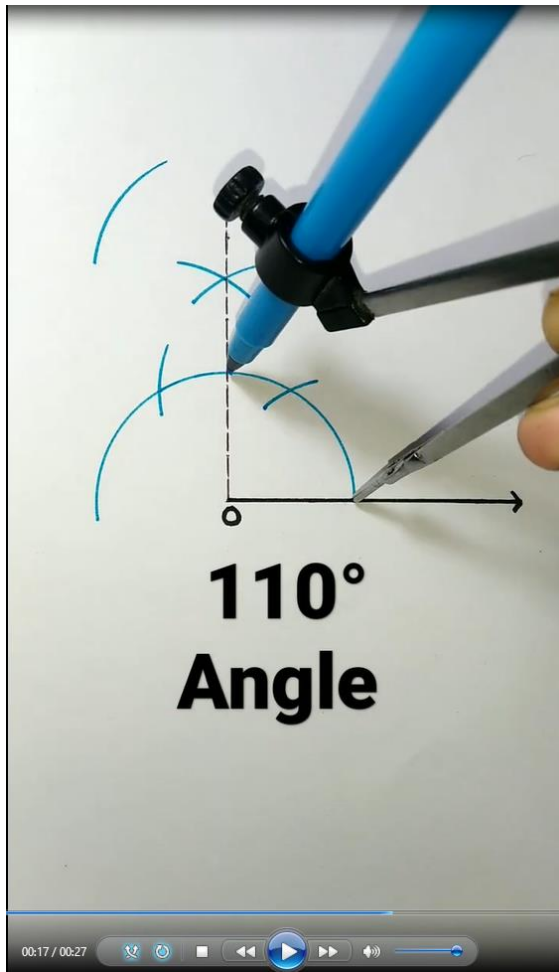


Галтонова табла

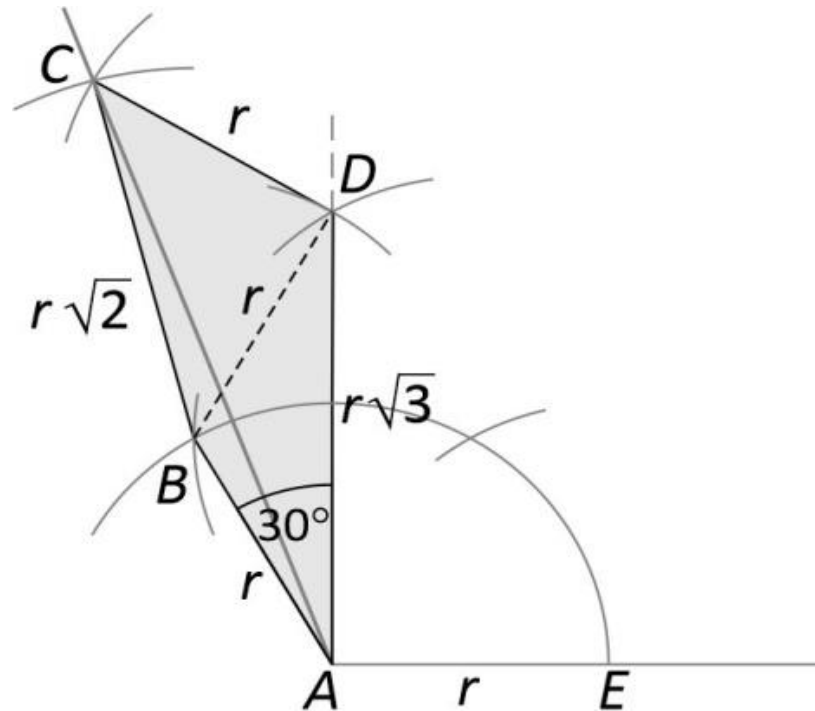


<https://youtube.com/shorts/oiLLQFuLwsc?si=RloBsS5cX1ij3sBV>

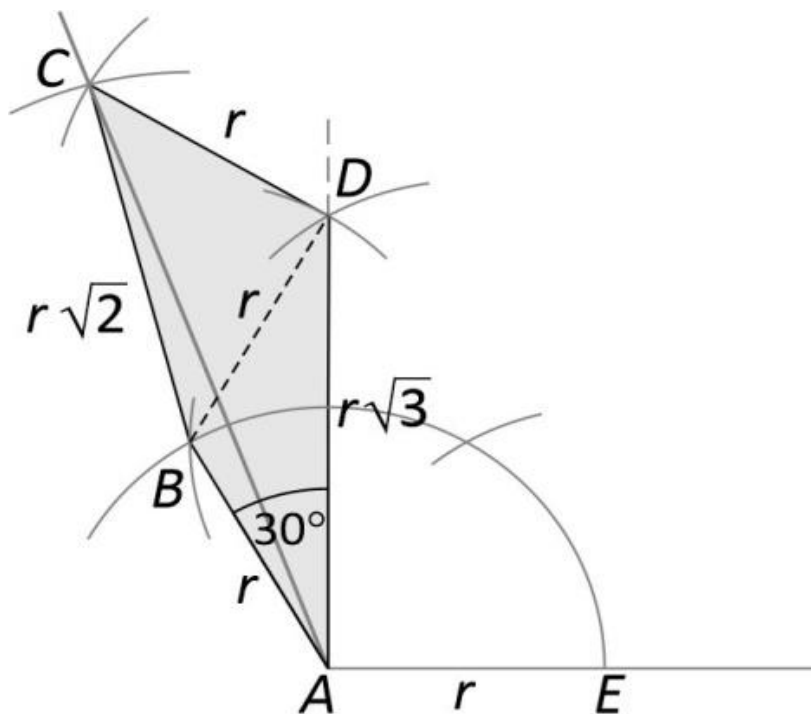
how to construct 110 degree angle with compass | 110° angle.mp4



Zadatak. Konstruisati ugao podudaran uglu aOb iz videa. Ispitati korektnost konstrukcije.



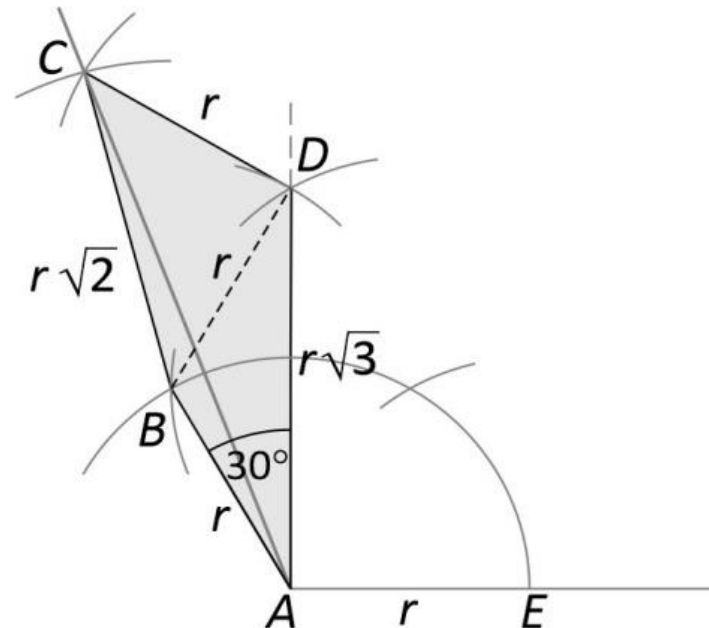
Zadatak. Odredi uglove koje dijagonala AC zaklapa sa stranicama četvorougla $ABCD$.



Zadatak. Odredi uglove koje dijagonala AC zaklapa sa stranicama četvorougla $ABCD$.

$$\cos \angle DAC = \frac{AC^2 + AD^2 - CD^2}{2AC \cdot AD} = \frac{2\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{4 + \sqrt{3}}} \approx 0.93228578094$$

$$\angle DAC \approx 21.2060231144^\circ$$



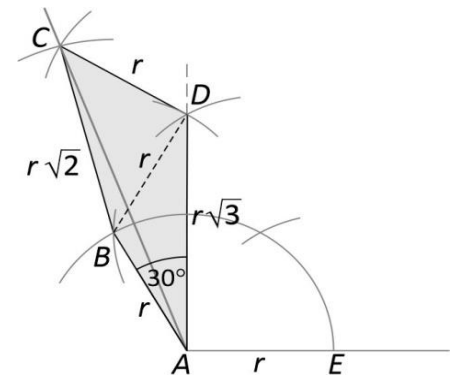
Zadatak. Odredi uglove koje dijagonala AC zaklapa sa stranicama četvorougla $ABCD$.

$$\cos \angle DAC = \frac{AC^2 + AD^2 - CD^2}{2AC \cdot AD} = \frac{2\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{4 + \sqrt{3}}} \approx 0.93228578094$$

$$\angle DAC \approx 21.2060231144^\circ$$

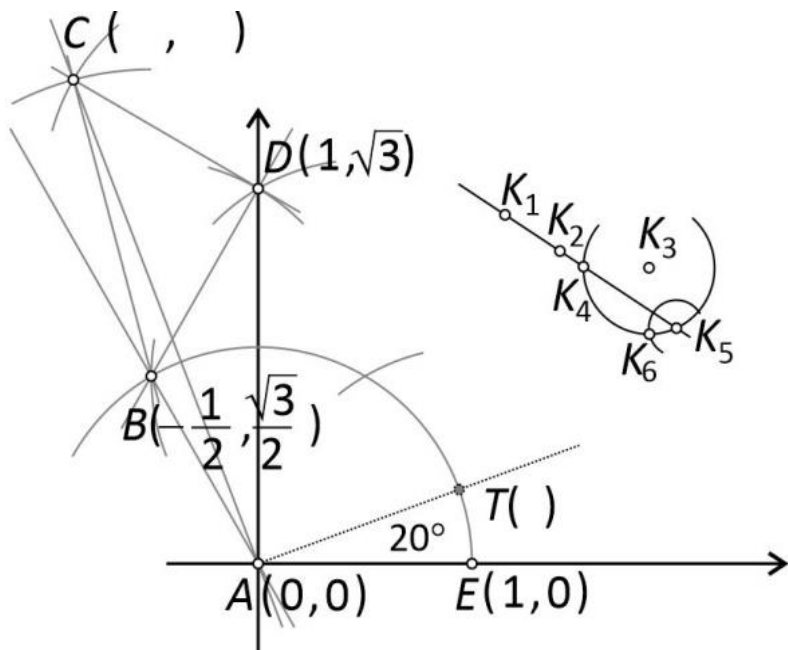
Zadatak. Dokazati identitet $\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$.

Zadatak. Za $\alpha = 20^\circ$, koristeći $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, zaključujemo da je $\cos 20^\circ$ koren (rešenje) jednačine $4x^3 - 3x - \frac{1}{2} = 0$. Proveriti da li broj $\frac{2\sqrt{3}+1}{2\sqrt{4+\sqrt{3}}}$ nije rešenje jednačine $4x^3 - 3x - \frac{1}{2} = 0$.



Zadatak. Ispitati koji brojevi mogu biti koordinate tačkaka koje se mogu dobiti korišćenjem lenjira i šestara.

Takve tačke ćemo nazivati konstruktibilne tačke. Posebno, realan broj r je konstruktibilan ako je tačka $Z(r, 0)$ konstruktibilan.



TikTok.mp4

