

## Упутства за трећу главу из скрипте „Очигледна топологија”

Први одељак: *Хомотопна пресликавања и хомотопски еквивалентни простори*

Пододељак 3.1.1 (Хомотопна пресликавања) треба цео научити. Пажња би требало да вам буде на идејном аспекту хомотопије. Доказе треба научити, али опет: главно је „ухватити” идеју доказа. На пример, у ставу 148 треба да знате да конструишете тражене хомотопије, али ако прескочите (техничке) делове у којима се доказује непрекидност тих пресликавања (мислим на пресликавање  $H$  код рефлексивности,  $G$  код симетричности и  $F$  код транзитивности), то заиста није ништа страшно. Слична ствар важи и за доказ става 149. Пример 3.1.2 је важан. У доказу тврђења које је установљено у том примеру, кључни моменат је примедба да дуж с крајевима  $f(x)$  и  $g(x)$  не пролази кроз координатни почетак. Сасвим је довољно то видети геометријски (прва слика на страни 122), формалан (аналитички) доказ те чињенице можете да прескочите (то је део на дну стране 121: од „Наиме, када би било...” па до краја).

У пододељку 3.1.2 (Релативна хомотопија) можете да прескочите доказе ставова 151 и 152 (они су само мало дорађени докази ставова 148 и 149).

Пододељак 3.1.3 (Хомотопски тривијална пресликавања) јесте врло важан и зато га треба целог прочитати (технички детаљи опет треба да буду у другом плану). Обратите пажњу на теорему 156, која даје карактеризацију хомотопске тривијалности за пресликавања чији је домен сфера. У њеном доказу, на пример, довољно је разумети геометријски опис пресликавања  $\pi$ , а онда то пресликавање искористити у доказима оба смера.

На исти начин треба приступити и пододељцима 3.1.4 и 3.1.5. Ту можете у потпуности прескочити доказ става 162.

Други одељак: *Фундаментална група*

У пододељку 3.2.1 (Дефиниција фундаменталне групе) треба прочитати све осим доказа теореме 165. Тај доказ не морате да читате (није, пак, ни забрањено прочитати га), али морате добро разумети формулацију. Пре свега, део је опште математичке културе да знате шта је то група. Самим тим, знаћете и шта то конкретно треба доказати у доказу теореме (иако не морате да га читате). Зато, ако вам је можда појам групе и даље магловит, корисно је из доказа прочитати по прве две реченице из сва три дела тог доказа (*Асоцијативност*, *Неутрал* и *Инверз*).

Пододељак 3.2.2 треба у целини прочитати.

Из пододељка 3.2.3, уз уводни пасус, прочитати и разумети само формулације теореме 173, теореме 175 и последице 177. Поред тога, прочитати и пасус након теореме 173 (први пасус на страни 138), као и коментар након последице 177 (од те последице па до краја).

Трећи одељак: *Фундаментална група кружнице*

У пододељку 3.3.1 (Подизање пресликавања) прочитати све закључно с једнакошћу (26) на страни 142. Лему 179 и дефиницију 180 можете да прескочите, као и доказ става 181. Али сам став 181 је врло важан за наставак градива (више пута се користи касније), па његову формулацију треба пажљиво прочитати и разумети.

Теорема 182 у пододељку 3.3.2 једна је од најважнијих теорема на овом предмету. Зато њу, са све доказом, треба добро научити. За наредни одељак је важан и коментар након доказа теореме 182, у којем се описује хомоморфизам  $(\varphi_k)_*$ . Пример 3.3.1 можете да прескочите.

Четврти одељак: *Основна теорема алгебре*

У овом и наредна два одељка дате су неке занимљиве примене хомотопије. Зато ова последња три одељка у скрипти представљају можда и круну курса „Очигледна топологија”.

Основна теорема алгебре је једна од најпознатијих теорема у математици. Њен тополошки доказ (који је дат у овом одељку), наравно, треба научити. Није страшно ако се на испиту неко не сналази најбоље с детаљима доказа, али ако неко не зна ни да формулише теорему, ту се испит завршава.

Пети одељак: *Брауерова теорема о фиксној тачки*

Овде треба све научити, изузимајући један технички део. Реч је о делу доказа теореме 190 (импликација (2)  $\Rightarrow$  (1)) где се аналитички доказује непрекидност пресликавања  $r$ . Довољан је геометријски

опис тог пресликавања (из ког се „види” и да је непрекидно). Прецизније, на страни 155 можете да прескочите све од реченице „Докажимо ипак ту чињеницу и аналитички.” па до краја. Али наравно, треба геометријски да се уверите (да видите) да је  $r(x) = x$  за све  $x \in S^{n-1}$ .

Шести одељак: *Борсуж-Уламова теорема*

Научити све закључно с доказом теореме 191 за  $n = 1$ . Кад је у питању доказ теореме 191 за  $n = 2$ , обавезно научити почетак тог доказа – до реченице „Дакле, да бисмо употпунили доказ...”. У том првом делу дата је основна идеја доказа, и она је довољна за ниже оцене. Онај ко има више амбиције треба да научи доказ до краја.