

Упутства за другу главу из скрипте „Очигледна топологија”

Први одељак: *Графови – дефиниција, геометријска реализација*

Кад је реч о пододељку 2.1.1 (Комбинаторна и тополошка дефиниција графа), ту је главна ствар дефиниција 99, у којој је дата комбинаторна дефиниција графа. На детаљима из тополошке дефиниције графа (дефиниције 100 и коментара након ње) нећу инсистирати на испиту, али обавезно треба прочитати цео овај пододељак да би се стекао осећај о топологији графа. У суштини, она је онаква какву је очекујемо, ако о графу размишљамо на уобичајен начин – као о коначном скупу темена у простору (или равни) и коначно много дужи (ивица) које спајају нека од тих темена. На пример, ивице су затворени, путно повезани потпростори графа, граф је компактан тополошки простор. . .

Пододељак 2.1.2 (Геометријска реализација графа) треба цео научити.

Други одељак: *Уникурсалност графова*

Прочитати све до става 107, као и формулацију тог става. Доказ није неопходно научити, али препоручујем да прочитате бар доказ импликације $(1) \Rightarrow (2)$ (он може бити користан за задатке). У пододељку 2.2.2 (Индекс темена) треба научити све закључно с формулацијом леме 110. Кад је у питању њен доказ, иста је ствар као с доказом става 107 – није неопходно, али може бити корисно прочитати га. Главни део овог одељка садржан је у пододељку 2.2.3 (Дефиниција и критеријум уникурсалности). Ту можете прескочити доказ леме 112 (формулација је неопходна за доказ теореме 113 – централне теореме овог одељка), а све остало треба научити.

Трећи одељак: *Теорема о цртању повезаног графа, Ојлерова карактеристика графа*

Овде би требало све прочитати.

Разуме се, али да ипак напоменем на овом месту: „прочитати све” никако не значи „запамтити шта све тамо пише и бити у стању све то репродуковати”. Не! Најмањи је проблем (боље рећи, уопште није проблем) ако на испиту не можете да се сетите неког детаља из неког доказа, па чак и ако уопште не можете да се сетите како се нешто доказује. Проблем је ако нешто причате, а не знате о чему причате – не знате шта значе појмови које спомињете, не разумете их итд. На пример, у овом одељку важна теорема је теорема 115 (о цртању повезаног графа). Сулудо је памтити нпр. да је у њеном доказу мањи од она два индекса означен баш са $k(e)$, да је ивица која се последња појављује у ланцу означена баш са e_0 , да су њена темена онда означена са $w_{k(e_0)}$ и $w_{k(e_0)+1}$ итд. Просто, уочимо ивицу која се последња појави у ланцу (њено прво појављивање) и посматрамо део ланца пре тога – он нам даје тражени подграф. И то је доказ! Ознаке су само помоћно средство да би се строго математички записале неке ствари (корисно је и тиме овладати, али то мора бити у другом плану овде). Такође, кад је ова теорема у питању, важније од њеног доказа јесте објашњење зашто се она зове Теорема о *цртању* повезаног графа, кад се ни у формулацији ни у доказу не спомиње цртање. Одговор на то питање је дат након доказа, кроз пример. Право учење подразумева и да узмете неки други пример повезаног графа и да га нацртате на начин из теореме – да након сваке нацртане ивице имате повезан граф.

Четврти одељак : *Површи – дефиниција, класификација*

И овде би требало све прочитати, уз ону исту напомену од малопре. Главно у овом (подужем) одељку јесте да разумете шта је то површ, пре свега да стекнете осећај који простор јесте, а који није површ (не обавезно да за дати простор знате то и формално да докажете), да знате за ону фамилију оријентабилних површи M_g , $g \in \mathbb{N}_0$, ону фамилију неоријентабилних N_g , $g \in \mathbb{N}$, као и да знате формулацију Теореме о класификацији затворених површи (теореме 125).

Пети одељак: *Мапе на површима, Ојлерова карактеристика површи*

Прочитати све до теореме 129. Скицу доказа ове теореме такође прочитати, али онако необавезно, растеређено – колико да имате представу како се теорема доказује. Пододељак 2.5.2 у целини научити.

Шести одељак: *Планарност графова*

Кључна теорема овог одељка је теорема 135. Све што јој претходи јесте припрема за њен доказ, па му тако треба и приступити – научити тај део у оној мери колико је довољно за разумевање доказа теореме 135. Конкретно, скицу доказа леме 134 можете прочитати исто онако као скицу доказа теореме 129 (као неку причу). Такође, добар део доказа става 133 односи се на формалан доказ чињенице да граф не може бити хомеоморфан сфери S^2 . То је јасно интуитивно – граф је једнодимезиони, а сфера дводимезиони објекат – па тај део можете да прескочите (почев од реченице „Међутим, то није могуће.”, па до краја стране 100). Обавезно прочитати и (кратак) део након теореме 135.

Седми одељак: *Бојење мапа у равни, проблем четири боје*

Овде треба прочитати све осим доказа става 142. Главна ствар овде јесте разумети шта је то „проблем четири боје”, а централна теорема одељка јесте Хивудова теорема 144. Оно што би се такође могло прескочити јесте онај део од дефиниције 140 до става 141. Ту су дате две еквивалентне дефиниције хроматског броја површи. Довољно је узети ону другу, тј. једнакост из става 141 сматрати дефиницијом, а прескочити дефиницију 140 и део након ње.

Осми одељак: *Бојење мапа на затвореним површима*

Овде треба све прочитати и лепо научити, при чему је, наравно, главна ствар (такође Хивудова) теорема 145 и њен доказ.