

Одговори на питања пристигла од 8.04. до 14.04.

*Питање:* Добили смо да је  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$ . Није ми јасно да одмах из тога следи да је хоризонтална асимптота  $y = 0$ . Зар не бисмо требали да тражимо  $b$  ( $y = ax + b$ ) јер би асимптота могла да буде и рецимо  $y = 4$ ?

*Одговор:* По дефиницији, права  $y = ax + b$  је асимптота функције  $f$  кад  $x \rightarrow +\infty$  ако важи

$$f(x) = ax + b + o(1), \quad x \rightarrow +\infty.$$

Ово што смо добили ( $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$ ) еквивалентно је са  $\frac{\sin x}{x} = o(1)$ ,  $x \rightarrow +\infty$  (видети страну 1 предавања од 8.04.), па имамо облик  $\frac{\sin x}{x} = ax + b + o(1)$ ,  $x \rightarrow +\infty$ , при чему је очито  $a = b = 0$ .

Тако смо заправо и одредили  $b$ . Да је права  $y = 4$  асимптота, било би  $\frac{\sin x}{x} = 4 + o(1)$ ,  $x \rightarrow +\infty$ , тј. важило би  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 4$ .

*Питање:* Није ми јасно из чега следи следећа импликација:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - ax) = b \quad \implies \quad f(x) - ax = b + o(1), \quad x \rightarrow \infty.$$

*Одговор:* Да је  $f(x) - ax = b + o(1)$ ,  $x \rightarrow \infty$ , значи да се функција  $f(x) - ax$  може представити у облику  $b + \alpha(x) \cdot 1$ , при чему је  $\lim_{x \rightarrow \infty} \alpha(x) = 0$ . Међутим,

$$f(x) - ax = b + (f(x) - ax - b) \cdot 1, \quad \text{а} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - ax - b) = 0, \quad \text{јер је} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - ax) = b.$$